انا مدینة العلم و علی بابها

OSMANIA UNIVERSITY

جامعۂ عثمانیہ

طبیعیاتِ عملی

خواص مادہ - حرارت

برائے

بی - اے

سلسلۂ نصابات علمیہ جامعہ عثمانیہ

عملی طبیعیات

خواصِ مادّہ - حرارت

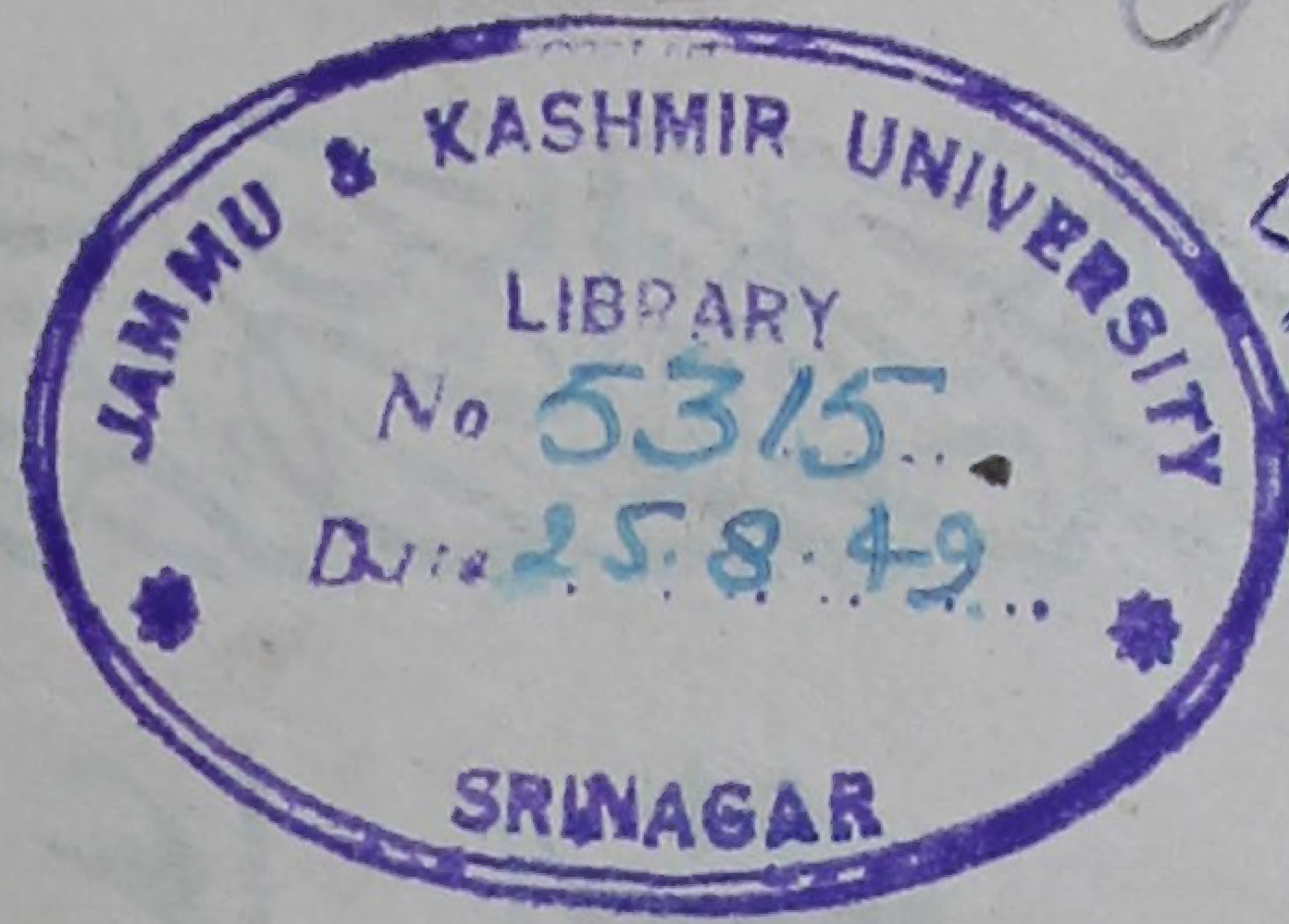
(برائے بی - اے)

مصنفہ

ایچ - ایس - ایلن - ایم - اے - ڈی - ایس سی - اور ایچ - مور - اے - آر - سی - ایس سی - ڈی - ایس سی

مترجمہ

مولوی وحید الرحمن صاحب بی - ایس سی

پروفیسر طبیعیات کلیہ جامعہ عثمانیہ

سنہ ۱۳۵۰ھ م سنہ ۱۳۴۰ف سنہ ۱۹۳۱ء

دارالطبع جامعہ عثمانیہ سرکار عالی حیدرآباد دکن

خواصِ مادّہ

فہرست مضامین

عملی طبیعیات

خواص مادّہ

عملی طبیعیات

حرارت

بسم اللہ الرحمن الرحیم

فصل اوّل

تمہید

۱- عام ہدایتیں

سائنس کے کسی شعبہ کے عملی کاموں میں نتائجِ مقصودہ کی دو قسمیں ہوسکتی ہیں۔ یعنی ایک کیفی اور دوسری کمّی۔ کیفی نتائج سے وہ نتائج مُراد ہیں جن میں صرف یہ دیکھا جاتا ہے کہ اثرات کس قسم کے ہیں یعنی معلولات کی نوعیت کیا ہے۔ بخلاف اِس کے کمّی نتیجوں میں پیمائش کے نقطۂ نظر سے معلولات کی مقدار مدِنظر ہوتی ہے۔ طبیعیات میں خالص کیفی نوع کا نتیجہ بہت کم مطلوب ہوتا ہے۔ اِس مضمون کے ابتدائی مراحل میں بھی کمیتی ہی نتائج کی زیادہ ضرورت پڑتی ہے۔ حالانکہ کیفی علم حاصل کرنے کی نسبت کمّی علم حاصل کرنے میں زیادہ زحمت اُٹھانی پڑتی ہے۔ اِسی وجہ سے تقریباً ہر طبیعیاتی تجربہ میں ایک دو پیمائشوں کی ضرورت ہوتی ہے۔ اِس بنا پر طبیعیات کو شاید کسی قدر تحقیر سے "صحیح پیمائشوں کی سائنس" کہا جاتا ہے۔

چونکہ پیمائش کرنا طبیعیات کے عملی پہلو کا ایک ضروری جُزو

سمجھا جاتا ہے ۔ اِس لئے بعض اوقات طلبہ بغیر آلات کو مطالعہ کئے ہوئے اور بغیر ایک سے زیادہ دفعہ مشاہدہ کئے عجلت سے پیمائشیں شروع کر دیتے ہیں ۔ یہاں پر طبیعیات کے حقیقی عملی پہلو پر جس قدر زور دیا جائے کم ہے ۔ یہ عملی پہلو محض پیمائشوں سے تعلق نہیں رکھتا بلکہ اِس سے متمائز ایک علٰحدہ چیز ہے ۔ عملی طبیعیات کی تعلیم سے پورا فائدہ اُٹھانے کے لئے نہ صرف یہ لازم ہے کہ تجربہ کا مقصد پورے طور سے سمجھا جائے بلکہ مشاہدہ کرنے کے قبل کچھ وقت آلات کو بٹھانے اور اُن کے پُرزوں کی ساخت و استعمال کے مطالعہ میں صرف کرنا ضروری ہے ۔

عملی طبیعیات کے اغراض بالکل پورے نہیں ہو سکتے جب تک کہ طالب علم آلات کی دست ورزی میں یدِطولےٰ حاصل نہ کرلے اور جن اوزاروں کو استعمال کرتا ہے اُن سے گہری دلچسپی پیدا نہ کرلے ۔

سب سے پہلے تجربہ کے مقصد اور اُس کی انجام دہی کے عام طریقوں کو سمجھ لینا چاہیئے اُس کے بعد ضروری آلات کو یکجا کر کے اُن کو ترتیب دینا چاہیئے ۔

اِس بات کا خیال رکھنا ضروری ہے کہ مشاہدات اور معائنات کا کام اِس طرح ہو سکے کہ جسم کو بے ڈھنگے طریقہ سے ٹیڑھا سیدھا کرنے کی ضرورت نہ پڑے ۔ اور آلات کے جن حصّوں میں زیادہ دست ورزی اور درستی کی ضرورت ہو وہ ایسی جگہ پر رکھے جائیں جہاں ہاتھ آسانی سے پہنچ سکے ۔

اِن امور پر گہری توجہ کا اثر بالواسطہ تجربہ کی صحت پر پڑیگا ۔ کیونکہ اِس حالت میں آلات کی درستی بآسانی ہو سکیگی ۔ اور اِن کا اپنے مقام سے اتفاقاً ہٹ جانیکا خدشہ بھی کم ہو جائیگا اور مشاہدات بھی اطمینان کے ساتھ ہو سکینگے ۔

صحیح مشاہدہ کرنے کے قبل یہ اکثر مفید ثابت ہوتا ہے کہ تجربہ کو ایک سرسری نگاہ سے اِس طرح دیکھ لیا جائے کہ اِس میں مطلوبہ

ترتیب موجود ہے یا نہیں۔

۲۔ نتائج کو قلمبند کرنا۔ بیاضیں

علمی طبیعیات کی تعلیم میں دو بیاضوں کا رکھنا ضروری ہے۔ اِن میں سے ایک بیاض بڑی ہونی چاہیئے جو "صاف اور تصحیح کردہ" نوٹ کے لئے مخصوص ہو۔ اِس کا ہر دُوسرا صفحہ "ملی میٹر مربع دار ہو"۔ دُوسری چھوٹی بیاض مُشاہدات اور حسابات کو فوراً قلمبند کرنے کے لئے ہونی چاہیئے۔ اثنائے تجربہ میں اگر کوئی قابلِ لحاظ مظاہر مشاہدہ میں آئیں تو اِس میں درج کرنے چاہئیں۔ معمل میں صِرف مختصر نوٹ لے لینے چاہئیں۔ جن کو بعد ازیں صاف بیاض میں پھیلا کر بیان کرنا چاہیئے۔ اس طرح سرسری نوٹ لے لینا ایسا ہی ضروری ہے جیسا کہ تجربہ کا کوئی اَور عمل۔ خصوصاً اِس حالت میں جب صاف بیاض کے لکھنے میں کچھ توقف ہو۔ اگر بروقت یادداشت نہ لے لی جائے تو مشاہدہ میں جو جو اہم اور ضروری باتیں معلوم ہوتی ہیں اُن کو بھول جانے کا احتمال رہتا ہے۔ بے شیرازہ اوراق پر سرسری نوٹ نہیں لکھنے چاہئیں۔ کیونکہ اُن کے اِدھر اُدھر ہو جانے کا خدشہ رہتا ہے۔ اس طرح یادداشت قلمبند کرنے سے طالب علم ہی کا نقصان ہے۔

مُشاہدات اور معائنات میں جو پیمائشیں ہوتی ہیں اُن کو فوراً کچّی بیاض میں مندرج کر لینا چاہیئے اور ثبت کرنے کے بعد اُن پر نظرِ ثانی بھی ہونی چاہیئے۔ ہر عدد کے بعد اُس مقدار کا نام ہونا ضروری ہے جس کا وہ عدد نمائندہ ہے۔ ہر حالت میں جب کبھی کئی مشاہدے سلسلہ وار لئے جائیں تو اُن کو جدولوں کی صورت میں ترتیب دینا چاہیئے۔ نتیجہ نکالنے کے لئے جن حسابات کی ضرورت ہو اُن کو کچّی بیاض میں وضاحت کے ساتھ لکھنا چاہیئے۔

بڑی بیاض میں ہر تجربہ کا پُورا بیان طالب علم کے اپنے الفاظ

میں ہونا ضروری ہے۔ اور یادداشت کے قلمبند کرنے میں ذیل کی ترتیب کا لحاظ رہے :۔

(۱) آلات مستعملہ کی تفصیل اور مربع دار کاغذ پر اُن کے نقشے۔ جن پر حوالہ کے لئے نشانات بھی دئے ہوئے ہوں۔

(۲) تجربہ کے نظریہ کا مختصر بیان۔

(۳) تجربہ کے عملوں اور مشاہدوں کا مفصل بیان۔ ہر معائنہ یا مشاہدہ کو درج کرنا چاہیئے۔ اور جہاں متواتر کئی مشاہدے کئے جائیں اُن کی ترتیب جدول وار ہونی چاہیئے۔

(۴) تجربہ سے جو نتیجہ نکلے صرف اُسی کو درج کرنا چاہیئے۔ عملِ حساب کو درج کرنے کی ضرورت نہیں ہے۔ بالعموم نتیجوں کو اعدادِ صحیحہ اور کسورِ اعشاریہ سے ظاہر کرنا مناسب ہے۔ نتیجہ کو نمایاں طور پر درج کرنا چاہیئے۔ اور یہ اگر یادداشت کی اخیر سطر میں ہو تو قابلِ ترجیح ہے۔ جن اکائیوں میں نتیجہ ظاہر کیا جائے اُن کا ذکر ضرور ہونا چاہیئے جہاں تک ممکن ہو نتیجوں کو ترسیمی طریقہ سے ظاہر کرنا چاہیئے۔ ہر ترسیم پورے ایک صفحہ پر ہونی چاہیئے۔ اور جن مقداروں کی ترسیم کی جائے اُن کا اور اُن اکائیوں کا درج کرنا ضروری ہے جن سے اُن کو ظاہر کیا گیا ہے۔

جبکہ عملِ ترسیم تجربہ کا ایک حصّہ ہو تو اصلی خاکہ یا اُس کی نقل کسی مناسب پیمانے سے بیاض میں داخل ہونی چاہیئے۔

———(❖)———

۳۔ مُشاہدات کی صحت

صفری اور انحرافی طریقے

عام طور پر جو آلات مہیّا ہوں اُن کی مدد سے جہاں تک ہو سکے معائنہ میں اعلیٰ درجہ کی صحت پیدا کرنی چاہیئے۔ قابلِ تحصیل صحت کے درجہ کو جانچنے کے لئے آلوں کی درستی کو دُہرانا چاہیئے اور دوبارہ معائنہ میں جتنی احتیاط ممکن ہو برتنی چاہیئے۔ اگر اِن دونوں معائنوں میں کچھ تناقص معلوم ہو تو سمجھ لینا چاہیئے کہ خود آلات کے اندر کچھ خرابیاں موجود ہیں۔ بشرطیکہ اِن کے بٹھانے میں اور معائنہ میں کافی احتیاط کی گئی ہو۔

عملی طبیعیات کی ابتدائی تعلیم کے دَوران میں طالب علموں کے لئے یہ اچھی مشق ہوگی کہ وہ مختلف نوعیت کی پیمائشوں میں قابلِ تحصیل درجۂ صحت کا تعین کریں۔ اِس سے طالب علم کو جو تجربہ حاصل ہوگا وہ آئندہ چل کر اُس کو مختلف انواع کے مشاہدات کی نسبتی صحت کا اندازہ کرنے کے قابل بنائیگا بغیر اِس کے کہ طالب علم اِن کا تعین بالفعل کرے۔ مگر جب کبھی بالکل نئی قسم کی پیمائش کرنی ہو تو نسبتی صحت کا تعین اِس طریقہ سے ایک یا دو بار ہونا چاہیئے۔

یہ بات قابلِ لحاظ ہے کہ عام طور پر جن مشاہدات کا انحصار دو معلولوں کے اِس قسم کے توازن پر ہو کہ وہ ایک دُوسرے کے اثرات کو زائل کر دیں وہ بہ نسبت اِن مشاہدات کے زیادہ صحیح ہوتے ہیں جن میں صرف کسی ایک معلول کی مقدار کی پیمائش کی جائے۔ بالفاظ دیگر اِس مفہوم کو ہم یوں بھی ادا کر سکتے ہیں کہ **صفری طریقے، انحرافی طریقوں سے زیادہ صحیح ہوتے ہیں۔**

جب کسی تجربہ میں صفری طریقہ اختیار کیا جاتا ہے تو ہم ایک نامعلوم کمیت کے اثر کا تعادل کسی اُسی قسم کی معلوم یا معیاری کمیت کے اثر سے پیدا کرتے ہیں۔ اثروں کے حاصل کا مشاہدہ ایک ایسے آلہ سے ہوتا ہے جو دو اثروں کے درمیان خفیف سا بھی فرق بتا سکتا ہے۔ اگر ہم اِن میں سے ہر ایک کمیت کے اثر کو براہِ راست ناپیں تو ہم کو ایسے آلہ کی ضرورت پڑیگی جس میں پُورے اثر کے ماتحت بھی ایک معمولی سا انحراف پیدا ہو۔ یعنی ایک ایسا آلہ جس میں مقابلۃً حسّاسیت کم ہو۔ آلہ کی اِس کم درجہ کی حسّاسیت کے باعث انحراف کے معائنہ میں اگر نہایت ہی کم ناگزیر غلطی بھی ہو تو نتیجہ میں ایک معتدبہ اثر پیدا ہو جائیگا۔ اگر صفری طریقے سے کام لیا جائے تو اِس سے بہت زیادہ حسّاس آلہ استعمال کیا جاسکتا ہے —— بلکہ نہایت درجہ ممکن حسّاس آلہ۔ اثرات کو گھٹا بڑھا کر معائنہ کو صفر تک لانے میں جو غلطی ممکن ہے وہ آلہ کے پیمانہ پر غالباً اُتنی ہی ہوگی جتنی کہ انحرافی تجربہ کے معائنہ میں۔ مگر اِس سے کمیت زیر پیمائش میں بہت تھوڑی غلطی ظاہر ہوگی۔

اِس اصول کی ایک نہایت عمدہ مثال کمیتِ مادّہ کی پیمائش میں ملتی ہے۔ کمانیدار ترازو میں اِنحرافی طریقہ سے مادّہ کی پیمائش ہوتی ہے۔ اِس میں جس کمیت کی پیمائش کی جاتی ہے وہ کمانی کی وسعت ہے جو کسی جسم کے وزن سے پیدا ہوتی ہے۔ عام ترازو ایک آلہ ہے جس کا انحصار صفری طریقے پر ہے۔ اور کمانیدار ترازو سے (جو اِسی حد تک تولنے کے لئے بنائی گئی ہو) جتنی صحت ممکن ہے اِس سے بہت زیادہ صحت عام ترازو میں حاصل ہے۔

یہ جاننا ضروری ہے کہ عام مشاہدات جن کا انحصار وزن دریافت کرنے پر ہے بہت زیادہ صحیح ہوتے ہیں بہ نسبت اُن کے جو وقت یا طول کے تعینات پر مبنی ہیں۔ بناء بریں جہاں تک ممکن ہو

تجربے اس طرح مرتب کرنے چاہئیں کہ نہایت اہم مشاہدات ترازو ہی کے ذریعہ سے کئے جائیں۔

مثال کے طور پر طالب علم کی توجہ "وزن تپش پیما" کے ذریعہ سے مایعات کے پھیلاؤ کے تجربہ کی طرف منعطف کرائی جاتی ہے۔ یہ تجربہ اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ حجم کے بڑھنے کی شرح بغیر اس کے کہ حجم کی ایک بھی پیمائش ہو دریافت کر لی جاتی ہے۔ اس تجربہ میں ہر مشاہدہ جس سے نتیجہ محسوب ہوتا ہے "وزن کرنا" ہی ہے۔

باستثنا طول کے تعین کے (جو فن مناظر کے طریقوں سے کیا جاتا ہے اور جس میں مکمل و پُرتکلف آلات کی ضرورت پڑتی ہے) کوئی دوسری طبیعیاتی تعیین ایسی صحت سے نہیں کر سکتے۔ جیسے کمیتِ مادہ کی تعیین یا کمیتوں کا مقابلہ۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ خوش ساخت ترازو سے اعلیٰ درجہ کی حساسیت حاصل ہو سکتی ہے۔ صرف ایک ہی اور سادہ طبیعی پیمائش ہے جو صحت میں اُس کے (یعنی کمیت کی پیمائش کے) قریب قریب ہے۔ یہ سادہ پیمائش وھیٹ سٹون کے پُل کے ذریعہ سے برقی مزاحمت کی تعیین ہے اور یہ بھی صفری طریقہ ہی کا تجربہ ہے۔

۴۔ نتیجوں کی تحسیب

چونکہ طبیعی کمیت کے تعین میں جو صحت قابلِ حصول ہو اُس کی ایک حد ہے اس لئے ظاہر ہے کہ ایسے تعینات سے حاصل کردہ نتائج کی صحت کی بھی ضرور ایک حد ہونی چاہیئے۔ لہٰذا تحسیبِ نتائج میں تجربہ کی استعداد سے زیادہ اعدادِ ملحوظ کے شمار تک پہنچنا غیر ضروری ہے۔

ے Wheatstone

آخری نتیجہ ہندسوں کے کسی خاص مقام ہی تک قابلِ اعتبار ہو سکتا ہے۔ اِس مقام سے آگے کے اعداد بے معنی ہو جاتے ہیں۔

اگر تحسیب کے ہر مرحلہ پر ملحوظ ہندسوں کی تعداد اِسی مرحلہ کے نتیجہ میں تحسیب کے دُوسرے حصّہ کی طرف متوجہ ہونے سے پیشتر مناسب طور پر کچھ کم کر دی جائے تو حسابی شمار میں بہت سی محنت بچ جائیگی۔ مثلاً ایک ایسے اُسطوانہ کے حجم کی تعیین پر غور کرو جس کی لمبائی ۲٫۳۷ سمر ہے اور قطر ۱٫۱۳ سمر ہے اِس کا حجم ضابطہ $\frac{\pi}{۴} \times (۱٫۱۳)^۲ \times (۲٫۳۷)$ مکعب سمر سے حاصل ہوتا ہے۔

اِن میں سے کوئی پیمائش کردہ مقدار ایسی نہیں ہے جس کی صحت ہزار میں ایک سے زیادہ ہو۔ اِس لئے حسابی شمار میں چار ہندسوں سے زیادہ قائم رکھنا بے سود ہے اور π کی قیمت ۳٫۱۴۲ رکھی جا سکتی ہے بلکہ ۳٫۱۴ ہی رکھنا کافی ہے۔

$(۱٫۱۳)^۲ = ۱٫۲۷۶۹$ جس کو ۱٫۲۷۷ ہی لے سکتے ہیں۔

$۱٫۲۷۷ \times ۲٫۳۷ = ۳٫۰۲۶۴۹$ اور اِس کو ۳٫۰۲۶ لے سکتے ہیں۔

$$\frac{\pi}{۴} \times ۳٫۰۲۶$$

$$= ۰٫۷۸۵۴ \times ۳٫۰۲۶$$

$$= ۲٫۵۶۰۴۰۴$$

اِس آخری نتیجہ کو ۲٫۵۶ مکعب سمر لکھ سکتے ہیں۔

عملِ حساب کی تسہیل میں ضرب کے اختصاری طریقے بہت مفید ہوتے ہیں۔ (اختصاری طریقے کا بیان ابتدائی کتابوں میں آ چکا ہے)۔

دستور یہ ہے کہ نتیجوں کو ہندسوں کی اُتنی تعداد تک ظاہر کرتے ہیں جہاں تک اُن کی صحت کا دعویٰ ہو سکتا ہے۔ اِس لئے اگر نتیجہ پانچ ہندسوں تک لکھا جائے تو یہ مان لیا جاتا ہے کہ نتیجہ اِن ہندسوں تک صحیح ہے۔ نتیجہ کو پانچ ہندسوں تک لکھنا (جس حالت میں صحت ہزار میں ایک ہی ہو) نہ صرف غیر ضروری ہے بلکہ اِس سے دھوکا بھی ہوتا ہے۔ کیونکہ اِس صورت

ہیں اِن مشاہدات کی صحت کے متعلق غلط فہمی ہوگی جن پر حاصل شدہ نتیجہ کا انحصار ہے۔

اگر ایسا ہو کہ آخری ملحوظ ہندسہ صفر ہے تو اِس کو بھی نتیجہ میں داخل کر لیا جاتا ہے خواہ وہ اعشاریہ کے بعد ہی ہو۔ اِس کا مطلب یہ ہے کہ نتیجہ ملحوظ ہندسوں کی اِس تعداد تک درست ہے مثلاً اگر یہ لکھا جائے کہ ۱ انچ = ۲٫۵۴۰۰ سم تو اِس سے ظاہر ہوگا کہ یہ ۲۵۰۰۰ میں ایک حصہ تک صحیح ہے۔

اکثر اوقات جب ہندسوں کی تعداد بہت زیادہ ہوتی ہے تو بجائے بہت سے صفر لکھنے کے کسی چھوٹے عدد کے بعد ۱۰ کی قوتیں رکھ دی جاتی ہیں۔ بطور مثال کمیتوں کی مقدار ظاہر کرنے ہیں اگر ۳ یا ۴ فی صدی صحت مقصود ہو تو ۲۸۰۰۰۰۰ کو $۲٫۸ \times ۱۰^{۶}$ لکھ سکتے ہیں۔ اگر ۳۰۰ میں صرف ایک کی صحت منظور ہو تو اِس کو $۲٫۸۰ \times ۱۰^{۶}$ یا $۲۸٫۰ \times ۱۰^{۵}$ یا ۲۸۰×۱۰^{۴} لکھ سکتے ہیں۔ اِسی طور پر نہایت چھوٹی مقداروں کے لئے اعشاریہ کے بعد بہت سے صفر لکھنے کی بجائے ۱۰ کی منفی قوتیں استعمال کی جاتی ہیں۔ مثلاً ۰٫۰۰۰۰۳۵۰۰ کو جس میں ۳۰۰۰ میں ایک کی صحت ظاہر کی گئی ہے ۳۵۰۰×۱۰^{-۸} لکھ سکتے ہیں۔ لیکن اِس کو $۳٫۵ \times ۱۰^{-۵}$ لکھنا غلط ہوگا۔ کیونکہ اِس حالت میں اِس کی صحت صرف ۳ فی صدی ہوگی حالانکہ مشاہدات کی صحت ۳۰۰۰ میں ایک ہے۔

لوکارتھم کی مدد سے جو تحسیب ہوتی ہے اُس کا درجۂ تخمین لوکارتھمی جدول کے ہندسوں کی تعداد پر منحصر ہے۔

جب تحسیب میں چار یا پانچ ہندسے شامل ہوں تو چار ہندسوں کی لوکارتھمی جدول کے استعمال سے ۲۵۰۰ میں ایک کی صحت حاصل ہوتی ہے۔ اگر اجزائے ضربی، عمل ضرب میں یا تقسیم میں بڑھ جائیں تو اِسی حساب سے غلطی کے بڑھنے کا احتمال ہے۔ پانچ ہندسوں کی جدولیں استعمال کرنے میں تقریباً دس گنا صحت بڑھ جاتی ہے۔ مگر دس انچ

کی سلائیڈرول (Slide rule) کے استعمال کرنے میں (جہاں زائد از چہار اجزائے ضربی سے کام لیا جائے) پانچ سو میں ایک سے زیادہ کی صحت حاصل نہیں ہو سکتی تاوقتیکہ اُس کے استعمال میں بڑی احتیاط نہ برتی گئی ہو۔

اکثر اوقات یہ بہتر ہوتا ہے کہ صحیح تحسیب کے قبل تخمینی نتیجہ نکالنے کے لئے اور خصوصاً اعشاریہ کی جگہ دریافت کرنے کے لئے سرسری طریقہ سے حساب کرلیا جائے۔یہ احتیاط سلائیڈرول (Slide rule) کے استعمال میں خاص اہمیت رکھتی ہے۔ خصوصاً جب سلائیڈرول (Slide rule) بتدیوں کے ہاتھوں میں ہو۔

اِس کی مثال (صفحہ ۸ میں) اُستوانہ کے ابعاد سے دے سکتے ہیں۔

$$ح = \frac{۲۲}{۴} \times (۱۰۱۳۱)^۲ \times (۲۰۳۷)$$

$$= ۱ \times ۱۰۰۱ \times ۲۰۱ \times ۱۰۵ \times ۲۰۵$$

$$= ۳ \text{ تقریباً}$$

یعنی حجم ۳ مکعب سمر کے درجہ میں ہے۔

سلائیڈرول (Slide rule) سے ۲۵۶ نتیجہ نکلتا ہے اور یہ ۲۰۵۶ لکھا جا سکتا ہے۔ کیونکہ اعشاریہ کی جگہ کا پتہ سرسری حساب سے مل گیا۔

کسی تجربہ کے نتائج کی تحسیب میں جہاں کسی کمیت کی تعیین غیر تابع کمیتوں کی پیمائش سے ہوتی ہے اُس حالت میں اِس کمیت کو چند پیمائش کی ہوئی مقداروں کے رقوم میں صاف طرح سے ظاہر کرنا معمولاً مناسب نہیں ہوتا۔ اِس طرزِ عمل سے عموماً ایک طویل اور پیچیدہ جملہ بن جاتا ہے جس کا حل کرنا مشکل ہوتا ہے۔ اور اِس میں حسابی غلطیوں کے واقع ہونے کا بھی زیادہ احتمال ہے۔ مختلف مقداریں جب اِس طرح سے ایک پیچیدہ جملہ میں اکٹھی کردی جاتی ہیں تو وہ بے معنی

ہو جاتی ہیں - پس جہاں تک ممکن ہو تحسیب کے ہر قدم پر طبیعیاتی مفہوم کو مدِ نظر رکھنا چاہیئے -

اِس اصول کی خاص مثال کے لئے صفحہ ــــ کے جملہ پر غور کرو - مندرجہ ذیل مساوات میں خاص طبیعیاتی کمیتیں ظاہر کرتی ہے :-

$$\text{گ ج گ} = \frac{1}{2}\,\text{م ز}^{2} + \frac{1}{2}\,\text{ک ر}^{2}$$

اگر مساوات کی یہ سادہ صورت قائم رکھی جائے تو اِس کا اصلی مفہوم فوراً سمجھ میں آ جاتا ہے - اور اصولِ اوّلین کی مدد سے بلا توقف یہ لکھی جاسکتی ہے - "م" کو واضح طور سے ظاہر کرنا اِس مساوات کے مفہوم کو ایک بڑی حد تک فنا کر دیتا ہے -

ایسے ضابطوں کے استعمال سے جن کی وجہ سے حافظہ پر بے سُود بوجھ پڑے پرہیز کرنا چاہیئے - جہاں تک ممکن ہو سکے کوشش یہی کرنی چاہیئے کہ اصولِ اوّلین کی مدد سے ہی مسئلہ حل ہو جائے -

۵ - ترسیمی طریقے

نظری اور عملی دونوں طبیعیات میں ترسیمی طریقوں کا استعمال بہت مفید ہے - جب کبھی تجربہ میں مشاہدات کا ایک ایسا سِلسلہ حاصل ہو جن میں دو دو ایسی مقداریں ہوں جو **ایک دُوسرے پر منحصر ہیں** تو ایک ایسی **ترسیم** کھینچنی چاہیئے جس سے اِن کے آپس کا رشتہ پیشِ نظر ہو جائے - ترسیم سے یہ پتہ لگیگا کہ **تابع متغیر** "ما" **متبوع متغیر** "لا" پر کس طرح سے بنی ہے - جب کاغذ عمودی سطح میں رکھا جائے تو یہ دستور ہے کہ متبوع متغیر کی قیمتوں کو اُفق کے

متوازی بائیں سے دہنے طرف فصلوں سے اور تابعِ متغیر کی قیمتوں کو اُوپر کی طرف معیّنوں سے تعبیر کرتے ہیں۔

نمونتاً اس کی مثال سادہ رقّاص کے تجربہ سے دی جا سکتی ہے۔

اس میں "ل" طول کے رقّاص کا وقتِ دوران "و" ناپا جاتا ہے۔ "ل" کو اپنی مرضی سے گھٹاتے بڑھاتے ہیں اور اسی کے مطابق وقتِ دوران کی قیمتوں کو دریافت کرتے ہیں۔ یہاں "ل" متبوع متغیر ہے۔ اس لئے اس کی ترسیم اُفق کے متوازی ہونی چاہیئے۔ "و" کی ترسیم اس طرح پر ہونی چاہیئے کہ و کا پیمانہ بیاض کے مرلعبدار صفحہ کے نیچے سے اُوپر تک جائے۔

وہ اکائیاں جن سے متغیر ظاہر کیا جاتا ہے اور نیز متغیر کا نام اُس کے اپنے محدودی محور پر واضح طور سے لکھا رہنا چاہیئے۔ جس پیمانہ پر متغیر کی ترسیم ہوگی اُس پیمانہ کے انتخاب میں نہایت احتیاط برتنی چاہیئے۔ پیمانہ ایسا ہونا چاہیئے کہ بیاض کے مرلعبدار صفحہ کا زیادہ سے زیادہ حصّہ ترسیم محصلہ سے پُر ہو جائے۔

اِن نقطوں کے گرد جو مشاہدات کو ظاہر کرتے ہیں چھوٹے چھوٹے دائرے کھینچ دینے چاہئیں۔ یا ان پر چھوٹے چھوٹے چلیپائی نشان دے دینے چاہئیں۔ اِس کے بعد ایک ہموار منحنی اس طرح کھینچنا چاہیئے کہ وہ نقطوں کے اوسط مقامات سے ہو کر گزرے یعنی منحنی کے دونوں طرف مشاہدوں کے نقطوں کی تعداد قریب قریب مساوی ہو۔ پہلے یہ دیکھ لینا چاہیئے کہ آیا ترسیم خطِ مستقیم سے ہو سکتی ہے یا نہیں۔ لمبے شیشے کے ٹکڑے یا کسی اور شفاف ٹکڑے پر کھینچے ہوئے ایک خطِ مستقیم سے اُس کی آزمائش ہو سکتی ہے۔ کیونکہ ایسی حالت میں اِس خطِ مستقیم کے دونوں طرف کے نقطے نظر آ سکتے ہیں۔ اگر نقطوں میں سے ہو کر خطِ مستقیم نہ کھینچا جا سکے تو خطِ منحنی کھینچنا چاہیئے خواہ یہ منحنی صِرف ہاتھ سے کھینچا جائے۔ یا کسی ایسے لچکدار لکڑی کے ٹکڑے کے ذریعہ سے جو منحنی کے ساتھ ساتھ جھک جائے۔

اگر ترسیم محصلہ خطِ مستقیم ہے تو متغیروں کا باہمی رشتہ مندرجہ ذیل مساوات سے ظاہر ہوتا ہے۔

ما = م لا + س

یہاں "س" اور "م" دونوں مستقل ہیں۔ اگر ترسیم خطِ مستقیم نہیں ہے تو محصلہ منحنی کی شکل سے متغیروں کا باہمی تغیر معلوم ہو جائیگا۔ مندرجہ ذیل مساواتوں کے منحنیوں کے علم سے طالب علموں کو پورا پتہ چل جائیگا کہ مشاہدات کی ترسیم کس منحنی سے ہو سکتی ہے۔

ما = لا

ما = لا^{2}

ما^{2} = لا^{3}

ما = لا^{3}

اور ما = لوک لا

مقداروں میں کسی ایک کی قوتوں کو دوسرے کے مقابلہ میں ترسیم کرنے سے ایک خطِ مستقیم حاصل ہوتا ہے یا ایک مقدار کے لوگارتم کو دوسری مقدار کے مقابلہ میں یا اُس کے لوگارتم کے مقابلہ میں ترسیم کرنے سے بھی ایک خطِ مستقیم حاصل ہو سکتا ہے۔ جب ترسیم کی شکل خطِ مستقیم ہو تو وہ متعلقہ طبیعیاتی مقداروں کے باہمی ربط کو ایک جبری مساوات سے ظاہر کر سکتے ہیں[1]۔

اکثر اوقات بہ نسبت حسابی عملوں کے ترسیمی طریقوں سے نتائج بہت کم محنت سے حاصل ہو سکتے ہیں۔ حوالہ کے لئے اِس کتاب کی مثالیں از صفحہ ۱۲۹ تا ۱۳۸۔ اور نیز طبیعیات عملی (آواز و روشنی) برائے بی۔ اے کے صفحات نمبر ۵۷، ۶۴ اور ۱۲۷ کی مثالیں دیکھو۔

[1] دیکھو تجربہ ۴۲۔ رسی کی رگڑ ایک ثابت چرخی پر صفحہ ۱۴۷۔

۶۔ طبیعیاتی پیمائش میں مستعملہ اکائیاں

کسی کمیت کی پیمائش دو لفظوں میں ظاہر کی جاتی ہے —— ایک تو "عدد" اور دوسرے "اِکائی"۔ مثلاً ۱۲ ثانیہ میں "۱۲" عدد ہے اور "ثانیہ" وقت کی اِکائی ہے۔ ہر اُس کمیت کو جس کی طبیعیات میں پیمائش ہوتی ہے ایک نہ ایک اِکائی کی ضرورت پڑتی ہے۔ تاہم کسی ایک کمیت کو کسی دُوسری کمیت کے رقوم میں ظاہر کرنا ممکن ہے۔ مثلاً ہم "چال" کو کسی خاص وقت میں طے شدہ فاصلہ کے رقوم میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ اور اُن اکائیوں سے چال کی پیمائش کرنے میں صریحی فائدہ ہے جو طول اور وقت کی اِکائیوں سے کوئی سادہ رشتہ رکھتی ہوں۔ علمِ حیل میں جتنی طبیعیاتی مقداروں سے واسطہ پڑتا ہے وہ کسی تین منتخب مقداروں کے رقوم میں ظاہر کی جا سکتی ہیں۔

اِن مقداروں کے لئے جو تین غیر تابع اکائیاں ہیں وہ اِکائیوں کے نظام میں "بنیادی اکائیاں" کہلاتی ہیں۔ اِس نظام کی دُوسری اِکائیوں کو مشتق اکائیاں کہتے ہیں۔

سائنس کے کاموں میں بنیادی مقداریں جو منتخب کی گئی ہیں وہ طول، کمیتِ مادّہ اور "وقت" ہیں۔ اِن مقداروں کی اِکائیاں بالترتیب "سنتی میتر" گرام اور ثانیہ ہیں۔ اور اِسی بناء پر اِس نظام کو اکائیوں کا س۔ گ۔ ث نظام کہتے ہیں۔

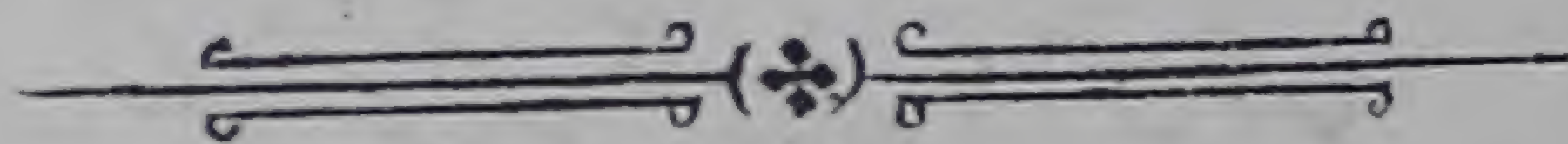
سنتی میتر، میتر کا سواں حِصّہ ہے اور یہ میتر پلاٹینم کی اُس سلاخ کے سروں کا درمیانی فاصلہ ہے جو پیرس[1] میں محفوظ رکھی ہوئی ہے۔

گرام، کلوگرام کا ہزارواں حِصّہ ہے اور یہ کلوگرام پلاٹینم کے

---

[1] Paris

اُس اُستوانہ کے مادّہ کی کمیت ہے جو پیرس میں محفوظ رکھا ہُوا ہے۔ ایک مکعب دِسی میتر (۱۰۰۰ مکعب سمر یا ایک لیتر) کشیدہ پانی کے مادّہ کی کمیت اُس کی کثافتِ اعظم کی تپش پر "کلوگرام" ٹھیرائی گئی تھی۔ اِس وجہ سے ۴° مئی کی تپش کے ایک مکعب سمر پانی کی کمیت تقریباً صحیح ایک گرام ہوتی ہے۔

ثانیہ، اوسط شمسی ثانیہ ہے۔ یعنی یہ اوسط شمسی دن کا $\frac{۱}{۸۶۴۰۰}$ حصّہ ہے۔ جس کی تعین زمین کے وقتِ دوران (اِس کے محور کے گرد) سے ہوتی ہے۔

فصل دوم

بنیادی مقداروں کی پیمائش

۱۔ کمیتِ مادّہ کی پیمائش

ترازُو

مروّج ترازُو کے ذریعہ سے کمیتِ مادّہ کی جو پیمائش ہوتی ہے اُس میں دو قوتوں میں اِس طرح سے توازن پیدا ہوتا ہے کہ بیرم پر اُن کے معیارِ اثر مساوی اور متضاد سمتوں میں ہوتے ہیں۔

جب یہ صورت حاصل ہوجاتی ہے تو یہ قوتیں اگر آپس میں متوازی ہوں تو وہ بیرم کے نصاب سے نقاطِ عمل کے فاصلوں کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتی ہیں۔

قوتیں جو ترازُو کی ڈنڈی پر عمل کرتی ہیں وہ ڈنڈی سے لٹکتی ہوئی کمیتِ مادّہ کے وزن ہیں۔ اور اِس طریقہ سے اِن کمیتوں کے اوزان کی نسبت معیّن ہوجاتی ہے۔ چونکہ کسی جسم کا وزن اُس کی کمیت کے متناسب ہوتا ہے اِس لئے مادّہ کی کمیتوں کے درمیان جو نسبت ہے وُہی نسبت اِن کے وزنوں میں بھی ہے۔ اِس مسئلہ کو

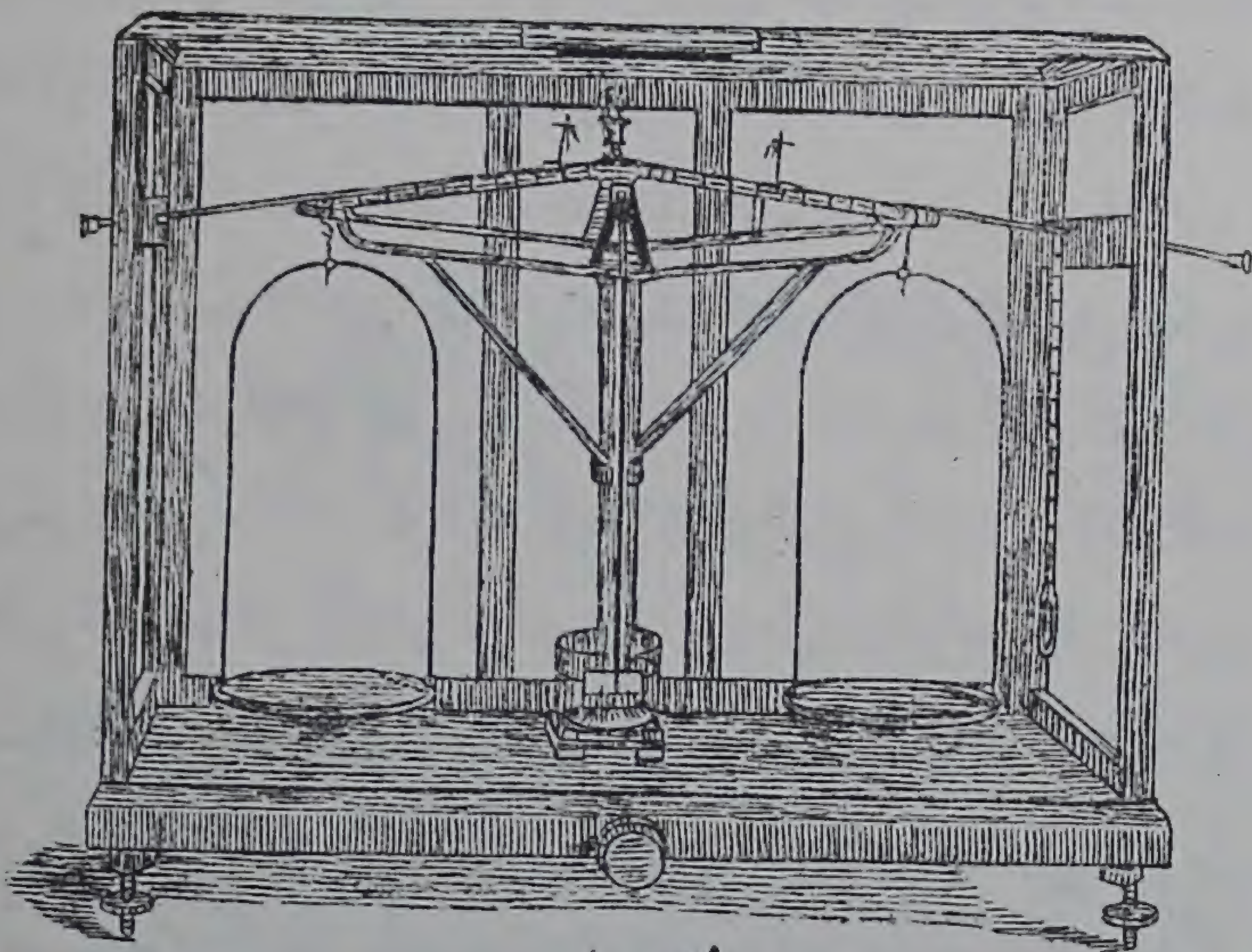
یوں لکھ سکتے ہیں :-

جب ڈنڈی تعادل میں ہو تو اِس سے لٹکتے ہوئے مادّہ کی کمیتوں کی نسبت اُن بازوؤں کی نسبت کا مقلوب ہے جن سے وہ کمیتیں لٹک رہی ہیں۔

معمولی ترازو میں ڈنڈی ایک سخت سلاخ ہوتی ہے جس کی ساخت بعض اوقات شہتیر کی سی ہوتی ہے۔ یہ ڈنڈی ایک ایسے دھار دار کنارہ پر ٹھیری ہوئی ہوتی ہے جو ترازو کے ستون کے اُوپر کی چپٹی تختیوں پر دھرا رہتا ہے۔ ڈنڈی کے دونوں سروں پر بھی دھار دار کنارے چڑھے ہوتے ہیں جن پر سے دونوں پلڑے لٹکتے ہیں۔

ڈنڈی کے دونوں حصّے ترازو کے بازو کہلاتے ہیں۔ نصاب اور پلڑوں کے نقاطِ تعلیق کے لئے دھار دار کنارے اِس لئے استعمال ہونے چاہئیں کہ ترازو کے بازو ایک معیّن طول کے ہوں۔ چونکہ حالتِ توازن میں ان دو بازوؤں کی نسبت، مادّہ کی اُن کمیتوں کا مقلوب ہے جو پلڑوں پر دھری ہیں اِس لئے ظاہر ہے کہ اِس نسبت کو صحیح طور سے معلوم کرنے کے لئے خود بازوؤں کے طول بھی معیّن ہونے چاہئیں۔ عام طور پر یہ نسبت مساوات کی نسبت ہوتی ہے۔ لیکن بعض اوقات یہ نسبت $\frac{1}{10}$ کی ہوتی ہے۔ چونکہ دھار دار کناروں پر بہت سا بوجھ پڑتا ہے اِس لئے چاہئے کہ وہ کسی سخت چیز کے بنے ہوں۔ تاکہ جب ترازو پر وزن ڈالا جائے تو وہ خراب نہ ہو جائیں یا اُن کی شکل نہ بگڑ جائے۔

جن ترازوؤں میں معتدل صحت مقصود ہو اِن میں یہ دھار دار کنارے سخت فولاد کے بنائے جاتے ہیں۔ مگر سائنس کے کاموں میں جہاں غایت درجے کے نازک و حسّاس ترازو کی ضرورت پڑتی ہے فولاد کی جگہ سنگِ یشب استعمال کیا جاتا ہے۔ ترازو سے کام نہ لینے کی حالت میں دھار دار کناروں پر بلا ضرورت بار نہ ڈالنے کی غرض سے

ترازو میں ایک ایسا بیرم لگا رہتا ہے جس کے ذریعہ سے ڈنڈی دھار دار ٹیکنوں سے اُٹھا کر ایک ایسی پیتل کی سلاخ پر رکھ دی جاسکتی ہے جو ایک دو شاخہ نما سلاخ کے ذریعہ سے ستون میں لگی رہتی ہے ۔ یہ بیرم پلڑوں کو بھی اُٹھاتا ہے ۔ اِس طرح کہ اِن کا بوجھ ڈنڈی کے سِروں کے دھار دار کناروں پر نہیں پڑتا ۔ یہ انتظام ترازو کی روک کہلاتا ہے ۔

شکل ۱
حسّاس ترازو

ترازو کو اِدھر اُدھر ہٹانے یا اُس کے پلڑوں میں باٹوں کو بدلنے سے پہلے ڈنڈی کو اِس طرح اُوپر یا نیچے کرنا چاہیے کہ وہ مذکورہ بالا پیتل کی دو شاخہ نما سلاخ پر بیٹھ جائے تاکہ دھار دار کنارے ٹوٹ نہ جائیں یا بدشکل نہ ہو جائیں اور اِسی لئے یہ ضروری ہے کہ ڈنڈی آہستہ آہستہ اُوپر اُٹھائی جائے یا نیچے اُتاری جائے ۔

اکثر مقاصد کے لئے معمولی ترازو کے بازوؤں کو بالکل مساوی فرض کر سکتے ہیں ۔ پس حالتِ توازن میں جس جسم کا وزن کیا جاتا ہے

اُس کے مادّہ کی کمیت باٹوں کی کمیتِ مادّہ کے برابر فرض کی جاسکتی ہے ۔ اگر دونوں بازو بالکل برابر نہ بھی ہوں تو اکثر تجربوں کی صحت میں ذرا بھی اثر نہیں پڑتا بشرطیکہ ہر تجربہ میں 'باٹ' ایک ہی پلڑے پر رکھے جائیں اور مجہول کمیت دُوسرے پلڑے پر ۔ اگر ایسا عمل کیا جائے تو "باٹ" مجہول کمیتوں کے مساوی تو نہ ہونگے مگر اُن کے ساتھ ایک مستقل نسبت رکھینگے ۔ اور چونکہ اکثر تجربوں میں مادّہ کی مختلف کمیتوں کی نسبت ہی درکار ہوتی ہے اِس لئے خاص نتیجہ پر اِس کا کوئی اثر نہ پڑیگا ۔

اچھا طریقہ یہ ہے کہ باٹ ہمیشہ داہنے پلڑے میں اور مجہول کمیت بائیں پلڑے میں رکھی جائے ۔

جب کمیتوں کے مقابلہ کرنے کے لئے ترازُو استعمال کی جاتی ہے تو یہ لازمی ہے کہ بحالتِ عدم بار ڈنڈی اور پلڑے وغیرہ توازن میں ہوں ۔ اِس کے بعد جب مجہول کمیت کے ساتھ دُوسرے پلڑے پر کے باٹ توازن قائم کردیں تو اِس حالت میں دونوں پلڑوں پر کی کمیتیں مساوی ہونگی ۔ اور ڈنڈی اُفق کے متوازی ہو کر ٹھیر جائیگی یا اُفقی سمت کے گرد اہتزاز کرنے لگیگی ۔ اِس کی جانچ کے لئے ایک لمبا سا نمائندہ ڈنڈی کے وسط میں مضبوطی سے لگا دیا جاتا ہے ۔ اِس نمائندہ کا نچلا سِرا ایک درجہ دار پیمانہ کے سامنے جُھولتا ہے جو ترازُو کے سُتون میں لگا ہُوا ہوتا ہے ۔ جب ڈنڈی میں توازن پیدا ہو جاتا ہے تو اِس نمائندہ کا سِرا پیمانہ کے وسطی نشان کے گرد جُھولنے لگتا ہے ۔ اور اِس سے ڈنڈی کی اُفقیت جانچنے کا ایک حسّاس طریقہ حاصل ہو جاتا ہے ۔

ترازُو پر وزن رکھنے کے قبل چُوڑی دار پایوں کی مدد سے ترازُو کی سطح اِس طرح سے درست کر لینی چاہیے کہ ستون انتصابی

سمت میں ہو (یہ بات آلہ کے اُفق نما یا شاقول کی مدد سے دریافت ہو جاتی ہے)۔ جب یہ صورت حاصل ہو جائے تو مذکورہ بالا پیرم کے ذریعہ سے ڈنڈی کو دھار دار کنارہ پر رکھ کر نمایندہ کے نچلے سرے کی حرکت کا مشاہدہ کرنا چاہیے۔ بالعموم نمایندہ کے اہتزاز پیمانہ کے مرکز کے گرد نہیں ہوتے۔ لیکن اگر اس کا وسطی مقام مرکز سے دُور نہ ہو تو ترازو کو بغیر مزید درستی کے استعمال کر سکتے ہیں۔ کسی جسم کے تولنے میں باٹ اُس وقت تک کم و بیش کئے جائیں جب تک کہ اہتزاز اُسی مقام کے گرد نہ ہونے لگے جس کے گرد کہ عدم بار کی حالت میں ہو رہا تھا۔ اِس عمل کو "کاذب صفر" کے ساتھ عمل کرنا کہتے ہیں۔

اگر یہ "کاذب صفر" بحالتِ عدم بار پیمانہ کے مرکز سے کئی درجہ پر ہوں تو تولنے کے قبل ترازو کے اِس نقص کو دُور کر لینا چاہیے۔ عموماً اِس نقص کا تدارک ڈنڈی کے سروں پر چوڑی دار حلقوں سے ہو جاتا ہے۔ یہ حلقے ڈنڈی پر آگے پیچھے ہٹ سکتے ہیں۔ بعض ترازوؤں میں ایک چھوٹی سی جھنڈی ڈنڈی پر رکھی رہتی ہے۔ اِس کے مقام کو بھی بدل کر نمایندہ بحالتِ عدم بار پیمانہ کے مرکز پر لایا جاتا ہے۔

اِس امر کی کوشش اُس وقت تک نہیں کرنی چاہیے جب تک کہ طلبہ کو ترازو کی دست وَرزی سے پُوری واقفیت حاصل نہ ہو جائے۔ اِن حلقوں کو آگے پیچھے ہٹانے میں سخت احتیاط کی ضرورت ہے۔ کیونکہ ایسا نہ کرنے سے ترازو کے مختلف حصّوں کو نقصان پہنچنے کا خدشہ رہتا ہے خصوصاً دھار دار کناروں کو۔

جب ترازُو (نمایندہ) بحالتِ عدم بار اپنے مرکزی محل یا کاذب صفر کے گرد جُھولنے لگے تو ڈنڈی کو اُتار کر آہستہ سے مجہول کمیت کو بائیں پلڑے پر رکھنا چاہئے۔ اِس کے بعد باٹوں کو صندوقچہ سے نکال کر دائیں پلڑے پر اِس طرح رکھنا چاہیئے کہ پہلے بڑے باٹ رکھے جائیں اور اِس کے بعد چھوٹے چھوٹے باٹ ترتیب وار یکے بعد دیگرے بدلے جائیں۔

جب کبھی پلڑے کو باٹ کے ہٹانے یا رکھنے کی غرض سے چھونا ہو تو ڈنڈی کو ضرور نیچے اُتار لینا چاہئے۔ خواہ باٹ کتنا ہی چھوٹا کیوں نہ ہو۔ تعادل کا اندازہ لگانے کے لئے ڈنڈی کو پُورے طور سے اُٹھانا بالکل بیکار ہے۔ کیونکہ عدم تعادل کا پتہ نمایندہ کی حرکت سے بخوبی ہو جاتا ہے۔ ڈنڈی کو پُورے طور سے اُٹھانے کی ضرورت اُس وقت تک نہ ہوگی جب تک کہ سنتی گرام کے باٹ نہ استعمال کئے جائیں۔

بعض اوقات جب ایک سنتی گرام سے کم کا باٹ صندوقچہ میں نہیں ہوتا ہے تو اِس صورت میں ملی گرام یا اِس سے کم کا وزن ایک راکب کے ذریعہ سے دریافت ہو جاتا ہے۔ یہ راکب تار کو موڑ کر اِس طرح بنایا جاتا ہے کہ وہ ترازُو کی ڈنڈی پر بیٹھ سکے۔ اِس کا وزن عموماً ایک سنتی گرام ہوتا ہے۔ ڈنڈی پر ایسے نشانات دیئے رہتے ہیں کہ نشانوں کا درمیانی فاصلہ بازُو کے طول کا دسواں حِصّہ ہوتا ہے۔ راکب کو ڈنڈی پر آگے پیچھے ہٹا کر ترازُو میں تعادل قائم کیا جاتا ہے۔ اور حالتِ تعادل میں راکب کے محل کو دیکھ لیا جاتا ہے۔ ظاہر ہے کہ ڈنڈی پر ایک سنتی گرام وزنی راکب نصاب سے بازُو کے $\frac{1}{10}$ ویں حِصّہ کے فاصلہ پر پلڑے میں کے ایک ملی گرام کے وزن کے برابر ہے۔ اور $\frac{2}{10}$ ویں حِصّہ کے فاصلہ پر ۲ ملی گرام کے برابر و علیٰ ہٰذا۔ اِس طرح سے سنتی گرام راکب کے ذریعہ سے کسی جسم کا وزن ایک ملی گرام یا اِس سے کم کی حد تک

دریافت کیا جا سکتا ہے۔ بشرطیکہ ترازُو کا بازو مندرجہ بالا طریقہ سے
درجہ دار ہو۔ اور ترازو بھی کافی طور سے ایسا حساس ہو کہ وزن میں
اِس حد تک کا فرق متمیز ہو جائے۔

باٹوں کے صندوقچہ کے ساتھ اِتنی ہی احتیاط برتنی لازم ہے
جتنی کہ ترازُو کے ساتھ۔ باٹ میں اگر زنگ لگ جائے تو اِس کی قیمت
میں فرق آجاتا ہے اِس لئے یہ احتیاط ہونی چاہئے کہ باٹوں سے تیزاب،
پارا، یا پانی لگنے نہ پائے۔ اگر زنگ لگنے کی وجہ سے کسی بڑے باٹ
کی قیمت میں ایک ملی گرام سے زیادہ اضافہ ہو گیا ہو تو اِس حالت
میں ملی گرام کی حد تک تولنا بالکل بے معنی ہوگا۔ کسی اچھے اور درست
صندوقچہ کے باٹوں کو خواہ وہ چھوٹے ہوں یا بڑے ہمیشہ چمٹے کے ذریعہ
سے اُٹھانا چاہئے اور اِس بات کا لحاظ رکھنا ضروری ہے کہ چھوٹے باٹ
مُڑنے نہ پائیں۔ اِن کو اِس کنارے سے پکڑنا چاہئے جو اِس کے لئے
مخصوص ہے۔ چھوٹے باٹوں کی دست ورزی کی سہولت کے لئے
اِن کو ترازو کے پلڑے میں بڑے باٹوں کے اُوپر رکھنا چاہیئے۔

کسی تجربہ میں جہاں تک ممکن ہو باٹ ایک ہی صندوقچہ
سے لینے چاہئیں اگر دو صندوقچوں کی ضرورت پڑ جائے تو استعمال
کے بعد باٹوں کو اپنے اپنے صندوقچے میں واپس رکھ دینا چاہئے۔

جب تولنے کا عمل ختم ہو جائے تو باٹوں کا حساب (جب
وہ پلڑے ہی میں ہوں) بیاض میں نوٹ کر لینا چاہیئے۔ بعد ازاں ہر
باٹ کو پلڑے سے صندوقچہ میں داخل کرتے وقت اِس کی قیمت
علیحدہ علیحدہ قلمبند کر لینی چاہئے۔ اِس طریقہ سے بھی باٹوں کی مجموعی
قیمت معلوم ہو جائیگی۔

اور اِس طرح سے کوئی غلطی ہو بھی جائے تو وہ معلوم ہو
سکیگی اور اِس کی صحت بھی ہو جائیگی۔ اگر یہ احتیاط نہ برتی جائے تو
ممکن ہے کہ تولنے کے عمل کو دُہرانا پڑے اور کُل تجربہ بیکار ثابت ہو۔

اگر جسم اور کمرہ کی تپش میں کوئی معتدبہ فرق ہو تو جسم کا وزن صحت کے ساتھ دریافت نہیں ہو سکتا۔ کیونکہ اِس حالت میں ہوا میں حملی رَوئیں پیدا ہو جاتی ہیں۔ اگر جسم ہوا سے ٹھنڈا ہو تو جسم پر رطوبت منجمد ہو سکتی ہے۔ اور اِس کی وجہ سے تعین شدہ وزن اصلی وزن سے زیادہ ہو جائیگا۔

کوئی زنگ انگیز مایع ترازُو کے صندوق کے اندر اُس وقت تک داخل نہ کیا جائے جب تک کہ مائع کے برتن کو ڈاٹ کے ذریعہ سے بند نہ کر دیا جائے۔ ترازُو میں داخل کرنے کے قبل، مایع کے برتن کے بیرونی حصّوں کو خوب خشک اور صاف کر لینا چاہیئے۔

تجربہ ۱ - ترازُو کے ذریعہ سے کسی جسم کے مادّہ کی کمیّت کی تعین۔

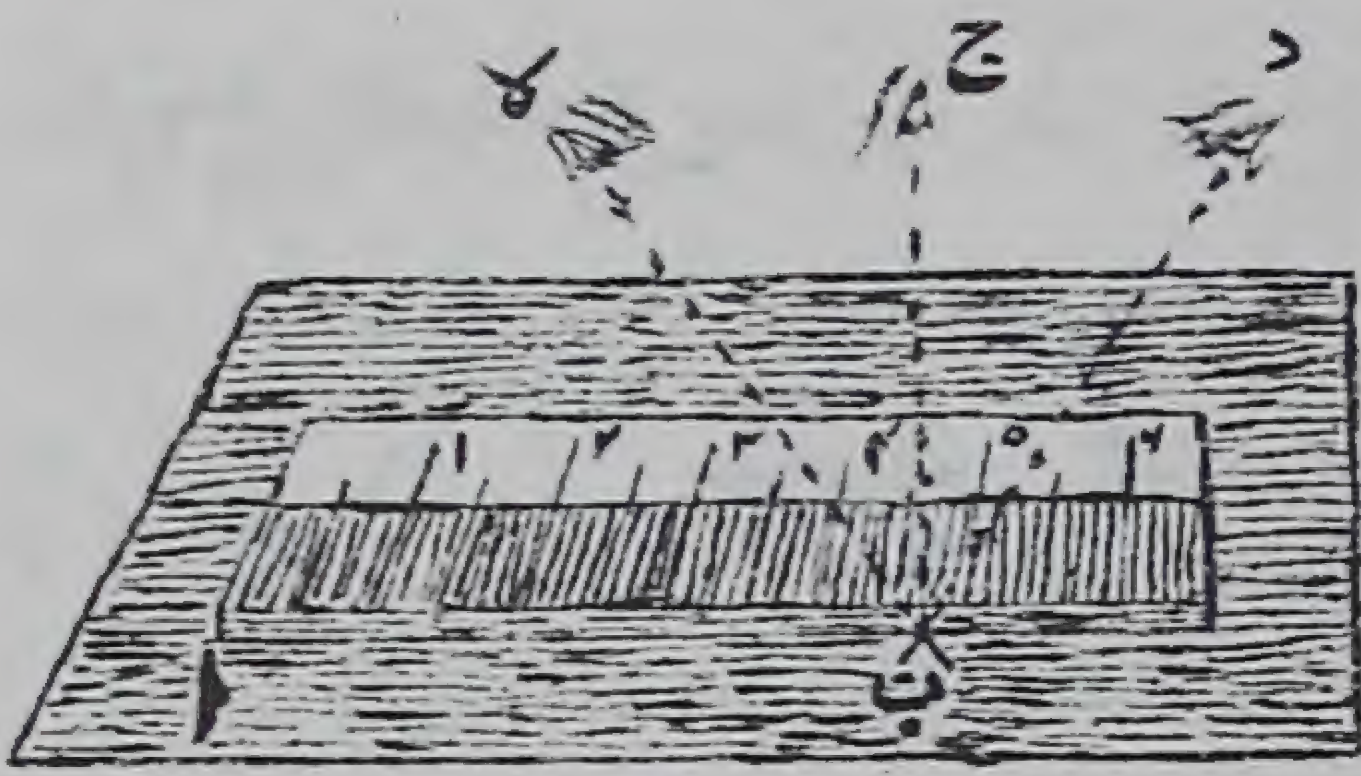
پیچوں کے ذریعہ سے ترازُو کی سطح درست کرو۔ دستہ گھُما کر ڈنڈی کو آزاد کرو اور اِس بات کا لحاظ رکھو کہ ڈنڈی بغیر کسی رکاوٹ کے دھار دار کناروں پر بیٹھ جائے۔ اگر ڈنڈی نہ ہلنے لگے تو پلڑوں میں سے کسی ایک پر ہاتھ کو جلد جلد ہلا کر ہوا کی دھیمی رَو پیدا کرو۔ اِس طریقہ سے جب ڈنڈی اُوپر نیچے آزادانہ ہلنے لگے تو نمایندہ کا اوسط مقام پیمانہ پر مشاہدہ کرو۔ اگر ترازو کے ہلنے کو موقُوف کرنا ہو تو جب نمایندہ وسطی مقام کے قریب آجائے تو "روک" استعمال کرو۔ کمیتِ مجہول کو بائیں پلڑے پر رکھو اور ایک ایسا باٹ دائیں پلڑے پر رکھو جو بائیں طرف کے وزن سے توازن قائم کرنے کے لئے کافی معلوم ہو۔ ڈنڈی کو آزاد کرکے دیکھو کہ باٹ ضرورت سے زیادہ ہے یا کم۔ تولنے کے عمل کو جاری رکھو مگر باٹوں کو اِس طرح استعمال کرو کہ پہلے بڑا رکھو اور بعدہٗ چھوٹا اور اِسی طریقے سے باٹ کو بتدریج کم کرتے جاؤ۔ جب تک کہ پُورا توازن پیدا نہ ہو جائے اِس بات کا ہمیشہ خیال رہے کہ باٹوں کو رکھتے یا ہٹاتے ہوئے ترازُو کی حرکت کو روک لینا چاہیئے۔ جب کہ نمایندہ اُسی اوسط مقام کے گِرد ہلنے لگے جس کے

گرد پہلے وہ ہلتا تھا تو ترازو کو روک لو۔ اور جب باٹ پلڑے ہی پر رہیں
تو ان کو محسوب کرکے نتیجہ درج کرلو۔ جب باٹ یکے بعد دیگرے پلڑے سے
ہٹا کر صندوقچہ میں رکھے جائیں تو اُس وقت بھی ان کو گن لو۔ اس عمل
سے باٹوں کے حساب میں غلطی کا احتمال کم ہو جائیگا۔ مذکورۂ بالا طریقہ سے
پہلے دو اجسام "ا" اور "ب" کی کمیت جُدا جُدا دریافت کرو۔ بعد
اس کے دونوں اجسام کی مجموعی کمیت دریافت کرو اور اس طرح سے
جو قیمت حاصل ہوگی وہ دونوں کمیتوں کا حاصل جمع ہوگا۔

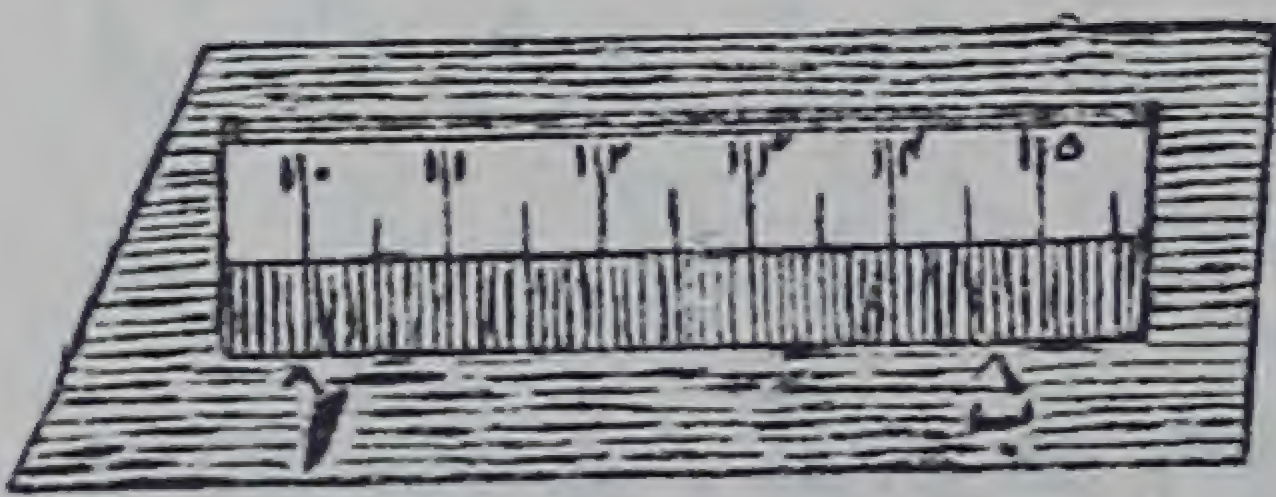
۲۔ طول کی پیمائش

طبیعیات کے طلبہ کے لئے طول کی پیمائش شاید سب سے
آسان مشق ہے باوجودیکہ سائنس کے کسی صحیح عملی کام شروع کرنے کے قبل
طول کے پیمانے کے استعمال سے ہر کوئی واقف رہتا ہے لیکن مختلف قسم
کے طول کی پیمائش میں جداگانہ صحت کی ضرورت پڑتی ہے اس لئے ہم چند
خاص خاص صورتوں میں صحت کے مختلف درجے حاصل کرنے کے
طریقوں کی توضیح کرینگے۔

یہاں اس امر کا خیال رکھنا چاہیئے کہ طول کی کل پیمائشوں میں
دو مُشاہدے ضرور کئے جاتے ہیں کیونکہ جس طول کی پیمائش ہوتی ہے
اُس کے ہر ایک سرے پر مُشاہدہ کیا جاتا ہے۔ اس وجہ سے طول کی
قیمت میں دوہری غلطی کا احتمال رہتا ہے۔

معمولی پیمانہ سے جو مشاہدات کئے جاتے ہیں اُن کی صحت محدود
ہے کیونکہ درجوں کے نشان میں کچھ نہ کچھ موٹائی رہتی ہے اور آنکھ بھی
براہِ راست درجوں کی کسروں کو ۰۱ء ملی میٹر سے قریب تر اندازہ نہیں
کرسکتی۔ اس لئے معمولی پیمانہ سے طول کا اندازہ کرنے میں صحت
۰۲ء ملی میٹر سے زیادہ حاصل نہیں ہوسکتی ہے۔ اگر اس سے اعلیٰ درجہ

کی صحت مقصود ہو تو ایک ایسے آلہ کا استعمال لازمی ہے جس سے آنکھ کو مدد ملے۔ اور یہ بھی لازم ہے کہ درجوں کے نشانات بھی باریک اور منتظم ہوں۔ اگر پیمانے کو لِٹا کر رکھیں تو اِس کے استعمال سے ۰۰۲ رملی میٹر سے زیادہ کی بھی غلطی ہوسکتی ہے کیونکہ اِس صورت میں پیمانے کی موٹائی کی وجہ سے اختلافِ منظر کی معتدبہ غلطی ممکن ہے۔

شکل ۲
اختلافِ منظر کی وجہ سے غلطی

پیمانے کا درجہ دار کنارا ہمیشہ اِس طرح سے رکھا جانا چاہئے کہ وہ اُن دو نقطوں سے رِلا ہوُا ہو جن کے درمیانی فصل کی پیمائش ہوتی ہے اِس امر کے لئے ضروری ہے کہ پیمانے کو درجہ بند پہلو پر کھڑا رکھا جائے۔ مثلاً اگر دو نشان کاغذ پر بنے ہوں تو اِن کا درمیانی فاصلہ ناپنے کے لئے پیمانے کو ایسا رکھنا چاہئے جیسا کہ شکل ۳ میں دکھایا گیا ہے۔

شکل ۳
پیمانہ کے استعمال کا صحیح طریقہ

جب کسی جسم کے طول کی پیمائش براہِ راست پیمانے کے ذریعہ ممکن نہ ہو تو اِس صورت میں ڈویڈر[۵] یا اندرونی یا بیرونی "مرل چاپ" استعمال کیا جاسکتا ہے۔ چند حالتوں میں بیم کمپاس بکار آمد ہے۔ یہ ایک اُستوار سلاخ ہے جس میں دو ایسے ٹکڑے لگے ہیں جو آگے پیچھے سلاخ پر حرکت کرسکتے ہیں اور اِن میں کمپاس کی دو نوکیں لگی ہوئی ہیں جو

---

۵ Divider

سلاخ پر علی القوائم ہیں۔

وِرنیئر (کسر پیما) کا اصول

پی وِرنیئر[1] (۱۵۸۰ء - ۱۶۳۷ء) نے پیمائش کی ایک ایسی قابلِ تعریف ترکیب نکالی ہے جس سے پیمائش میں عینی اندازہ کی صحت سے کہیں اعلیٰ تر صحت حاصل ہو سکتی ہے۔ یہ ترکیب ایک آلے پر مشتمل ہے جو اُسی کے نام سے موسوم ہے۔ اس میں ایک چھوٹا معاون پیمانہ ہے جو معمولی پیمانے پر آگے پیچھے حرکت کر سکتا ہے۔ یہ معاون پیمانہ **وِرنیئر پیمانہ** کہلاتا ہے۔ اِس کے درجے معمولی پیمانوں کے درجوں سے یا تو بڑے ہوتے ہیں یا چھوٹے۔

اِس آلہ کی بڑی خوبی یہ ہے کہ وہ بالکل سادہ ہے۔ اور اگر معاون پیمانے کی درجہ بندی موزوں ہو تو ہم اِس کے ذریعہ سے درجہ کی کسی کسر کو جس کی ضرورت ہو کافی صحت کے ساتھ پیمائش کر سکتے ہیں۔

عموماً کسر پیما اُس شکل میں استعمال کیا جاتا ہے جس میں ورنیئر (معاون پیمانے) کے درجے اصلی پیمانوں کے درجوں سے کچھ چھوٹے ہوتے ہیں۔ اس لئے اِسی قسم کے کسر پیما کا بیان کیا جائیگا اگرچہ دونوں شکلوں کے کسر پیما میں ایک ہی اصول کی پابندی کی جاتی ہے۔

معاون پیمانے کی درجہ بندی ایک ایسے درجہ سے شروع کی جاتی ہے جس کو ورنیئر کا صفر کہہ سکتے ہیں۔ اِس درجہ پر یا تو پیکان کی شکل بنی ہوتی ہے یا کسی اور قسم کا امتیازی نشان لگا دیا جاتا ہے۔ پیمانے پر ورنیئر کے صفر کے ایک طرف "ن" برابر برابر درجے بنائے جاتے ہیں اور بعض اوقات صفر کی دُوسری طرف بھی ایک یا دو درجے رہتے ہیں۔ ورنیئر کے یہ "ن" درجے اصلی پیمانے کے (ن - ۱) درجوں کے برابر ہوتے ہیں۔

---

[1] P. Vernier

اِس لئے ورنیئر کا ہر ایک درجہ اصلی پیمانے کے ہر ایک درجے کے $\frac{ن-۱}{ن}$ کے برابر ہوگا۔ بناء بریں ورنیئر کا ہر ایک درجہ اصلی پیمانے کے ہر ایک درجے سے بہ مقدار اصلی پیمانے کے ایک درجے کے $\frac{۱}{ن}$ کے کم ہوگا یا یوں کہو کہ :—

۱ اصلی پیمانے کا درجہ - ۱ ورنیئر کا درجہ = $\frac{۱}{ن}$ اصلی پیمانے کا درجہ

اِس مقدار کو (یعنی اصلی پیمانے کے ایک درجے کے $\frac{۱}{ن}$ حِصّے کو) "ورنیئر کا مستقل یا **شمار اقل**" کہتے ہیں۔ اِس طریقے سے ورنیئر کو اصلی پیمانے کے ایک درجے کے $\frac{۱}{ن}$ حِصّے تک کی پیمائش کرنے میں استعمال کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ ورنیئر کا پیمانہ اصلی پیمانے پر اِتنا ہٹایا گیا ہے کہ ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے کسی ایک درجے کے نشان سے ٹھیک مل گیا ہے اِس حالت میں اصلی پیمانے کے صفر اور ورنیئر کے صفر کا درمیانی فاصلہ اصلی پیمانے کے پُورے پُورے درجوں کے برابر ہوگا۔ اور یہ وُہی فاصلہ ہے جس کو ہم دریافت کرنا چاہتے ہیں۔ ورنیئر کے درجوں کے دُوسرے نشانات اصلی پیمانے کے درجوں کے ساتھ ٹھیک نہیں ملینگے بلکہ وہ یعنی (ورنیئر کے دُوسرے نشانات) بالترتیب اصلی پیمانے کے ایک درجے کا $\frac{۱}{ن}$، $\frac{۲}{ن}$، $\frac{۳}{ن}$ وغیرہ حِصّہ پیمانے کے صفر کی طرف ہٹ کر رہینگے۔

اب فرض کرو کہ ورنیئر اصلی پیمانے پر کچھ اَور آگے اِتنا ہٹایا گیا کہ ورنیئر کے صفر نے اصلی پیمانے کے ایک درجے کا $\frac{۱}{ن}$ حِصّہ طے کیا۔ اِس سے صاف ظاہر ہے کہ ورنیئر کے درجے کا نشان (۱) ہٹ کر اصلی پیمانے کے کسی درجہ سے مل جائیگا۔ اب اگر ورنیئر کو اور آگے اِتنا بڑھایا جائے کہ صفر اصلی پیمانے کے درجے کا $\frac{۱}{ن}$ حِصّہ پھر طے کرے تو ورنیئر کے درجے کا نشان (۲) اصلی پیمانے کے کسی درجے سے مل جائیگا۔ اگر ورنیئر کے صفر کا کُل طے کیا ہُوا فاصلہ اصلی درجے کے $\frac{۳}{ن}$ حِصّے کے

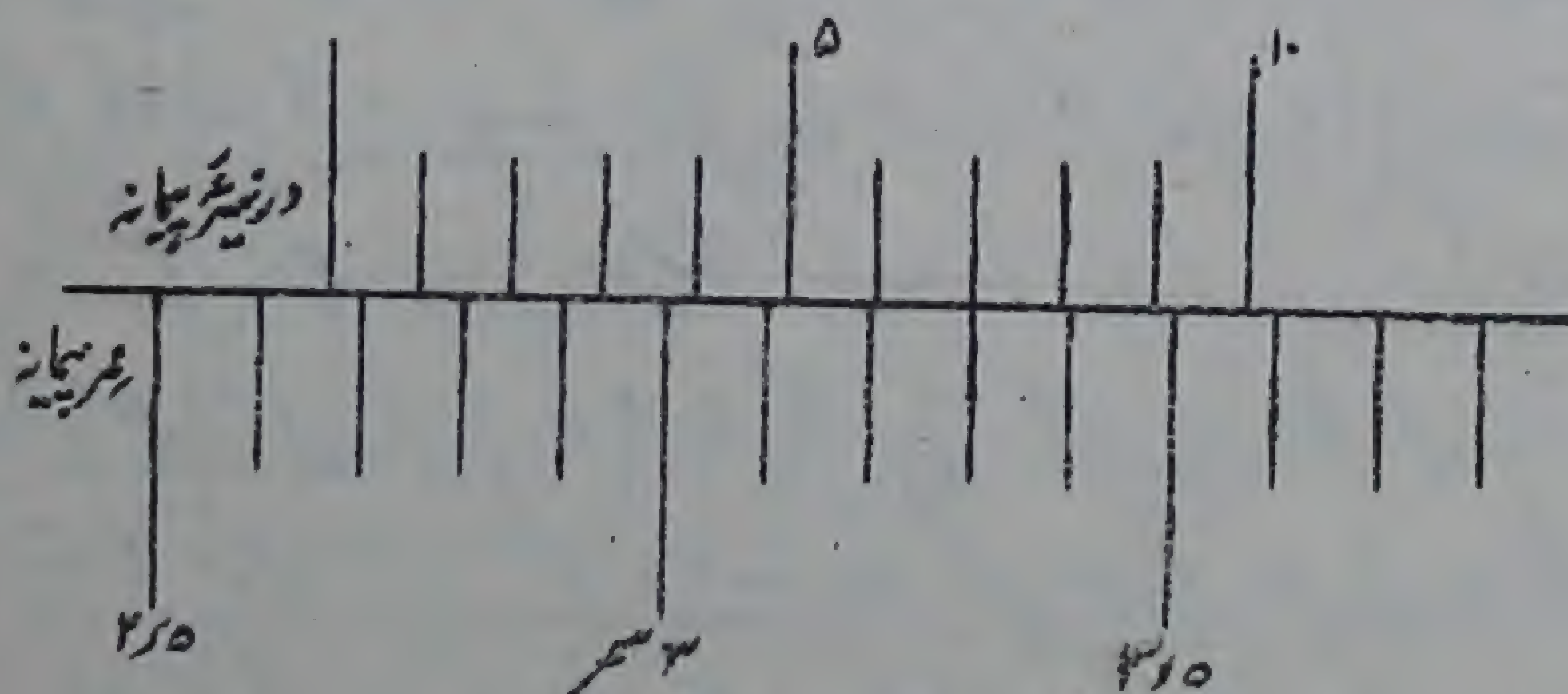
برابر ہو تو ورنیئر کا نشان (۳) اصلی پیمانے کے کسی ایک درجے سے مِل جائیگا وعلیٰ ہٰذا۔

اگر ورنیئر کا نشان (م) اصلی پیمانے کے کسی درجے کے ساتھ مل جائے تو اس سے یہ معلوم ہوگا کہ ورنیئر کے صفر نے اپنے ٹھیک اگلے اصلی درجے سے ایک اصلی درجے کا $\frac{م}{ن}$ واں حصۂ فصل طے کیا ہے۔

ورنیئر کا پیمانہ استعمال کرتے وقت سب سے پہلے "شمارِ اقل" دریافت کر لینا چاہیئے۔ اِس کے بعد مندرجہ ذیل قاعدے سے درجوں کو پڑھنا چاہیئے:۔

ورنیئر پیمانے کے صفر سے جو ٹھیک اگلا اصلی درجہ ہے اُس کو پڑھ لو۔ ورنیئر کے اِس نشان کو بھی پڑھ لو جو کسی ایک اصلی درجے سے مِلا ہوا ہے۔ یہ نشان کچھ عدد بتائیگا اور اصلی درجے کے $\frac{۱}{ن}$ حصّے کا اِتنا ہی گُنا اصلی پیمانے کے اُن درجوں میں جوڑ دو جو پہلے پڑھے جا چکے ہیں۔ جو نتیجہ نکلیگا وہ اصل پیمانے کے صفر سے ورنیئر پیمانے کے صفر کا فاصلہ ہوگا۔

ذیل میں دو مثالیں دی گئی ہیں جن میں ورنیئر کے معائنہ اور استعمال کرنے کا طریقہ بتایا گیا ہے:۔

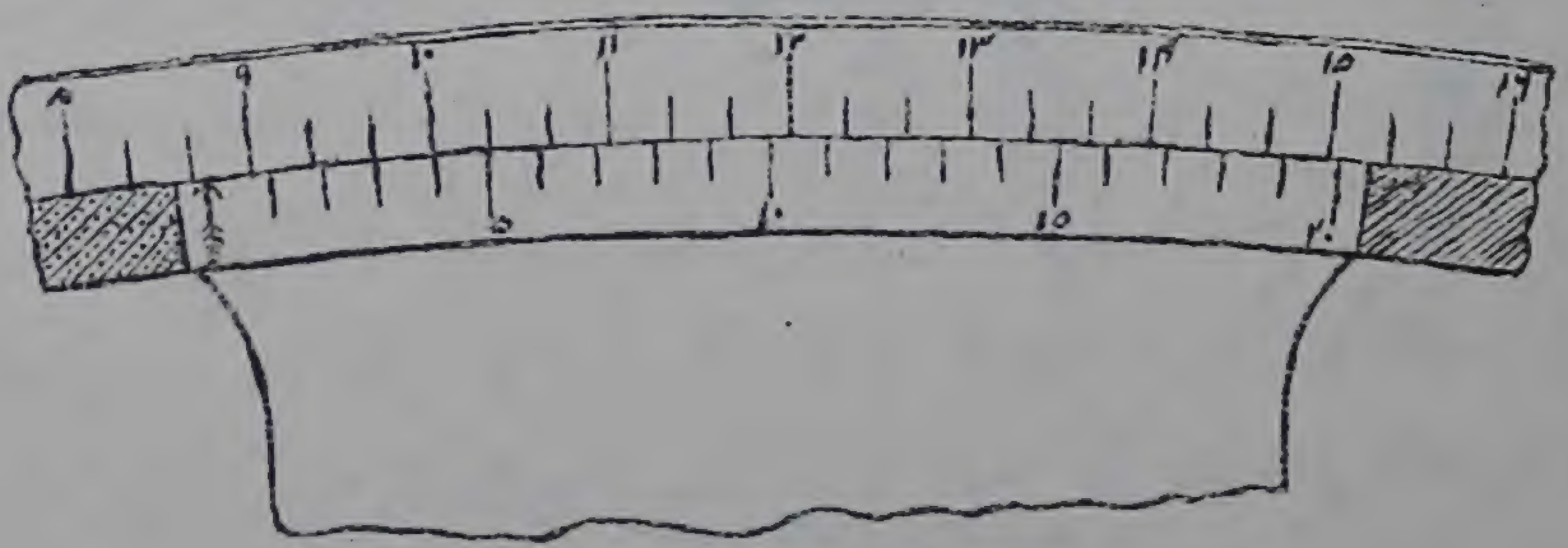
(۱) ورنیئر کے پیمانے میں دس درجے ہیں اور اصلی پیمانے کا ہر درجہ ایک مِلی میٹر ہے۔ ورنیئر کے دس درجے نو مِلی میٹر کے برابر ہیں شکل ۷ؔ

شکل ۷ۓ۔ ورنیئر پیمانہ

میں دیکھو کہ ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے چھبیسویں اور ستائیسویں نشان کے درمیان واقع ہے۔ اور ورنیئر کا ساتواں نشان ملی میٹر پیمانے کے ایک خاص درجہ کے ساتھ ایک سیدھ میں ہے۔ دریافت طلب یہ ہے کہ ورنیئر کا صفر کس مقام پر ہے۔

ورنیئر کا مستقل ۰.۱ ملی میٹر ہے کیونکہ ورنیئر کے دس درجے اصلی پیمانے کے نو درجوں کے برابر ہیں اور اصلی پیمانہ کا ہر درجہ ایک ملی میٹر ہے۔

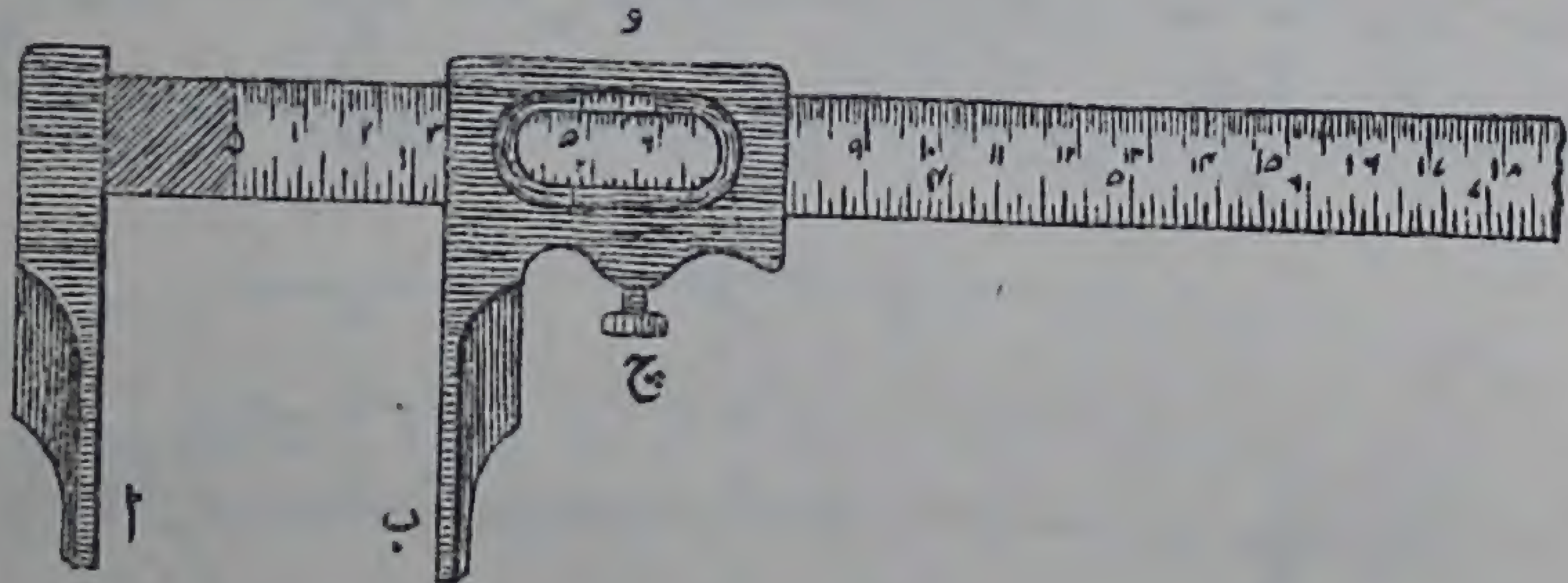
اصلی پیمانے پر ورنیئر کے صفر کے ٹھیک پہلے ۲۶ ملی میٹر کا نشان ہے۔ چونکہ ورنیئر پر اصلی درجوں کے $\frac{۱}{۱۰}$ حصہ تک پڑھ سکتے ہیں اس لئے مقام دریافت طلب ۲۶.۷ ملی میٹر ہے۔ [واضح رہے کہ اصلی پیمانے کے اُس نشان سے جو ورنیئر کے ساتویں نشان کی سیدھ میں ہے پیمائش میں کوئی کام نہیں لیا جاتا]۔

(۲) ایک مدور پیمانہ اس طریقہ سے زاویوں میں تقسیم کیا گیا ہے کہ اس کا ہر زاویہ ۱° کے برابر ہے اور ہر درجے کے تین مساوی حصے کئے گئے ہیں یا یوں کہئے کہ پیمانے کا ہر بڑا درجہ ۱° کے برابر ہے اور ہر چھوٹا درجہ $\frac{۱}{۳}^\circ$ کے۔

اس پیمانے میں ایک ورنیئر بھی لگا ہوا ہے۔ ورنیئر کے بیس درجے اصلی پیمانے کے اُنیس چھوٹے درجوں کے برابر ہیں اس لئے ورنیئر کا مستقل = $\frac{۱}{۲۰} \times \frac{۱}{۳}^\circ = ۱'$ (منٹ کے)۔ شکل ۵ کو دیکھو۔ ورنیئر کا صفر بڑے درجوں

شکل ۵۔ مدوّر پیمانہ اور ورنیئر

کے نشان ۸ اور ۹ کے درمیان واقع ہے۔ مگر وہ اِس بڑے درجے کے آخری حصّے میں ہے۔ ورنیئر کا چوتھا نشان اصلی پیمانے کے ایک خاص نشان کی سیدھ میں ہے۔ دریافت طلب یہ ہے کہ ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے کتنے زاوئیے بتاتا ہے۔

ورنیئر کے صفر سے ٹھیک پہلے کا اصلی نشان $۸\frac{۲}{۳}^{\circ}$ (۸° - ۴۰ منٹ) بتاتا ہے اور چونکہ ورنیئر کا چوتھا درجہ اصلی پیمانے کے ایک خاص درجہ کی سیدھ میں ہے اِس لئے اصلی پیمانے کے اُوپر صفر کے آگے جو کچھ لکھا ہے اُس میں $۴ \times \frac{۱^{\circ}}{۶۰}$ (۴') کا اَور اضافہ کرنا ہوگا یعنی جہاں پر ورنیئر کا صفر ہے وہ مقام ۸° - ۴۴' ہے۔ اِسی طریقے سے ہر قسم کے ورنیئر کو ہم استعمال کر سکتے ہیں۔

سرل چاپ کا استعمال:۔ سرل چاپ ایک آلہ ہے جس کی مدد سے جسموں کے طولی ابعاد ناپے جاتے ہیں۔ یہ حقیقت میں ورنیئر کسر پیما ہے اِس میں ایک دھات کا پیمانہ ہے جس کے 'ا' اور 'ب' دو جبڑے پیمانے سے علی القوائم لگے ہوتے ہیں۔ جبڑا 'ا' ثابت ہے مگر دُوسرا جبڑا پیمانے پر آگے پیچھے ہٹ سکتا ہے۔ پیمانے کی درجہ بندی ملی میٹروں میں ہے متحرک جبڑے میں ایک چھوٹا پیمانہ و لگا ہؤا ہے جو ورنیئر کا کام دیتا ہے (دیکھو شکل ۶)۔ اِس میں ایک پیچ چ لگا ہؤا

شکل ۶۔ سرل چاپ

ہے جس کی مدد سے جبڑے ب کو جس جگہ چاہیں ثابت کر سکتے ہیں۔

تجربہ ۲۔ ایک سلاخ کے طول کی پیمائش سرل چاپ کی مدد سے۔

اگر آلہ درست ہو اور جب متحرک جبڑے ثابت جبڑے سے مل جائیں تو ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے صفر کے ساتھ ٹھیک مل جائیگا۔ اگر یہ کیفیت نہ ہو تو آلہ میں "صفر کی غلطی" ہے۔ اور اُس کو پیمائش کرتے وقت محسوب کر لینا چاہئے۔ اس کے بعد ورنیئر کا مستقل (شمارِ اقل) دریافت کرلو۔

جسم کو جس کا طول دریافت کرنا ہے دونوں جبڑوں کے درمیان اس طرح سے رکھو کہ جسم کا ایک سرا ثابت جبڑے سے مل جائے اور متحرک جبڑے کو اس طرح سے ہٹاؤ کہ وہ جسم کے دُوسرے سرے سے مل جائے۔ جب زیر پیمائش جسم چھوٹا ہو تو متحرک جبڑے کو اتنا ہی ہٹاؤ کہ جسم صرف اٹکا رہے اور اُس پر زیادہ دباؤ نہ پڑے۔ ورنیئر کے صفر کے ٹھیک پہلے ملی میٹر (اصلی) پیمانے پر جو نشان ہو اُس کو پڑھ لو۔

یہ نشان ورنیئر اور اصلی پیمانے کے صفروں کا درمیانی فاصلہ بتلائیگا۔ اور چونکہ یہ دونوں صفر جب جبڑے بند کردئے جائیں تو ایک ہی سیدھ میں آجائینگے اس لئے فاصلہ متذکرۂ بالا جبڑوں کا ہی درمیانی فاصلہ ہوگا یعنی یہ فاصلہ اس جسم کا طول ہے۔

بالعموم ورنیئر کا صفر اصلی پیمانے کے کسی خاص نشان کے ٹھیک مقابل نہیں پڑتا ہے اس لئے ملی میٹر کی کسروں کی بھی قیمت دریافت کرنی پڑتی ہے۔ یہ کسریں ورنیئر کسر پیما کی مدد سے حاصل ہوتی ہیں۔ ورنیئر کسر پیما کو دیکھو کہ ورنیئر کا کونسا نشان (اصلی) ملی میٹر کے پیمانے کے کسی خاص درجے کی سیدھ میں ہے۔ فرض کرو کہ ورنیئر کا تیسرا نشان سیدھ میں ہے اور اگر شمارِ اقل ۱ء۰ ملی میٹر کے برابر ہو تو کسر مطلوبہ

۰۳ ملی میٹر کے برابر ہے۔ اگر ورنیئر کا چوتھا نشان اصلی پیمانے کے کسی خاص نشان کے مقابل ہے تو کسرِ مطلوبہ ۰۴ ملی میٹر کے برابر ہے وعلیٰ ہذا۔ متذکرۂ بالا عمل کی تشریح صفحہ (۲۶) میں ہو چکی ہے۔ اس طریقہ سے ورنیئر کے صفر کے پہلے اصلی پیمانے پر کا درجہ پڑھ لیا جائے اور اس میں ورنیئر کی مدد سے مذکورۂ بالا عمل سے کسر پڑھ لی جائے۔ فصلِ مطلوب دونوں قیمتوں کو جوڑ دینے سے حاصل ہوگا۔

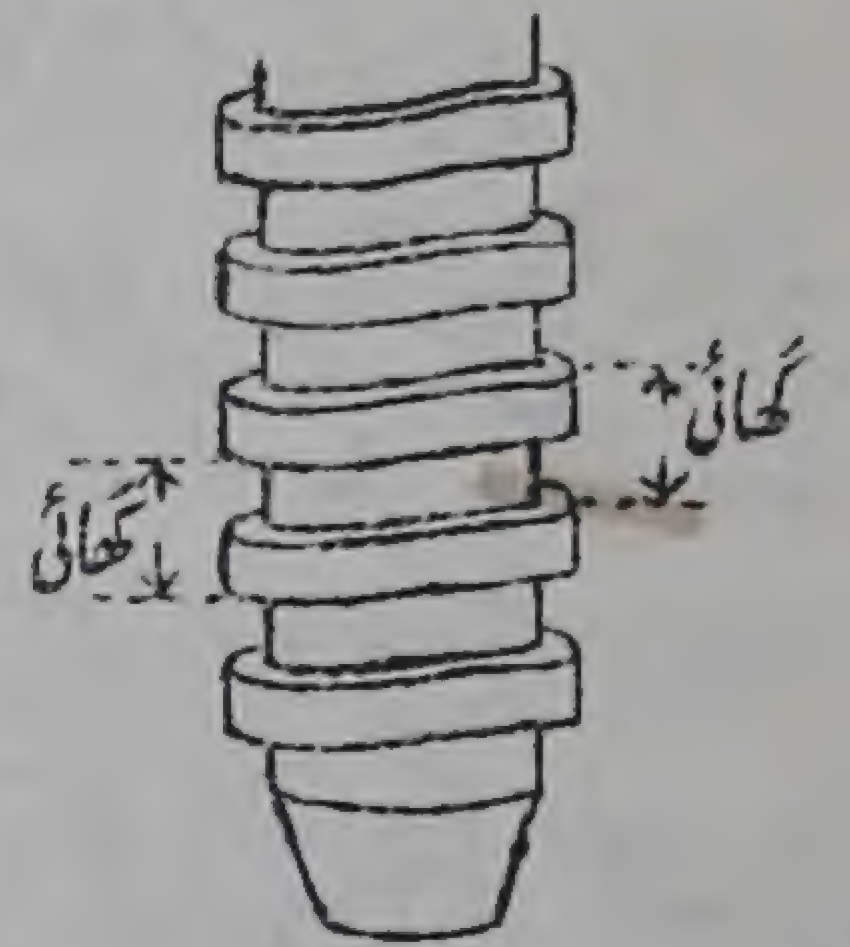
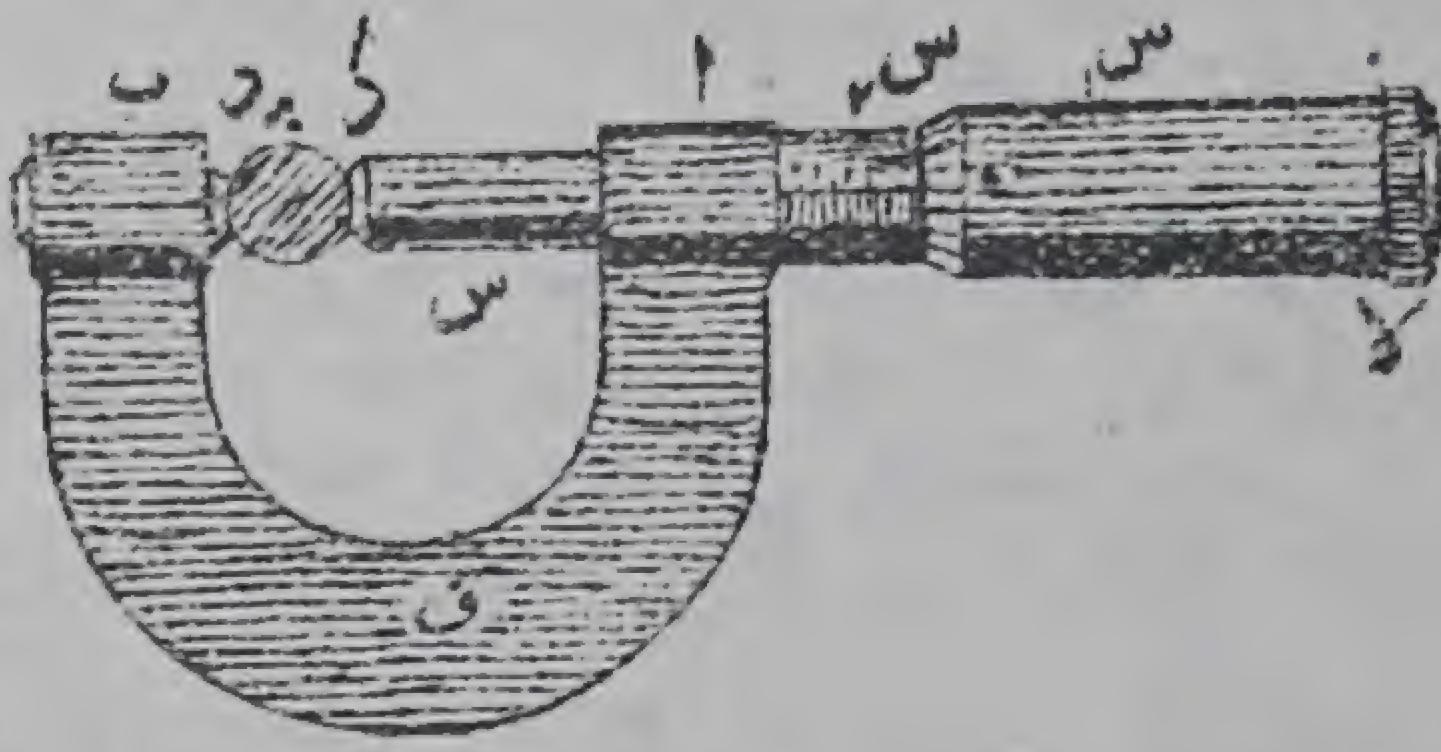
مذکورۂ بالا طریقے سے شیشے یا کسی دھات کی دو منتظم سلاخوں کے طول کو احتیاط سے دریافت کرو اور ان دونوں طولوں کی باہمی نسبت دریافت کرو۔ پھر ان دونوں سلاخوں کو ترازو میں تولو اور اُن کے وزن کی باہمی نسبت نکالو۔ اگر سلاخیں منتظم ہوں تو وزنوں اور طولوں کی نسبتیں برابر ہونگی۔

پیچدار خردہ پیما کا اصول

خردہ پیما ایک دُوسری شکل کا آلہ ہے جس کی مدد سے چھوٹے جسموں کے ابعاد بہت زیادہ صحت کے ساتھ دریافت کئے جا سکتے ہیں۔ اس میں نہایت احتیاط سے ٹھیک کٹی ہوئی پیچ کی چُوڑیاں ہوتی ہیں جو چُوڑی دار مجوّف اُسطوانہ کے اندر حرکت کرتی ہیں۔

(شکل ۷ و ۸ دیکھو) اِس میں ایک ثابت ڈھانچہ "ف" ہے جس میں ایک مجوّف اُسطوانہ "ا" لگا ہُوا ہے۔ اِس اُسطوانہ "ا" کی اندرونی سطح میں پیچدار چُوڑیاں ہیں۔ پیچ کے سلسلہ میں ایک سلاخ "س" ہے۔ یہ پیچ اُسطوانہ "ا" کے اندر آگے یا پیچھے حرکت کر سکتا ہے۔ اور پیچ کے سرے "ہ" میں ایک آستین نما اُسطوانہ "س ا" لگا ہے۔ اِس آستین کا کنارا "س ا" کسی خاص حِصّوں پر منقسم ہے۔

شکل ۵۔ پیچ کی گھائی

شکل ۶۔ پیچ دار خُردہ پیما

عموماً اس کے پچاس یا سو برابر حصّے کئے جاتے ہیں۔ سلاخ س کا سرا ک ٹھیک مسطّح کیا ہوا ہے اور ثابت پیچ کا سرا پ اسی طرح مسطّح ہے۔ اور یہ ثابت ڈھانچے کے عضو ب میں لگا ہوا ہے۔ یہ پیچ ہمیشہ کے لئے اِس طریقے سے ٹھیک کر لیا جاتا ہے کہ جب س کا کنارا اُسطوانہ ا کے پیمانے کے صفر درجے پر منطبق ہو جاتا ہے اور پیمانہ س۲ کا صفر درجہ اُسطوانہ س کے پیمانے کے وسطی خط پر منطبق ہو جاتا ہے تو دونوں سطحیں پ اور ک آپس میں مل جاتی ہیں۔ پیمائش کرنے کے قبل یہ دیکھ لینا چاہئے کہ اُسطوانہ ا کا پیمانہ ملی میتروں میں یا انچ کی کسروں میں منقسم ہے۔ اِس کے بعد پیچ س کی گھائی دریافت کرنی چاہئے جب پیچ کے سرے ط کو ایک مکمل گردش ہوتی ہے تو ک آگے یا پیچھے اُسی فاصلے تک ہٹتا ہے۔ جب ط کو پیچھے کی طرف ایک پوری گردش ہوتی ہے تو ا پیمانے کا آدھا یا پورا درجہ نکل آتا ہے اور یہی پیچ کی گھائی ہے۔ اِس کے بعد پیمانے س۲ کے ایک درجے کی قیمت دریافت کرنی چاہئے۔

عموماً پیچ س کی گھائی ۰٫۵ ملی میتر ہوتی ہے اور س۲

پچاس مساوی حصّوں میں منقسم ہوتا ہے۔
اِس لئے س کا ایک درجہ = $\frac{1}{50}$ × ۰٫۵ ملی میٹر
= ۰٫۰۱ ملی میٹر
اگر س سو مساوی حصّوں میں منقسم ہو تو اِس صورت میں
س کے ایک درجے کی قیمت = $\frac{1}{100}$ × ۰٫۵ ملی میٹر
= ۰٫۰۰۵ ملی میٹر
جس جسم کی پیمائش ہوتی ہے وہ پ اور ک کے درمیان رکھا جاتا ہے۔ اور پیچ کا سِرا ہ جو کھُردرا ہوتا ہے گھُمایا جاتا ہے جب تک کہ جسم کی ہلکی گرفت دونوں سطحوں پ اور ک کے درمیان نہ ہو جائے۔ ا پیمانے پر درجے پڑھ لئے جائیں اور س کی مدد سے جو قیمت نکلے اُس کو ا پیمانے کی قیمت میں جوڑ دیا جائے جو حاصل ہوگا وہ جسم کا طول ہوگا۔

تجربہ ۳۔ پیچدار خردہ پیما کی مدد سے کسی تختی کی موٹائی دریافت کرنا۔ خردہ پیما کے استعمال سے قبل پیچ کی گھائی دریافت کرلینی چاہئے۔ پیچ خود اُسطوانہ ا میں چھپا ہوا ہے لیکن اگر درجہ دار سِرا ذرا سا باہر کی طرف گھُمایا جائے تو پیمانہ ا جو اُسطوانہ پر بنا ہُوا ہے کھُل جائیگا۔ جس کی مدد سے گھائی دریافت ہو جائیگی۔

اُسطوانہ پر جو پیمانہ ہے اُس کے ہر درجے کی قیمت سنتی میٹر یا انچ کے پیمانے سے مقابلہ کرکے دریافت کرلو اور یہ بھی دریافت کرو کہ پیچ کو کتنے بار گھُمانے سے ایک درجہ کا فصل طے ہوتا ہے۔

اِس کے بعد کنارہ س کے درجوں کی تعداد دریافت کرلو۔

اِس سے س کے ایک درجے کی قیمت معلوم ہو جائیگی۔

مثلاً اگر گھائی ۰٫۵ ملی میٹر ہو اور س پر سو درجے ہوں تو ہر درجے کی قیمت ۰٫۰۰۵ ملی میٹر ہوگی اور دو درجوں کی قیمت ۰٫۰۱ ملی میٹر ہوگی وعلیٰ ہذا۔ اِس صورت میں ۰٫۰۰۵ ملی میٹر پیچ دار پیمانے کا مستقل

ہوگا۔

پیچدار خُردہ پیما میں ایک سِرا پ نکلا ہُوا ہے جو اُسطوانے کے ساتھ ایک خمیدہ بازو ف کے ذریعہ ملا ہُوا ہے۔ جب پیچ کا سِرا ک اِس کے ساتھ مَس کرے تو س پ کا صفر ا کے صفر کے ساتھ منطبق ہو جانا چاہیئے۔ اگر ایسا نہ ہو تو آلے میں صفری غلطی ہے جس کا لحاظ پیمائش میں رکھنا ضروری ہے۔

اِس امر کا خیال رہے کہ پیچ گھُماتے وقت سطح پ اور ک کے درمیان دباؤ نہ پڑے۔ اگر دباؤ زیادہ پڑ گیا تو پیچ کی چوڑیوں کو ضرر پہنچنے کا اندیشہ ہے اور آلے کا ڈھانچہ بھی بدشکل ہو جائیگا۔ بعض آلوں میں ایک "آزاد چرخ" کا انتظام رہتا ہے جس کے ذریعے سے جب دباؤ کسی خاص حد سے بڑھ جاتا ہے تو صرف پیچ کا سِرا لا ہی گھُومتا ہے۔ اِس انتظام سے پ اور ک کے درمیان ضرورت سے زیادہ کبھی دباؤ نہیں پڑ سکتا اور دباؤ کے اختلاف سے درجہ پڑھنے میں کسی قسم کی غلطی کا احتمال نہیں رہتا۔

اگر کسی جسم کے طولی ابعاد دریافت کرنے ہوں تو جسم کو سطح پ اور ک کے درمیان رکھو اور پیچ کے سِرے ہ کو اِتنا گھماؤ کہ جسم ہلکے طور سے اٹک جائے۔ اگر آلے کو استعمال کرنے میں بجائے لا کے ہموار سطح س، گھُمائی جائے تو مناسب ہوگا۔ س، کو گھُماتے جاؤ جب تک کہ اُنگلیاں پھسلنے نہ لگیں مگر اِس بات کا لحاظ رکھو کہ گرفت ہلکی ہو۔

جب یہ صورت قائم ہو جائے تو پیمانے پر درجے پڑھ لو۔ اور اگر ضرورت ہو تو صفری غلطی بھی محسوب کر لو۔ مُشاہدے کئی بار کرنے چاہئیں اور سب مشاہدوں کی اوسط قیمت نکال لو اور یہی اوسط قیمت جسم کا طولی بُعد ہوگا۔

اِس طریقے سے کسی دھات کی تختی کی موٹائی دریافت کرو۔ تختی

کے مختلف نقطوں پر مُشاہدے ہونے چاہئیں ۔ اوسط موٹائی سب مُشاہدوں کی اوسط قیمت ہوگی ۔

اسی طریقے سے اُسی دھات کی ایک دُوسری تختی کی بھی موٹائی دریافت کرو مگر دُوسری تختی کا رقبہ پہلی تختی کے برابر ہونا چاہیے ۔ ان دونوں موٹائیوں کی نسبت دریافت کرو ۔ پھر دونوں تختیوں کے وزن بھی الگ الگ دریافت کرو ۔ اور ان وزنوں کی نسبت نکالو ۔ اگر تختیاں ہموار ہوں اور اُن کی کثافت بھی مساوی ہو تو موٹائیوں کی نسبت، وزنوں کی نسبت کے برابر ہوگی ۔

خُردہ پیما خُردبین

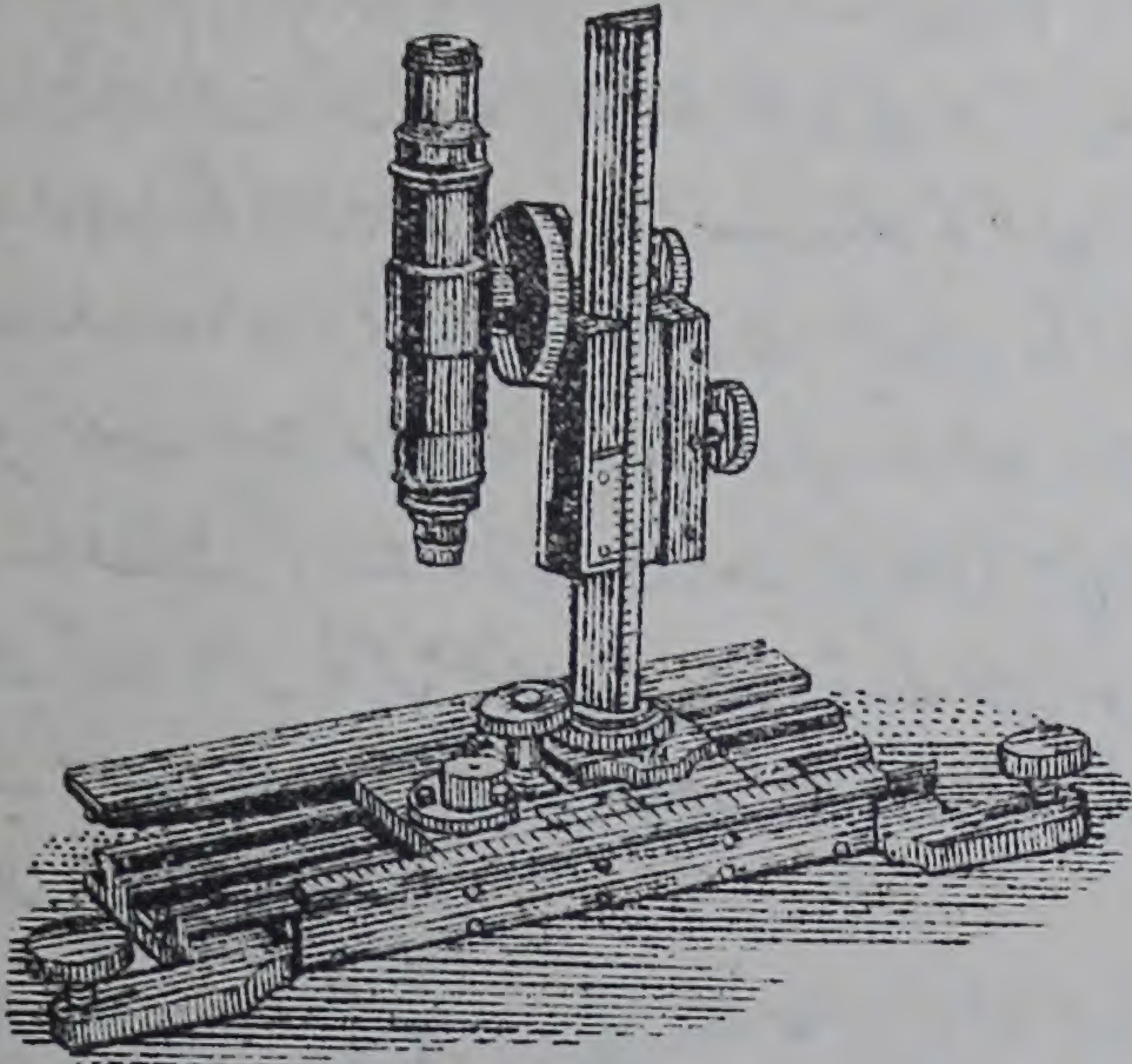
فنِ مناظر کی مدد سے طول کی صحیح پیمائشوں کے بہت سے طریقے ہیں ۔ ان میں سے ایک خُرد بین کا طریقہ ہے جس کے "چشمہ" میں ایک خُردہ پیما لگا رہتا ہے ۔ ایک نہایت باریک شفّاف پیمانہ "چشمے" کے ماسکہ پر لگا دیا جاتا ہے ۔ بعض آلوں میں اس پیمانے پر مکڑی کے جالے کا ایک تار خُردہ پیما پیچ کی مدد سے اس طرح متحرک کیا جاسکتا ہے کہ وہ تار درجے کی کسروں کو بتلا سکے ۔ خُرد بین اس واسطے استعمال کی جاتی ہے کہ وہ جسم کا ایک مکبّر (بڑا) خیال پیدا کرتی ہے اور اس کی مدد سے پیمائش میں آسانی ہو جاتی ہے ۔ (دیکھو آدازہ روشنی صفحہ ۱۳ مطبوعہ دار الترجمہ) چشمے کے ماسکہ پر اصلی خیال پیدا ہوتا ہے اور اُسی جگہ پر وہ باریک و شفّاف پیمانہ بھی رکھا ہوا ہے ۔ اس طریقے سے چشمے کے ذریعے جسم کا خیال اور پیمانہ ایک ہی حالت میں دیکھا جاتا ہے ۔ ایک معلوم طول کا جسم خُردبین کے ذریعے سے دیکھا جاتا ہے اور اُس میں جو تکبیر پیدا ہوتی ہے وہ مذکورۂ بالا شفّاف پیمانے کے ذریعے سے دریافت ہو جاتی ہے ۔ ان دو مُشاہدوں سے چھوٹے جسم کا طول دریافت

ہو سکتا ہے۔ مگر اس امر کا لحاظ رہے کہ دونوں مُشاہدوں میں خُردبین کی ہیئت ایک ہی رہے۔

مثلاً جسم زیرِ پیمائش کا خیال ۵۲،۴ خُردہ پیما کے درجوں کے برابر ہے اور اگر خُردبین کے ذریعے دیکھنے سے ایک ملی میتر، خُردہ پیما کے ۳،۰۴ درجوں کے برابر معلوم ہو تو ظاہر ہے کہ جسم کا طول اربعہ متناسبہ کے قاعدے سے ۱،۳۰۰ ملی میتر کے مساوی ہے۔ خُردبین کے خُردہ پیما چشمے کا اصل مصرف یہ ہے کہ چھوٹے چھوٹے جسموں کے طولوں کا ٹھیک طریقے سے مقابلہ کر دے نہ کہ اُن کی قیمت ملی میتر یا سنتی میتر میں دریافت کرے۔ خاص خاص تجربوں میں برق نما کے طلائی اوراق میں جو خفیف حرکت ہوتی ہے اُس کو مشاہدہ کرنے اور پیمائش کرنے میں اکثر یہ آلہ استعمال کیا جاتا ہے۔

متحرک خُردبین

متحرک خُردبین یا ورنیئر خُردبین ایسی مرکب خُردبین پر مشتمل ہے جو اپنے محور سے علی القوائم سمت میں کسی پیچ یا دندانہ دار پہیے کے ذریعے سے متحرک ہو سکے۔ جتنے فاصلے تک خُردبین حرکت کرتی ہے اس کی پیمائش ثابت پیمانے پر کسر پیما کی مدد سے ہوتی ہے جو خُردبین میں لگا ہوا ہے۔ شکل ۹ میں جو آلہ دکھلایا گیا ہے اُس میں خُردبین دونوں اُفقی اور عمودی سمتوں میں حرکت کرسکتی ہے۔ اِس میں زاویئی حرکت بھی دی جا سکتی ہے۔ اِس انتظام سے یہ آلہ تین طریقوں سے استعمال کیا جا سکتا ہے یعنی جب خُردبین کا محور انتصابی سمت میں ہو (۲) یا اُفقی سمت میں (۳) یا اُفق سے کوئی زاویہ بناتا ہوا ہو۔ چشمے میں متقاطع تار ہونے چاہئیں۔ اور کسی جسم کو

دیکھتے وقت خُردبین کو اس طرح آراستہ کرنا چاہیئے کہ تاروں کا

شکل ۹۔ متحرک خُردبین

نقطۂ تقاطع جسم کے ٹھیک اُسی نقطے پر منطبق ہو جائے جس کا مشاہدہ اُس وقت مقصود ہو۔

دو نقطوں کا درمیانی فاصلہ ناپنے میں پہلا نقطہ خُردبین کے نقطۂ تقاطع پر لایا جاتا ہے اور اِسی طرح سے دُوسرا نقطہ بھی۔ ایسا کرنے میں خُردبین کو جس قدر ہٹانے کی ضرورت ہوتی ہے وہ فاصلہ اِن دونوں نقطوں کا درمیانی فاصلہ ہوگا۔ بشرطیکہ دونوں نقطوں کا درمیانی خط خُردبین کی حرکت کی سمت کے متوازی ہو۔ اِس طریقہ کی مثالیں تجربات (۲۷ و ۲۸) میں ملینگی۔

دو طولوں کا مقابلہ کرنے کے لئے مندرجہ ذیل طریقہ اختیار کیا جا سکتا ہے :-

تجربہ ۴۔ گز اور میٹر کا مقابلہ۔

دو ورنیئر خردبینوں کو اس طرح قائم کرو کہ دونوں کا درمیانی خط ہر ایک خُردبین کی سمتِ حرکت کے متوازی ہو۔ دونوں پیمانوں (گز اور میٹر) کو اس طرح آراستہ کرو کہ دونوں کے درجہ دار رُخ میز کی سطح سے ایک ہی بلندی پر واقع ہوں۔ اس بلندی کو اس طرح ٹھیک کرنا چاہئے کہ درجے خُردبینوں میں صاف صاف نظر آئیں۔ دونوں خُردبینوں کو اس طرح رکھو کہ گز کے ایک سرے کا کوئی درجہ ایک خُردبین میں اور دُوسرے سرے کا کوئی درجہ وضاحت کے ساتھ دُوسری خُردبین میں نظر آئے۔ اِس بات کا لحاظ رہے کہ ہر حالت میں خُردبین کے متقاطع تاروں کا مرکز درجے کے نشان کے وسطی نقطے سے منطبق ہو جائے۔ دونوں خُردبینوں کا درمیانی فاصلہ اِنچوں میں محسوب کرلو۔ اِس کے بعد گز کا پیمانہ ہٹا دو اور اُس کی جگہ میٹر رکھ دو۔ اگر خُردبینیں ٹھیک طرح سے آراستہ کی گئی ہوں تو میٹر کے دونوں سروں کے درجے بھی وضاحت کے ساتھ نظر آئینگے۔ اِس پیمانے کو اس طرح سے حرکت دو کہ ایک سرے کا کوئی درجہ کسی دُوربین کے متقاطع تاروں کے مرکز سے ٹھیک منطبق ہو جائے۔ ایسا کرنے سے عموماً متقاطع تاروں کا مرکز دُوسرے سرے پر کسی دو درجوں کے درمیان واقع ہوگا۔ اِس سرے والی خُردبین کو دُوسری خُردبین کی طرف (جو دُوسرے سرے پر ہے) آہستہ آہستہ ہٹاؤ یہاں تک کہ متقاطع تاروں کا مرکز پیمانے کے کسی ایک درجے کے ساتھ منطبق ہو جائے۔ آلے کے کسر پیما کی مدد سے معلوم ہو جائیگا کہ خُردبین کس قدر ہٹائی گئی ہے۔ میٹری پیمانے کے اِن دونوں درجوں کا درمیانی فاصلہ بھی دریافت کرلو۔ اِس صورت میں اِنچوں کی تعداد جو پہلے مشاہدے میں دریافت ہوئی ہے = ملی میٹروں کی تعداد + خُردبین کے پیمانے پر کا فصل (جو پڑھا گیا تھا)۔ اِس نتیجے سے ایک اِنچ یا ایک گز کا طول سنٹی میٹروں کے رقوم میں دریافت ہو سکتا ہے۔

۳۔ وقت کی پیمائش

ابتدائی طبیعیات میں جتنی پیمائشوں کی ضرورت ہوتی ہے اُن میں سے وقت کی پیمائش نہایت مشکل ہے۔ وقت کی علمی اِکائی اوسط شمسی ثانیہ ہے جس کا بیان پہلے ہو چکا ہے اور یہ اِکائی زمین کی محوری گردش کے وقتِ دوران پر مبنی ہے جو فلکی مشاہدوں کی مدد سے دریافت کیا جاتا ہے۔ اِس وقت کے اضعاف وتحتِ اضعاف حاصل کرنے کے لئے ایک آلہ استعمال کیا جاتا ہے جس کو گھڑی کہتے ہیں۔ گھڑی اِس اصول پر بنائی جاتی ہے کہ اِس میں کوئی جسم مثلاً رقّاص یا بال کمانی کا چکّر اِس طرح ارتعاش کرتا ہے کہ اِس کے اوقاتِ دَوران مساوی ہوتے ہیں اور اِسی طریقہ سے وقت کے مساوی وقفے دریافت ہوتے ہیں۔ اِس آلے کا اصل حصّہ یہی مرتعش جسم ہے۔ بقیہ جتنے پُرزے ہوتے ہیں اُن کی مدد سے ارتعاشوں کی تعداد دریافت ہوتی ہے۔

کوئی ایسا آلہ ہنوز نہیں بنایا گیا جس کی مدد سے وقت کی ٹھیک ٹھیک و قابلِ اعتماد پیمائش ہو سکے مگر فلکی طریقوں سے کلاک کی شرحِ رفتار دریافت کی جا سکتی ہیں۔ وقت کے کسی وقفے کی پیمائش کے لئے پہلے گھڑی کی مدد لی جاتی ہے اور گھڑی کی مدد سے جو وقفہ حاصل ہوتا ہے اُس کو کلاک کی شرحِ رفتار کی بناء پر جو ضربی جزو حاصل ہوتا ہے اِس سے صحیح کر لیا جاتا ہے۔ عموماً سوائے اِن تجربوں کے جن میں انتہائی صحت کی ضرورت پڑتی ہے کسی عمدہ گھڑی کا وقت اوسط شمسی وقت کے مطابق تصور کیا جا سکتا ہے۔

اگر گھڑی ٹھیک وقت بتاتی ہو توبھی مُشاہدوں میں ایسی ناگزیر

غلطیاں ہوسکتی ہیں جن کا انحصار محض پُرزوں کی ساخت پر ہے۔ عموماً ثانیے کی سُوئی ہموارانہ حرکت نہیں کرتی ہے بلکہ خفیف جھٹکوں کے ساتھ بال کمانی یا رقّاص اپنے مقام سکون سے گزرتا ہے تو سُوئی پر ایک خفیف سا دھکّا پڑتا ہے۔ اِس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ جب کبھی چلغزکنی گھڑی چلائی جاتی ہے تو اِس میں وقتِ دَوران کے نصف وقفے کی غلطی کا احتمال رہتا ہے اور ٹھیک اِتنی ہی غلطی گھڑی کے روکنے کے وقت بھی ہوسکتی ہے۔

فرض کرو کہ ایک گھڑی ہر $\frac{1}{5}$ ثانیہ پر آواز دیتی ہے۔ اگر ٹھیک اُسی وقت میں گھڑی چلائی جائے جب کہ گھڑی کا رقّاص مقامِ سکون پر پہنچ رہا ہو تو ثانیے کی سُوئی $\frac{1}{5}$ ثانیہ یک بیک آگے بڑھ جائیگی۔ اور اسی طرح سے جُوں ہی گھڑی آواز دینے کو ہو اُس وقت روک دی جائے تو گھڑی کی ثانیے کی سُوئی آخری وقفہ یعنی $\frac{1}{5}$ ثانیے کو نہیں بتلائیگی لیکن اگر گھڑی کے بند کرنے میں کچھ خفیف سا تامل ہو تو یہ وقفہ ظاہر ہو جائیگا۔

اِس سے عیاں ہے کہ کلاک کی شرح صحیح ہونے پر بھی چلغزکنی گھڑیوں کی مدد سے $\frac{1}{5}$ ثانیوں سے کم وقفوں کی دریافت قابلِ اعتبار نہیں ہوسکتی۔

کسی خاص درجے کی صحت حاصل کرنے کے لئے گھڑی کی دو ٹکوں کے درمیانی وقفے کے دریافت کے عمل کو ایک خاص عرصے تک جاری رکھنا چاہیئے۔ مثلاً اگر ہزار میں ایک کی صحت مقصود ہو تو وقت کا مُشاہدہ تین منٹ سے زیادہ عرصے تک ہونا چاہیئے۔ بشرطیکہ گھڑی ہر ثانیے کے پانچویں حِصّے پر ٹِک کی آواز دیتی ہو۔

عینی اور اُذنی تخمینہ

اگر چیلر گنی گھڑی کی بجائے کوئی معمولی گھڑی استعمال کی جائے تو غلطی کا احتمال اور زیادہ ہو جاتا ہے کیونکہ اِس صورت میں متحرک ثانیہ کی سوئی کا مقام ٹھیک دریافت کرنا مشکل ہے۔ اگر عینی اور اُذنی مشاہدے ایک ساتھ کئے جائیں تو ایک حد تک یہ مشکل رفع ہو سکتی ہے۔ چونکہ یہ طریقہ چند خاص عملی کاموں میں اکثر استعمال کیا جاتا ہے۔ اِس لئے اِس کی تشریح ذیل میں درج کی جاتی ہے۔

فرض کرو کہ ایک رقّاص کی حرکت کا مشاہدہ ہو رہا ہے۔ مُشاہدِ وقت کا تجربہ ٹِکوں کی تعداد گن کر اُس وقت شروع کرتا ہے جب کہ ثانیے کی سُوئی ٹھیک دُوسرے منٹ کو بتلانا شروع کرتی ہے یا کسی اور مناسب نقطے پر سے گزرتی ہے۔ اِس کے بعد مُشاہد ٹکوں کی گنتی کان کی مدد سے کرتا ہے اور آنکھ سے رقّاص کو دیکھتا ہے۔ اگر ستر۱۷ویں اور اٹھار۱۸ویں ٹِک کے درمیان رقّاص اپنے ارتعاش کے عین وسط سے گزرے تو اِس گزرنے کے ٹھیک لحظہ کا حساب لگانا آسان ہے۔ اور اِس طریقہ سے خاص ارتعاش کی ابتدا کا وقت گھڑی کی قریب ترین ٹِک کی آواز سے دریافت ہو جاتا ہے۔ جب کہ رقّاص کا آخری ارتعاش ختم ہو جاتا ہے یعنی جب کہ رقّاص آخری حیطۂ اہتزاز کے وسط میں حرکت کر رہا ہے تو مُشاہد گھڑی کی "ٹِکوں" کی آواز کو پھر گننا شروع کر دیتا ہے اور یہی عمل جاری رہتا ہے جب تک کہ وہ گھڑی کے ڈائل کو پھر نہ دیکھ لے اور جتنی ٹکیں گنی گئی ہیں اُن کے مطابق وقت نہ لکھ لے۔ اِس کی تشریح مندرجہ ذیل مثال سے ہو جائیگی:-

گننے کا عمل ۲ گھنٹے ۳۱ منٹ ۰ ثانیہ پر شروع کیا گیا۔

اِس کے بعد ستر۱۷ہویں ٹِک پر رقّاص وسطی مقام سے گزرا۔

گننے کا عمل پھر شروع کیا گیا جب کہ سو پُورے ارتعاش ہو گئے۔

اکتیس۳۱ویں ٹِک پر گھڑی دو گھنٹے ۳۲ منٹ ۴۰ ثانیہ وقت بتلاتی ہے

گھڑی کی ہر ٹِک = $\frac{1}{5}$ ثانیہ

∴ پہلا ارتعاش ۲ گھنٹے ۳۱ منٹ ۳.۴ ثانیہ پر شروع ہوا اور سواں

ارتعاش ۲ گھنٹے ۳۲ منٹ ۱۳ء۸ ثانیہ پر ختم ہُوا۔

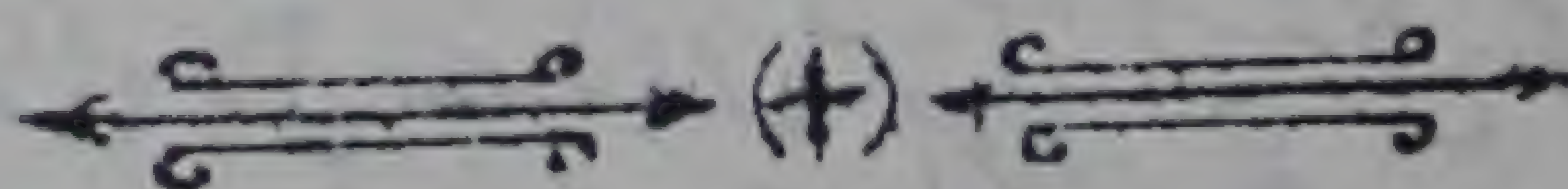
اِس لئے سو مکمل ارتعاش کرنے میں رقاص کو ایک منٹ ۱۰ء۴ ثانیے لگے یعنی وقتِ دَوران = ۰ء۷۰۴ ثانیہ۔

ہر مُشاہدے میں ۰ء۲ ثانیہ کی غلطی کا احتمال ہے۔

∴ صحیح وقتِ دَوران = (۰ء۷۰۴۰ ± ۰ء۰۰۴) ثانیہ۔

یہاں غور کرنا چاہیئے کہ باوجودیکہ بہت زیادہ ارتعاشوں کی تعداد لینے کی احتیاط برتی گئی ہے اِس پر بھی $\frac{1}{2}$ فی صدی سے زیادہ کی غلطی کا احتمال ہے۔ اکثر حالتوں میں وقت کا مربع لیا جاتا ہے اِس لئے یہ غلطی عموماً دُگنی ہو جاتی ہے۔ اُس گھڑی میں جس کی ٹک آہستہ آہستہ ہوتی ہے غلطی زیادہ ہوتی ہے۔ ایک تجربہ کار مُشاہد کسی گھڑی یا وقت پیما کے استعمال سے جس میں $\frac{1}{2}$ ثانیوں پر ٹِک کی آواز ہوتی ہو ثانیے کے دسویں حِصّے کا اندازہ لگا سکتا ہے۔

یہ امر بھی قابلِ لحاظ ہے کہ فی صد غلطی کا انحصار پُورے مُشاہدے کے وقت پر ہے نہ کہ اِرتعاشوں کی تعداد پر۔ یعنی چند سُست ارتعاشیں لینے سے اُتنی ہی صحت حاصل ہو سکتی ہے جتنی تیز ارتعاشوں کی زیادہ تعداد لینے سے۔ بشرطیکہ دونوں مُشاہدوں کے وقفے قریب قریب برابر ہوں۔

نوٹ۔ ایک ارتعاش کی کسروں کو صحیح طور سے دریافت کرنا قطعی ناممکن ہے اِس لئے طالب علموں کو چاہیئے کہ وہ چند مکمل ارتعاشوں کا وقت دریافت کرلیں نہ کہ ایک خاص وقت میں ارتعاشوں کی تعداد۔

فصل سوم

کمیتوں کی پیمائش مشتق اکائیوں میں

سب سے سادہ کمیتیں جن کی پیمائش مشتق اکائیوں میں ہوتی ہے رقبہ، حجم، اور کثافت ہیں۔

۱۔ رقبہ کی پیمائش

(ا) اُن رقبوں کی پیمائش جو خطوطِ مستقیم سے گھرے ہوئے ہوں

علمی کاموں میں رقبہ کی اِکائی ایک مربع سنتی میتر ہے یعنی ایک ایسے مربع کا رقبہ جس کے ہر ضلع کا طول ایک سنتی میتر ہے۔

اِن رقبوں کی پیمائش میں جو خطوطِ مستقیم سے گھرے ہوں علمِ مساحت کے معمولی قاعدوں سے کام لیا جاتا ہے۔ طولوں کی پیمائش ایک پیمانے سے کی جاتی ہے۔ اِس قسم کی کسی شکل کو مثلثوں میں منقسم کردینا ممکن ہے۔ ہر مثلث کا رقبہ الگ الگ دریافت کرلیا جائے۔ اِن تمام رقبوں کا حاصلِ جمع پوری شکل کے رقبے کے مساوی ہوگا۔

مثلث کا رقبہ مندرجہ ذیل ضابطے سے دریافت کیا جا سکتا ہے۔
کسی مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × قاعدہ × ارتفاع
اگر دھات کے کسی اُس پترے کا رقبہ جس کے کنارے مستقیم ہوں دریافت کرنا ہو تو سرل چاپ کو استعمال کرنا چاہیئے۔ کیونکہ معمولی پیمانے سے پیمائش کرنے میں زیادہ صحت حاصل نہیں ہو سکتی ہے۔ جہاں تک ممکن ہو رقبے کو مستطیلی شکل میں تقسیم کرنا زیادہ مناسب ہوگا۔

تجربہ ۵ — اشکال مستقیم الاضلاع کے رقبوں کی پیمائش۔

(۱) مثلث کا رقبہ دریافت کرنا۔

مثلث کے تینوں ضلعوں کو باری باری قاعدہ مان کر ذیل کی مساوات سے رقبہ دریافت کرو۔ رقبہ = $\frac{1}{2}$ × قاعدہ × ارتفاع
اِس طریقہ سے رقبے کی تین قیمتیں معلوم ہو جائینگی۔ تینوں کا اوسط مثلث کا رقبہ ہے۔

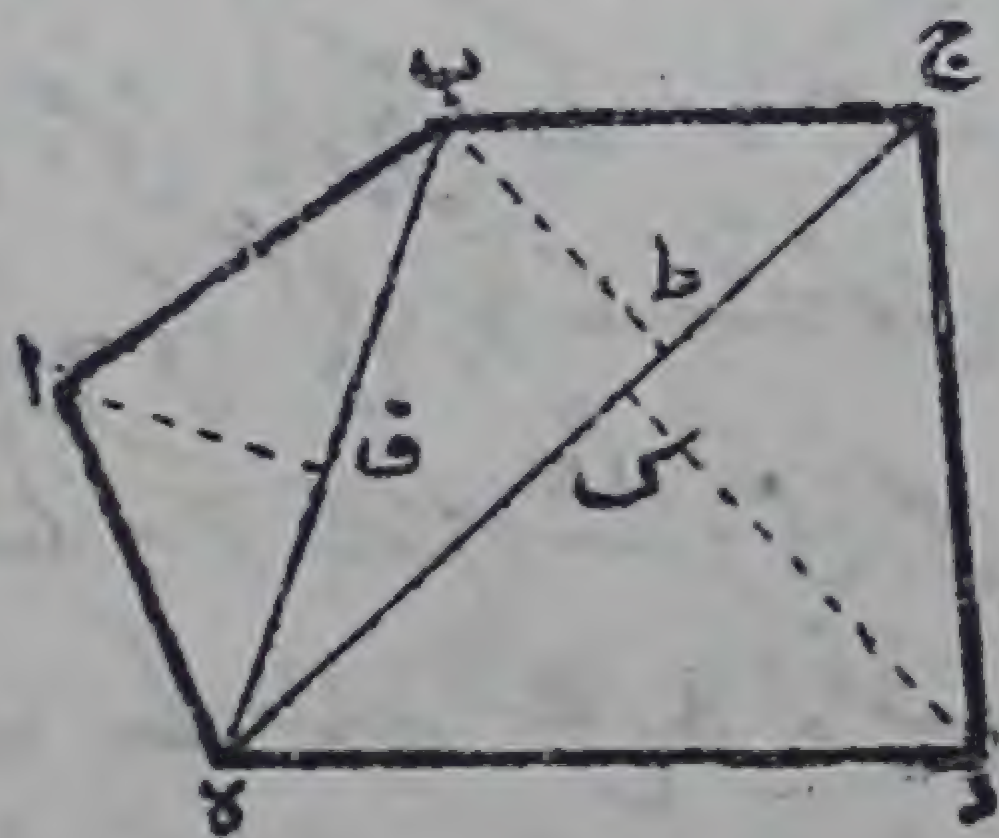
نوٹ۔ اگر تجربہ میں احتیاط برتی جائے تو یہ تینوں نتیجے قریب قریب ایک ہی ہونگے۔

(۲) اشکال ذوار بعۃ الاضلاع اور مخمس وغیرہ بھی مثلثوں میں منقسم ہو سکتے ہیں (شکل ۲۰)۔
اِن میں سے ہر ایک کا رقبہ اُس کے کُل مثلثوں کے رقبوں کے حاصل جمع کے مساوی ہوگا۔

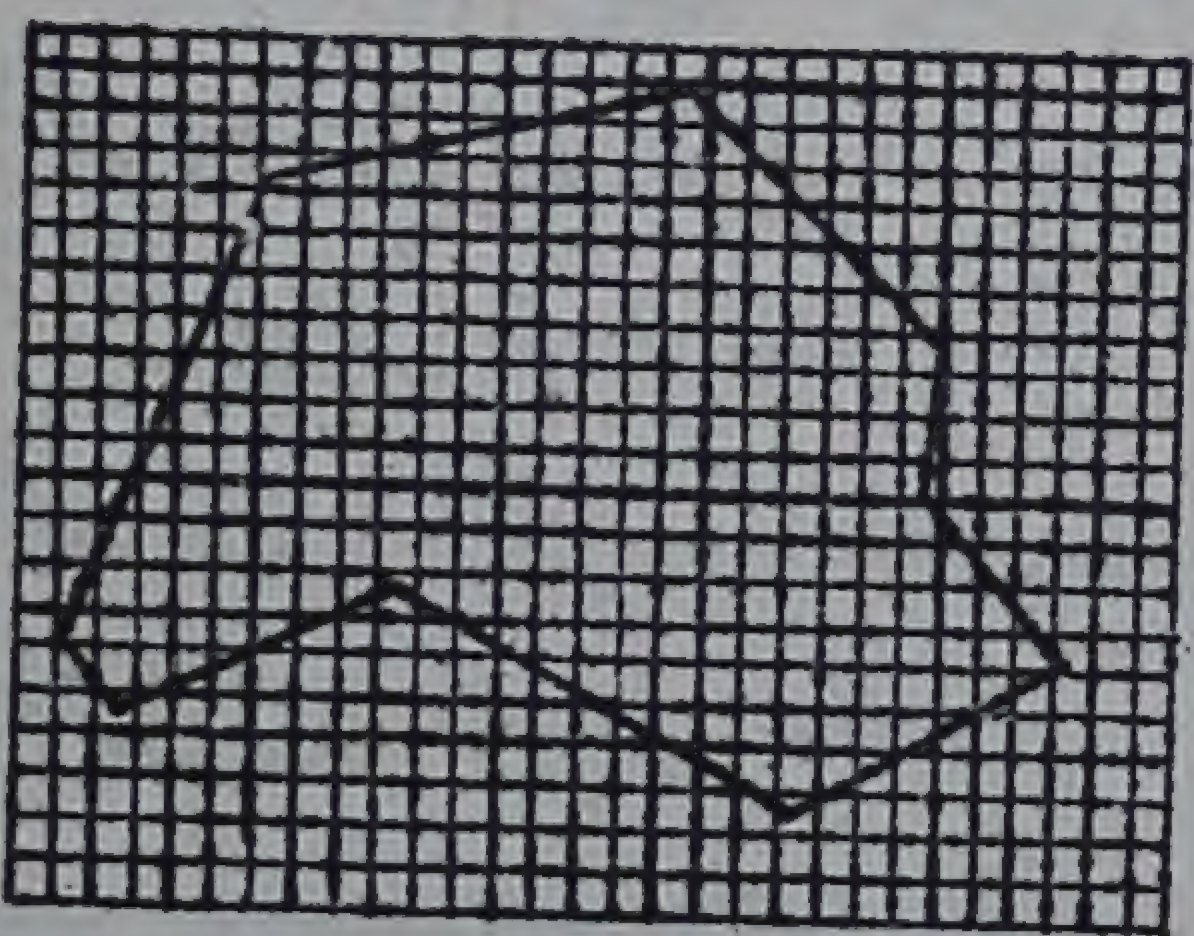
ب ج ا ط ف ی ہ د

شکل ۲۰۔ مخمس، مثلثوں میں منقسم

(ب) اِن رقبوں کی پیمائش جو منحنی خطوط سے گھیرے ہوئے ہوں۔

منحنی گھیرے کی چند خاص شکلوں میں اُن کے رقبے اور طولی ابعاد کی باہمی نسبت معلوم ہے۔

مثلاً ایک دائرہ کا رقبہ جس کا نصف قطر ر ہے = π ر۲ اور قطعِ ناقص کا رقبہ جس کا نیم محورِ اعظم ا اور نیم محورِ اصغر ب ہے = π ا ب۔

(۱) غیر منظم اشکال کے رقبوں کی بھی قیمت مثلثوں اور مستطیلوں میں تقسیم کرنے سے معلوم ہوسکتی ہے۔ مگر اس صورت میں صرف تقریبی قیمت حاصل ہوگی۔ ایسے رقبوں کی پیمائش ایک حد تک صحت کے ساتھ ہوسکتی ہے بشرطیکہ ٹکڑے زیادہ لئے جائیں۔ لیکن ٹکڑے اگر ایک حد سے زیادہ چھوٹے لئے جائینگے تو ہر ایک ٹکڑے کے رقبے کی پیمائش میں کچھ نہ کچھ غلطی ضرور ہوگی۔ اور اس طرح سے جب بہت سے ٹکڑے جوڑے جائینگے تو اس غلطی میں بھی ٹکڑوں کی تعداد کی مناسبت سے اضافہ ہوگا اس لئے بہت چھوٹے چھوٹے ٹکڑے کرنے سے بھی زیادہ صحت نہیں حاصل ہوگی۔ سروے (مساحت) میں پیمائشوں کی بناء اسی اصول پر ہے۔

(۲) اگر شکل مربع دار کاغذ پر کھینچی گئی ہے تو چھوٹے مربعوں کی تعداد گننے سے رقبہ دریافت ہوسکتا ہے (شکل ۱۱)۔

یہ صاف ظاہر ہے کہ صحت اتنی ہی زیادہ حاصل ہوگی جتنی باریکی کے ساتھ خط کشی کی گئی ہو۔ جتنے ہی چھوٹے یہ مربعے ہونگے اتنی ہی صحت کے ساتھ شکل کا رقبہ دریافت ہوگا۔

شکل ۱۱۔ رقبہ کی پیمائش

یہ طریقہ حقیقت میں (طریقہ ۱) کی خاص صورت ہے یہاں پر ایک چھوٹا مربع اکائی قرار دیا گیا ہے اور ان ہی مربعوں سے شکل بنی ہے۔

(۳) اگر ترازو کی مدد لی جائے تو رقبے بہت صحت کے ساتھ دریافت ہو سکتے ہیں۔ مقوّے کے ایک ٹکڑے پر یا دھات کے پتلے پترے پر شکل بنائی جاتی ہے۔ اِس مقوّے یا پترے کی دبازت ہر جگہ یکساں ہونی چاہئے۔ یہ شکل پھر کاٹ لی جاتی ہے اور اِس ٹکڑے کا وزن دریافت کر لیا جاتا ہے۔ اُسی پترے سے مستطیلی یا مثلثی (جو آسان ہو) شکل کا رقبہ کاٹ کر اُس کا بھی وزن دریافت کیا جاتا ہے۔ اِس موخرالذکر ٹکڑے کا رقبہ اُس کے طولی ابعاد سے معلوم ہو سکتا ہے۔ اِس کے بعد اربعہ متناسبہ کے قاعدے سے رقبہ مجہول کی قیمت دریافت کر لی جاتی ہے۔ اِس بات کو فرض کرنا چاہئے کہ پہلے رقبے کو دُوسرے سے جو نسبت ہے وُہی پہلی شکل کے وزن کو دُوسری شکل کے وزن سے ہے۔

تجربہ ۸ — دائرے کے رقبہ کی پیمائش —

۵ سے ۱۰ سم تک کے نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچو اور تینوں طریقوں سے اِس کا رقبہ دریافت کرو اور ہر صورت میں π کی قیمت نکالو۔

(۴) سمسن (Simpson) کے قاعدوں کی مدد سے رقبہ دریافت کیا جا سکتا ہے۔ اِن قاعدوں کی مدد سے ایسے رقبوں کی قیمت تقریباً دریافت ہوتی ہے جو کسی منتظم خطِ منحنی اور دو ایسے معینوں سے گھرے ہوئے ہوں جو اِس منحنی کے سِروں سے کسی قاعدے پر عموداً کھینچے گئے ہوں۔

قاعدے کو چند مساوی حصّوں میں تقسیم کرو اور اِن حصّوں کے سِروں سے معین کھینچو۔ اِس طریقے سے رقبہ پٹیوں میں منقسم ہو جائیگا۔

پہلا قاعدہ۔ شروع اور اخیر کے معینوں کے نصف طول کو باقی کُل معینوں کے طول کے حاصل جمع میں جوڑ دو۔

اور اِس کُل حاصل جمع کو قاعدے کے اُس فاصلے سے ضرب دو جو دو معینوں کے درمیان ہے۔

دُوسرا قاعدہ ـــــ پہلے شروع اور اخیر کے معینوں کے طول کو جوڑ دو۔ پھر باقی جتنے طاق معین ہوں اُن کے طولوں کے حاصل جمع کا دُگنا لو۔ اور جتنے جُفت معین ہوں اُن کے طولوں کے حاصل جمع کا چار گُنا لو۔ اور اِن تینوں حاصل جمع کو جوڑ دو۔ اب جو حاصل جمع ہوگا اُس کو پٹیوں کے عرضِ مشترک کے تہائی سے ضرب دو۔

اِس قاعدے میں پٹیوں کی تعداد جُفت ہونی چاہئے۔

پہلا قاعدہ بہ نسبت دُوسرے قاعدے کے کچھ آسان ہے مگر اِس میں صحت کچھ کم حاصل ہوتی ہے۔ اِن قاعدوں کو انجینیر اکثر منظہاری نقشوں کی پیمائش میں استعمال کرتے ہیں۔

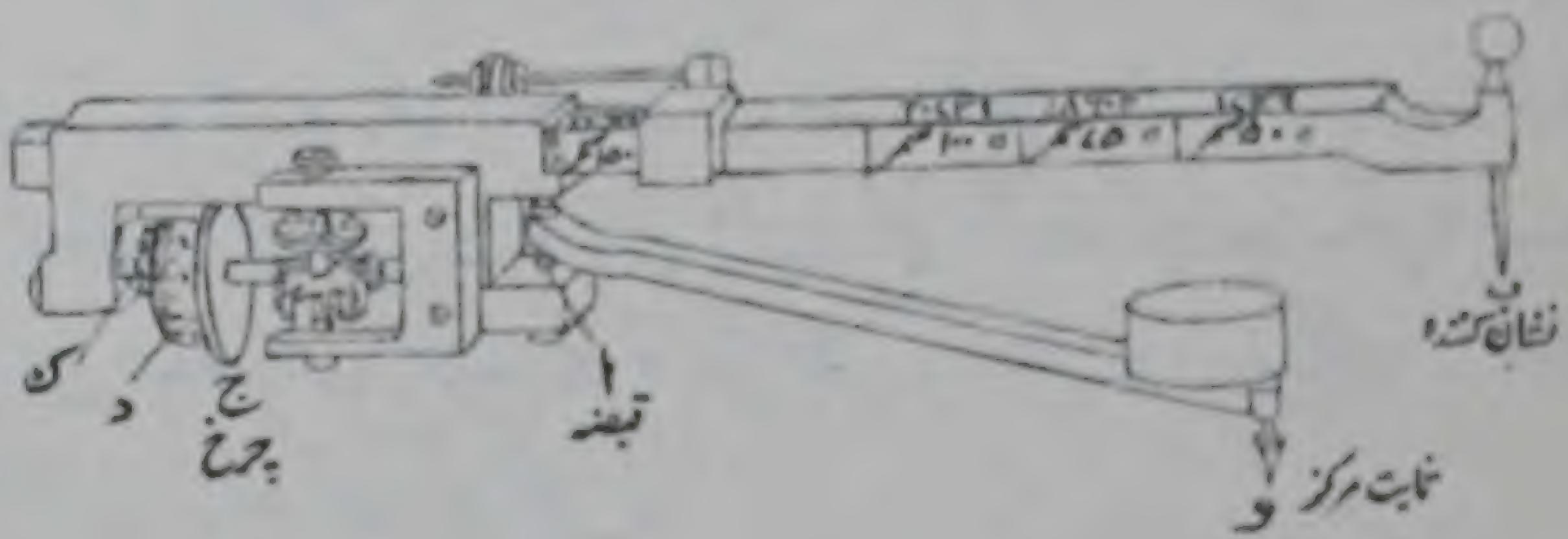
تجربہ ۳ ـــ نصف دائرے کے رقبہ کی پیمائش۔

کسی مناسب نصف قُطر کا ایک نصف دائرہ کھینچو اور مندرجہ بالا قاعدے کی رُو سے اِس کا رقبہ دریافت کرو۔ اِس کا رقبہ ریاضی کی مدد سے بھی نکالو اور دو نتیجوں کا مقابلہ کرو۔

(۵) سطح پیما کی مدد سے بھی رقبہ دریافت ہو سکتا ہے۔ انجنیر اور سرویر (Surveyor) کے لئے بھی یہ طریقہ نہایت اہم ہے۔ لیکن اب تک جتنے طریقے بیان کئے گئے ہیں اُن سے یہ طریقہ زیادہ ادق ہے۔

سطح پیما

چند ایسے آلے اختراع کئے گئے ہیں جن سے کسی قسم کے گھیرے کے رقبوں کی قیمت براہِ راست دریافت ہو سکتی ہے۔ اِس

قسم کے آلے عموماً سطح پیما کہلاتے ہیں۔ اِن میں سے غالباً سب سے
عمدہ اور سادہ وہ سطح پیما ہے جس کو شاف[1]ھاوزن کے پروفیسر امسلر[2]
نے ایجاد کیا ہے اور اِسی قسم کے آلے کا بالعموم استعمال ہوتا ہے۔ ذیل میں
اِسی قسم کے آلے کی ساخت اور طریقِ عمل کی تشریح کی گئی ہے۔
یہ آلہ (شکل ۱۲۔ا) ایسی دو سلاخوں و ا اور ا ب پر مشتمل ہے

شکل ۱۲۔ا۔ امسلر کا سطح پیما

جو ا پر ایک قبضے کے ذریعے ملی ہوئی ہیں۔ سلاخ و ا بہرے و پر
اِس طرح ثابت ہے کہ ا، مرکز و کے دائرے کے محیط پر گھوم سکے۔ ب
پر نشان کرنے کا نقطہ ہے۔ ا پر قبضہ اِس طریقے سے مرتب ہے کہ نقطہ
ب سطح و ا ب میں ہر سمت میں، اِس حد تک حرکت کر سکے جہاں تک
کہ آلے کے بازوؤں کے طول اور پُرزوں کی ساخت اجازت دے۔
بازو ا ب پر ایک چرخ 'ج' لگا ہے جس کا محور ا ب کے متوازی
ہے۔ یہ چرخ عموماً اِس حصے میں لگا ہوا ہوتا ہے جو ب کے مقابل
کے سرے کی طرف ہے۔ حالانکہ اِس آلے سے کام لینے میں چرخ کے مقام
کا لحاظ رکھنا ضروری نہیں۔ اِس چرخ میں ایک مدوّر یا اُسطوانے کی شکل کا

[1] Schaffhausen [2] Amsler

ایک پیمانہ 'د' لگا ہُوا ہے۔ یہ پیمانہ سو مساوی حصّوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور آلے کے ڈھانچے پر ایک کسر پیما ک اِس طرح سے لگا ہے کہ اُس کی مدد سے چرخ کا مقام $\frac{1}{1000}$ ویں گردش تک دریافت ہو سکتا ہے۔ اِس چرخ کی گردشوں کی تعداد ایک چھوٹے گردش شمارندہ پر معلوم ہوتی ہے اور یہ شمارندہ چرخ میں ورم گیرنگ (Wormgearing) کی مدد سے لگا ہُوا ہے۔

آلہ' ثابت مرکز 'د' چرخ ج کے کنارے' اور نشان کنندہ ب' کے سہارے سطح پر رکھا جاتا ہے (دیکھو اشکال ۱۲ و ۱۳)۔ جب نقطہ ب کو حرکت دی جاتی ہے تو بازو ا ب بھی حرکت کرتا ہے۔ اگر ا ب اپنی ہی سیدھ میں متحرک ہو تو چرخ محض آگے یا پیچھے ہٹ جائیگا۔ اور اِس میں کسی قسم کی گردش نہیں پیدا ہوگی۔ بخلاف اِس کے اگر ا ب اپنے طول سے علی القوائم متحرک ہو تو چرخ اِتنا ہی گھومیگا جتنا کہ نقطہ ب بازو ا ب کے علی القوائم سمت میں فاصلہ طے کریگا۔

شکل ۱۳۔ سطح پیما کی سطح

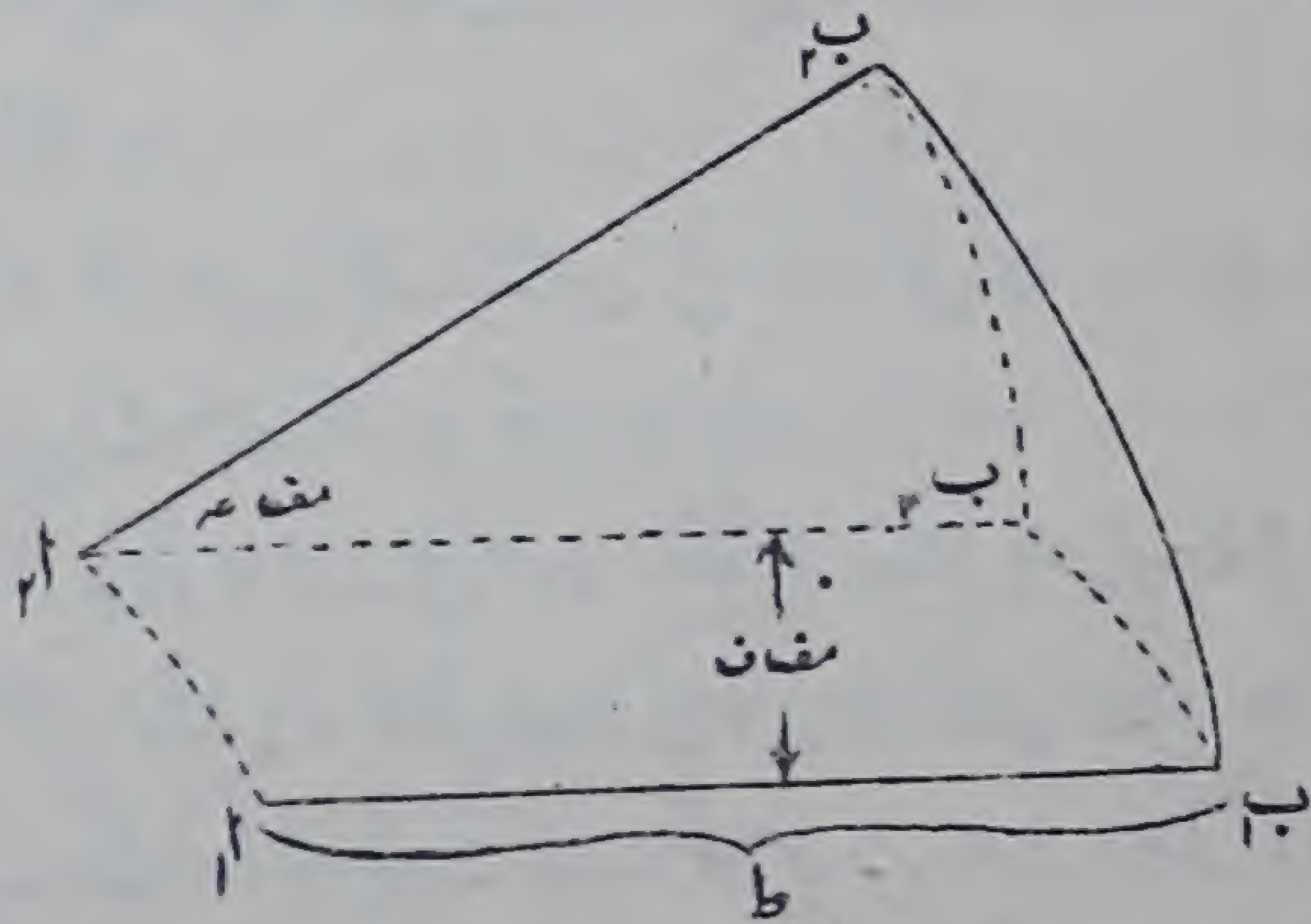
خواہ ا ب کسی سمت میں ہی حرکت کرے اِس کے طول کے علی القوائم سمت میں جو حرکت ہوگی اُس کی مقدار چرخ کی گردش سے معلوم ہو جائیگی۔ یعنی جتنا کہ کل فاصلہ ا ب نے اپنے طول کے علی القوائم طے کیا ہے اُس کی مقدار چرخ کے طے شدہ فاصلے کے مساوی ہے۔

اِس فصل سے اُس شکل کے رقبے کی دریافت ممکن ہے جس کے گھیرے پر نقطہ 'ب' پھیرا جائے۔

اِس آلے کے استعمال میں دو صورتیں پیدا ہوتی ہیں ایک

تو یہ کہ ثابت نقطہ و شکل کے باہر ہو اور دوسری یہ ہے کہ وہی نقطہ شکل کے اندر رہے۔

صورت اول۔ جب کہ ثابت مرکز رقبۂ زیر پیمائش کے باہر ہو۔

فرض کرو کہ بازو ا ب مقام $ا_1 ب_1$ سے مقام $ا_2 ب_2$ تک ہٹایا گیا ہے (شکل ۱۴-۱)۔ نقطہ ا' و مرکز کے دائرے پر $ا_1$ سے $ا_2$ تک جائیگا اور نقطہ ب راستہ $ب_1 ب_2$ اختیار کریگا۔ اس کو ہم یوں ہی تصور

شکل ۱۴-۱۔ ابتدائی رقبہ جو سطح پیما سے بنتا ہے

کر سکتے ہیں کہ ا ب اپنی متوازی سمت میں حرکت کرنے کے بعد $ا_2 ب_2'$ مقام پر پہنچا۔ اور پھر وہاں سے نقطہ $ا_2$ کے گرد گھوم کر مقام $ا_2 ب_2$ پر پہنچ گیا ہے۔

فرض کرو کہ $ا_1 ب_1$ اور $ا_2 ب_2'$ کا درمیانی عمودی فصل ایک چھوٹی مقدار "مف ف" ہے اور $ا_2 ب_2$ اور $ا_2 ب_2'$ کا درمیانی زاویہ ایک چھوٹا زاویہ مف ع ہے تو بازو ا ب کی حرکت سے جو سطح بنی ہے اُس کا رقبہ = $ط\,مف\,ف + \frac{1}{2} ط^2\,مف\,ع$
جہاں ط = بازو ا ب کا طول۔

اصلی سطح $ا_1 ا_2 ب_2 ب_1$ مذکورہ بالا سطح سے بہ مقدار خفیف

رقبہ ب۱ ب۲ ب۳ کم ہے اور یہ خفیف مقدار ب۱ ب۲ ب۳ نظر انداز کردی جائیگی اگر مف ف اور مف عہ بہت چھوٹے ہوں۔ اِس لئے ہم لکھ سکتے ہیں کہ:-

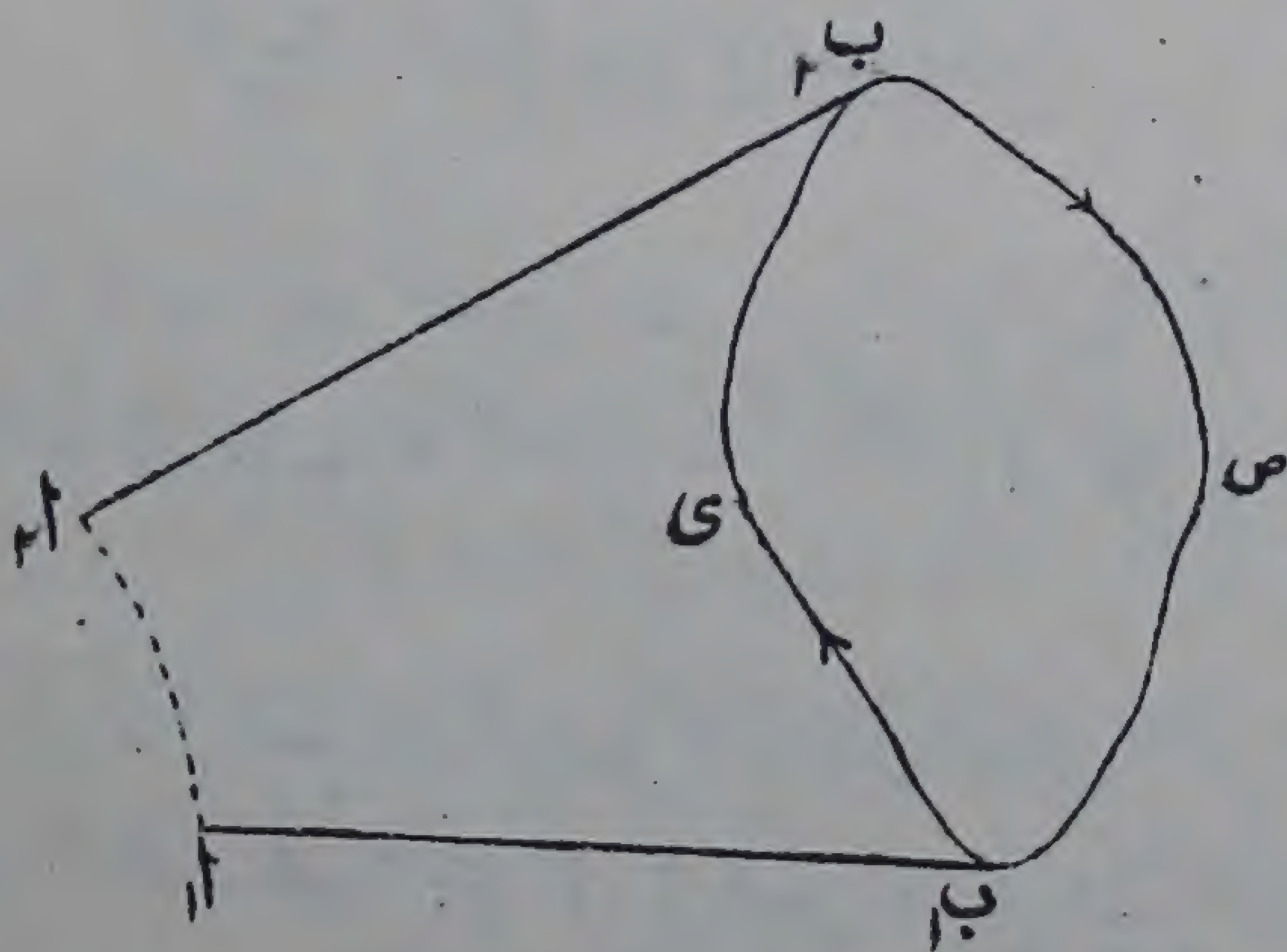
ا ب کی حرکت سے بنی ہوئی سطح = ط مف ف + $\frac{1}{2}$ ط^2 مف عہ

اِس لئے ا ب کی کسی حرکت کی وجہ سے جو مجموعی سطح بنتی ہے اُس کا رقبہ

= Σ (ط مف ف + $\frac{1}{2}$ ط^2 مف عہ)۔

نشان Σ ایک ہی قسم کی چھوٹی چھوٹی مقداروں کا مجموعہ بتاتا ہے۔ اور آیندہ جہاں جہاں مجموعہ کی ضرورت ہوگی یہ نشان اکثر استعمال کیا جائیگا۔

فرض کرو کہ نقطہ ب ایک ایسی سطح کے گھیرے کے چاروں طرف گھوم گیا ہے جس کے باہر ثابت مرکز و ہے۔

فرض کرو کہ بازو کا ابتدائی اور انتہائی مقام بالترتیب ا۱ ب۱ اور ا۲ ب۲ ہیں (شکل ۱۵)۔ نقطہ ب کی حرکت ایسی ہوتی ہے کہ اگر کوئی مُشاہد نقطہ ب کے ساتھ حرکت کرے تو سطح زیرِ بحث ہمیشہ اُس کے دائیں

شکل ۱۵۔ انتہائی رقبہ جو سطح پیما سے ترقیم ہوتا ہے

طرف رہتی ہے۔

ب۱ ی ب۲ راستہ طے کرنے میں بازو ا ب سے سطح ا۱ ا۲ ب۲ ی ب۱ بنتی ہے۔ واپسی حرکت میں یعنی ص سے ہو کر سطح ا۱ ا۲ ب۲ ص ب۱ بنتی ہے۔

دیئے ہوئے گھیرے کے گرد نقطہ 'ب' کے پھیرنے سے ا ب جو رقبہ بناتا ہے وہ اُس گھیرے کے اندر کے رقبے کے مساوی ہے۔

پس رقبہ ب۱ ی ب۲ ص = ∫ (ط مف ف + ½ ط² مف ع)

یعنی رقبہ دریافت طلب = ط ∫ مف ف + ½ ط² ∫ مف ع

جب بازو ا ب اپنی پہلی جگہ پر واپس آجاتا ہے تو ب اُس رقبہ کے گرد ایک پُورا چکر کرتا ہے اِس لئے ∫ مف ع = ۰

بناءبریں رقبہ ب۱ ی ب۲ ص = ط ∫ مف ف = طف

جہاں ف = اُس فاصلے کے جہاں تک چرخ گھومتا ہے۔

اگر ایسے رقبے دریافت کرنے ہوں جن کے اندر ثابت مرکز و نہیں ہے تو نشان کنندہ ب جس رقبے کے گھیرے کے گرد حرکت کرتا ہے وہ رقبہ = چرخ کے گھومے ہوئے فصل × بازو ا ب کا طول۔

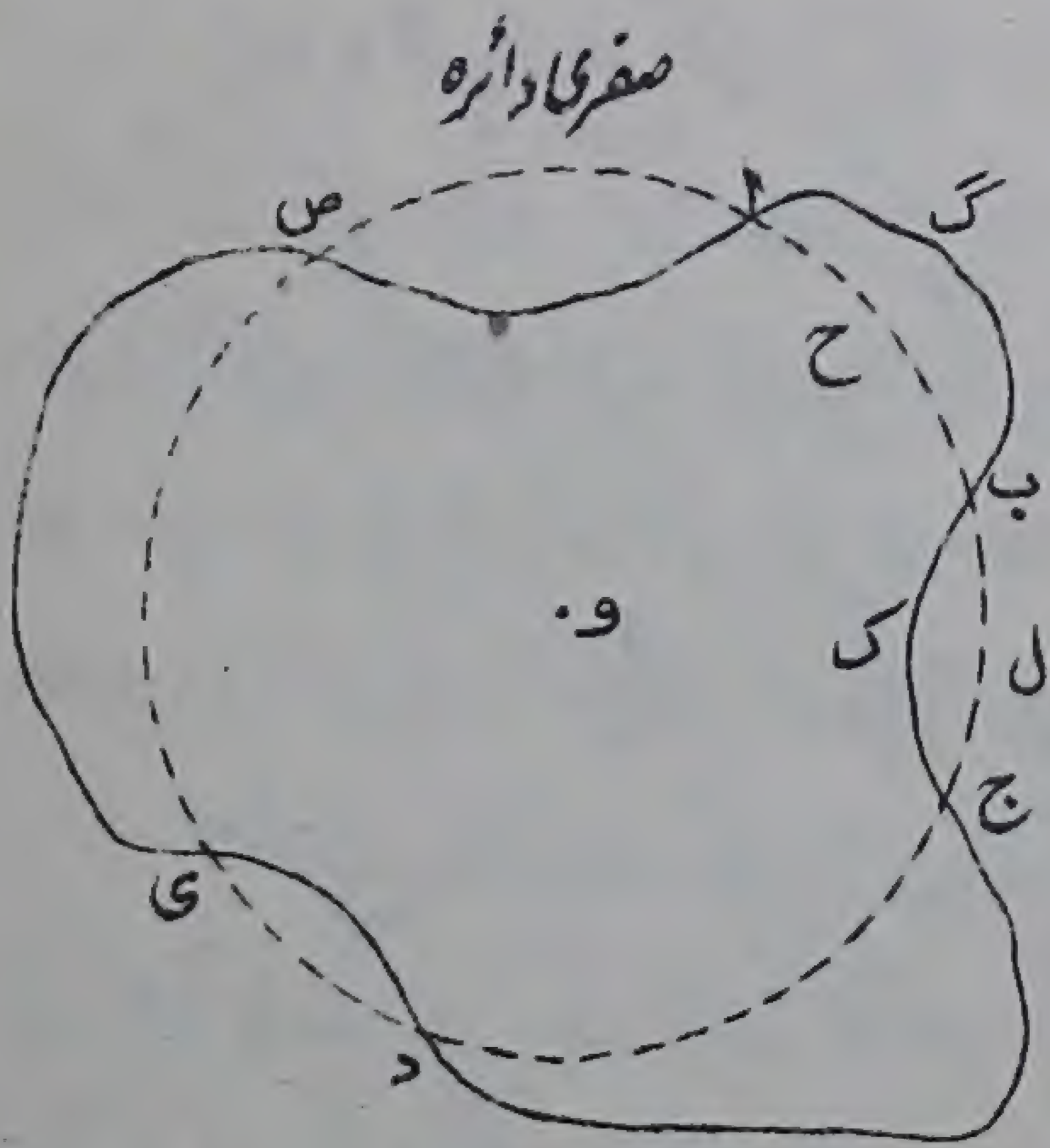
صورت دوم۔ ایسے رقبے جن کے اندر ثابت مرکز و واقع ہو۔

صفری دائرہ۔ قبل اِس کے کہ ایسے رقبوں کی عام صورتوں پر غور کیا جائے جن کے اندر ثابت مرکز و واقع ہوتے ہیں یہ ضروری ہے کہ اِن کی ایک خاص صورت یعنی "صفری دائرہ" کی تشریح میں بھی کچھ وقت صرف کیا جائے۔ (شکل ۱۷ع) کو دیکھو۔ اگر ہم سطح پیما کے دونوں بازوؤں کو آپس میں اِس طرح جکڑ دیں کہ چرخ کی سطح ثابت مرکز سے گذرے تو نقطہ ب صرف ایک ایسے دائرے پر گھومیگا جس کا مرکز و ہے اور نصف قطر و ب۔

اگر ہم نقطہ ب کو پھیر کر یہ دائرہ بنائیں تو چرخ ج کو کسی قسم کی گردش نہیں ہوگی کیونکہ اِس صورت میں وہ برابر اپنی سطح سے علی القوائم

سمت میں حرکت کر رہا ہوگا۔اِس لئے جب یہ دائرہ ب کے گھُومنے سے بنیگا تو چرخ کی درجہ خوانی میں کوئی تبدیلی نہیں ہوگی۔ یا یوں کہئے کہ چرخ پر درجہ خوانی صفر ہے اِس بناء پر متذکرۂ بالا دائرے کا خاص نام "صفری دائرہ" رکھا گیا ہے۔

سطح پیما کو اِس ہیئت میں رکھ کر بازو و ب کی پیمائش ہوسکتی ہے اور اِس کی مدد سے صفری دائرہ کا رقبہ بھی دریافت ہوسکتا ہے۔ پیمائش کے وقت بازوؤں کو آپس میں جکڑنا بے سُود ہے۔

ایسے رقبے کی عام صورت جس کے اندر ثابت مرکز رہتا ہے۔ رقبہ ا ب ج د ی ص (شکل ۱۶) پر غور کرو جس کے اندر ثابت مرکز و واقع ہے اور فرض کرو کہ نقطہ دار خط صفری دائرہ بتاتا ہے۔ اگر ہم نشان کنندہ کو ا سے ب تک مُنحنی پر پھیریں اور پھر صفری دائرہ پر ہوتے ہوئے نشان کنندہ کو ا پر واپس لائیں تو مثبت سمت میں رقبہ اگ ب ح بنیگا اِس لئے چرخ پر کا معائنہ ایک ایسے رقبے اگ ب ح کو بتلائیگا جس کے باہر ثابت نقطہ و ہے۔

صفری دائرہ

شکل ۱۶۔ رقبہ جس کے اندر ثابت مرکز رہتا ہے

مُنحنی پر ا سے ب تک جو کچھ کہ حرکت ہوئی ہے وہ چرخ پر پُوری پُوری ظاہر ہو جائیگی۔ اور صفری دائرے پر جو حرکت ہوتی ہے اُس کا اثر چرخ پر کچھ نہیں ہوتا کیونکہ اِس دائرے پر حرکت کرتے وقت چرخ بالکل نہیں گھُومتا ہے۔اس لئے رقبہ اگ ب ح، چرخ پر ظاہر ہو جاتا ہے۔ جب کہ شمار کنندہ، ا سے ب تک مُنحنی پر حرکت کرتا ہے۔

اب اگر ہم ب سے آگے بڑھ کر ب ک ج ل راستہ طے کریں تو رقبہ ب ک ج ل منفی سمت میں بنیگا یعنی چرخ اتنا پیچھے کو گھومیگا جس کا رقبہ ب ک ج ل کے مطابق ہوگا۔ اور یہ ساری حرکت چرخ کے پیمانے پر ظاہر ہو جائیگی جب کہ نشان کنندہ، ب ک ج راستہ طے کریگا اور اس کے اس طریقہ سے ب ک ج پر پھرنے سے رقبہ ب ک ج ل منفی سمت میں ترقیم ہوگا۔

پس یہ ظاہر ہے کہ جب کبھی شمار کنندہ صفری دائرے سے گزریگا تو چرخ خود بخود گردش کی سمت بدل دیگا اس لئے صفری دائرہ کھینچنے کی ضرورت نہیں ہے۔ اوپر جو کچھ بیان ہوا ہے اس سے صاف ظاہر ہے کہ جب نشان کنندہ کسی ایسے رقبے کے گرد پھیرا جاتا ہے جس میں ثابت مرکز واقع ہے تو **چرخ کا گھوما ہوا کل فاصلہ صفری دائرے کے باہر کے رقبوں کی جبری جمع کے مطابق ہوگا۔**

جو رقبہ چرخ کی حرکت سے معلوم ہوگا اس میں اگر صفری دائرے کا رقبہ جوڑ دیا جائے تو رقبہ دریافت طلب حاصل ہو جائیگا۔ اس لئے صفری دائرے کا رقبہ متذکرۂ بالا طریقے سے پہلے دریافت کرلینا ضروری ہے۔

چرخ کے پیمانے پر جو ترقیم ہوتی ہے اس کی سمت کو نہایت غور کے ساتھ دیکھتے رہنا چاہئے اور جہاں ضرورت ہو مثبت و منفی کی علامت لگاتے بھی جانا چاہئے۔ اور نشان کنندہ کو اس طرح پھیرنا چاہیئے کہ وہ رقبے کے گھیرے پر ہمیشہ مثبت سمت میں حرکت کرے۔

تجربہ ۸ ــــ سطح پیما کی تعبیر ــــ سطح پیما کے استعمال کے قبل اس بات کی دریافت ضروری ہے کہ چرخ کی ایک مکمل گردش کتنے رقبے کو تعبیر کرتی ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ اس کا

انحصار شمار کنندہ والے بازُو کے طُول (یعنی قبضہ اور نقطۂ شمار کنندہ کے درمیانی فصل) اور چرخ کے قُطر پر ہے۔

(۱) شمار کنندہ والے بازُو کے طول کی تعیین۔

اِس پُرزے کو جس پر قبضہ چڑھا ہُوا ہے اِس طرح سے ترتیب دو کہ اُس پر کا نمائندہ بازُو زیرِ بحث کے بغلی رُخ کے کسی نشان کی سیدھ میں آجائے۔ سہولت کے لئے ۱۰۰ اسم□ کا اور اگر سطح پیما کی درجہ بندی اِنچوں میں ہو تو ۱۰ اِنچ□ کا نشان مناسب ہوگا۔ اب ہم کو قبضے سے نشان کنندہ کا فاصلہ دریافت کرنا ہے۔ یہ کوئی آسان بات نہیں ہے کیونکہ قبضہ عموماً پُرزوں کے اندر واقع ہوتا ہے۔ بہترین طریقہ یہ ہے کہ آلے کے ایک جانب کو مربع دار کاغذ پر اِس طریقہ سے رکھا جائے کہ نشان کنندہ، کاغذ کے کسی خاص نشان پر پڑے اور جہاں قبضے کا محور واقع ہے اُس کے مقام کا اندازہ ۱ء۰ ملی میتر کی حد تک کر لیا جائے۔ نشان کنندہ والے بازُو کو مربع دار کاغذ کے ایک کنارے کے متوازی رکھنا چاہئے تاکہ طول کی پیمائش صحت کے ساتھ ہو سکے۔

بعض قسم کے سطح پیما میں شمار کنندہ والے بازُو کے اُوپر دو نقطے ہوتے ہیں۔ اِن میں سے ایک، بازُو کے سِرے کے قریب ثابت ہوتا ہے اور دُوسرا، قبضہ بردار کے ساتھ ساتھ حرکت کرتا ہے۔ آلہ ساز سطح پیما کو اِس طرح بناتے ہیں کہ اِن نقطوں کا درمیانی فاصلہ شمار کنندہ اور قبضے کے محور کے فاصلے کے بالکل ٹھیک مساوی ہوتا ہے۔ اِس صورت میں اس فصل کی پیمائش ایک پیمانے کے ذریعے ہو سکتی ہے۔ اور یہ طریقہ پہلے طریقوں سے زیادہ آسان اور صحیح بھی ہے۔ یہ حاصل شدہ فصل، وُہی فصل ط ہے جس کا ذکر آلے کی تشریح میں پہلے ہو چکا ہے۔

(۲) **چرخ کے محیط کی تعیین** —— چرخ کا قطر پیچدار خُردہ پیما سے دریافت کرلو۔ اور اِس کو π سے ضرب دو۔ حاصلِ ضرب محیط ہوگا۔ اِس پیمائش میں اِس امر کا لحاظ رکھنا چاہیئے کہ چرخ پر ضرورت سے زیادہ دباؤ نہ پڑے۔ اگر ایسا نہ کیا جائے تو چرخ کا کنارہ بدشکل ہو جائیگا اور اِس وجہ سے آلے کی صحت بھی جاتی رہیگی۔

بازو کا طول ط × چرخ کا محیط π ق = اُس رقبے کے جس کی تعبیر چرخ کی گردش سے ہوتی ہے۔ جہاں ق = چرخ کا قطر جو خُردہ پیما کی مدد سے حاصل ہوتا ہے۔

یہ حاصلِ ضرب شمار کنندہ والے بازو کے رُخ کے ۱۰۰ اسمر□ یا ۱۰ انچ □ کے نشان سے مطابقت کریگا۔ جس پر قبضہ بردار مرتب کیا گیا تھا۔ یہ درجہ بندیاں آلہ ساز کرتے ہیں۔ اور جب آلہ متذکرہ بالا طریقے سے مرتب کیا گیا ہو تو یہ درجہ بندیاں اُن رقبوں کو ظاہر کرتی ہیں جن کی تعبیر چرخ کی ایک گردش سے ہوتی ہے۔

یہ بات ظاہر ہے کہ "ط" اور "ق" کے دریافت کرنے کے جو دو طریقے اُوپر بتائے گئے ہیں وہ کسی قدر ناقص ہیں۔ آلہ ساز اِن مقداروں کو زیادہ صحت کے ساتھ دریافت کر سکتے ہیں اِس لئے تاوقتیکہ آلہ پُرانا نہ ہو جائے یا بے احتیاطی سے استعمال کرنے کی وجہ سے خراب نہ ہو جائے جو قیمتیں شمار کنندہ والے بازو پر لکھی ہوں اُنہیں کو استعمال کرنا چاہیئے۔

تجربہ ۹ —— سطح پیما کی مدد سے چھوٹے چھوٹے رقبوں کی تعیین —— رقبہ اِتنا چھوٹا ہونا چاہیئے کہ ثابت مرکز ۹ شکل کے باہر رکھا جا سکے۔

(۱) **سطح پیما کی فی صد غلطی دریافت کرنا**۔ دس سمر ضلعے کا ایک مربع کھینچو اور آلے کے نشان کنندہ کو اِس مربع

کے چاروں طرف پھیرو اور سطح پیما کے ذریعے سے جو رقبہ معلوم ہو اُس کو مربع سمر میں تحویل کر لو۔ سو مربع سمر میں (جو مربع کا مجموعی رقبہ ہے) اور سطح پیما کے ذریعے سے دریافت کی ہوئی قیمت میں جو فرق ہوگا وہی سطح پیما کی فی صد غلطی ہوگی۔

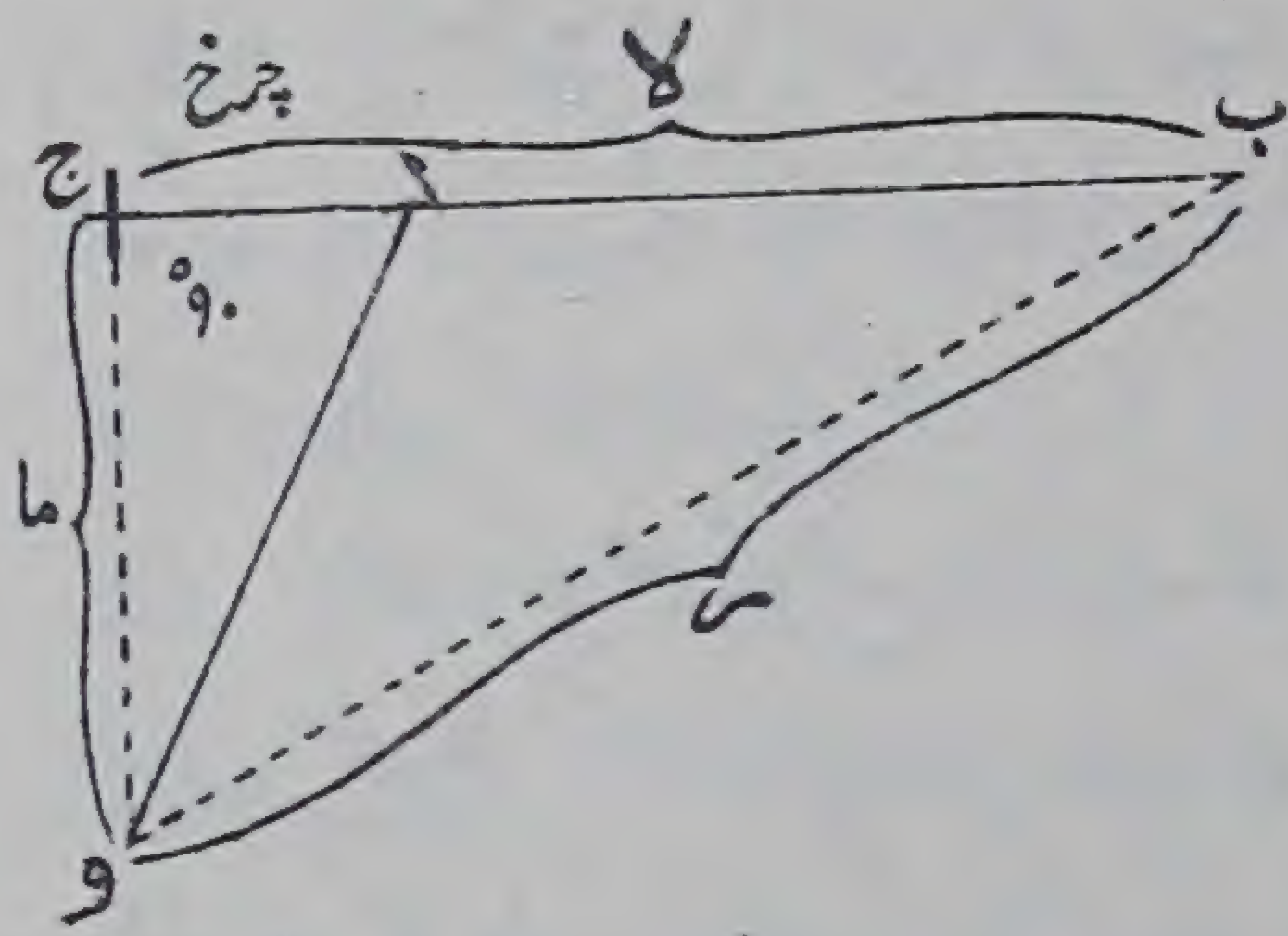
(ب) دائرے کا رقبہ سطح پیما کی مدد سے دریافت کرنا۔

۱۰ سمر نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچو اُس کا رقبہ $\pi \times 10^2$ مربع سمر ہوگا۔ اِس رقبے کو سطح پیما کی مدد سے دریافت کرو۔ اِن دونوں قیمتوں سے π کی قیمت اخذ کرو۔

تجربہ ۱۰۔ سطح پیما کے صفری دائرے کا رقبہ دریافت کرنا۔ چھوٹے رقبوں کی پیمائش کرنے میں اِس آلے کا استعمال بتایا جا چکا ہے۔ اور اِس پر رقبوں کی قیمت پڑھنے کی ترکیب بھی سمجھائی جا چکی ہے۔ اب اِس کی ضرورت ہے کہ صفری دائرے کا رقبہ دریافت ہو جائے تاکہ اُن بڑے بڑے رقبوں کی پیمائش ہو سکے جن کے اندر ثابت مرکز واقع ہوں۔

(ا) صفری دائرے کا رقبہ نظریے سے:۔

چرخ کو مربع دار کاغذ پر اِس طرح سے رکھو کہ اِس کا وہ نقطہ جو کاغذ سے مَس کر رہا ہو ٹھیک کسی مربع کے ایک کونے پر رہے۔ اور اِس کی سطح مربعوں کے ضلعوں پر رہے۔ نشان کنندہ، کاغذ کے کسی ایک کنارے پر اور ثابت مرکز، چرخ کے سطح والے کنارے پر رہے۔ اور اِن دونوں نقطوں کو اِس طرح سے دباؤ کہ کاغذ پر اُن کے نشان پڑ جائیں۔

آلہ اب اِس طرح بٹھایا گیا ہے کہ چرخ کی سطح ثابت مرکز سے ہو کر گذرتی ہے۔ اِس لئے اُن تحقیقات کی رُو سے جن کا بیان پہلے ہو چکا ہے ثابت نقطے اور شمار کنندے کا درمیانی فاصلہ صفری دائرے کا نصف قطر ہے۔ مُوخر الذکر فصل کی پیمائش ہو سکتی ہے

جس کی مدد سے صفری دائرے کا رقبہ بھی معلوم ہو سکتا ہے۔
شکل ۱۷ب میں

$$لا^2 + ما^2 = ر^2$$

اِس لئے ہم لکھ سکتے ہیں:۔
صفری دائرے کا

$$\text{رقبہ} = \pi(لا^2 + ما^2)$$

شکل ۱۷ب۔ صفری دائرہ کا مقام

اور مساوات مندرجہ بالا سے صاف ظاہر ہے کہ رقبہ صرف لا اور ما کی قیمتیں دریافت کرنے سے معلوم ہو سکتا ہے اور ر کی پیمائش کرنے کی ضرورت نہیں ۔

اگر نشان کنندہ والے بازو کے اُوپر کے رُخ کا معائنہ کیا جائے تو یہ معلوم ہوگا کہ اِن کے مختلف نقطوں پر بھی اعداد لگے ہیں جو بغلی رُخ کے نشانات کے اُوپر لکھے ہوئے ہیں۔ یہ اعداد اُن صفری دائروں کے رقبوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کو قبضہ بردار کے مختلف مقاموں سے مطابقت ہے اور یہ اعداد عموماً چرخ کی گردشوں کی تعداد بتاتے ھیں۔ مثلاً اگر قبضہ بردار کا نمائندہ ۱۰۰ اسمر□ کے نشان پر مرتب کیا جائے اور سلاخ کے اُوپر والے رُخ پر اِسی نشان کے سامنے ۲۰۷۳۱ء لکھا ہُوا ہو تو اِس کے معنی یہ ہونگے کہ صفری دائرے کا رقبہ چرخ کی ۲۰۷۳۱ء گردشوں کے مماثل ہے یا یوں کہئے کہ رقبہ = ۲۰۷۳۱ء مربع سمر۔

آلے پر کے نشانات کی مدد سے صفری دائرے کا رقبہ مربع سمر میں لکھو اور مذکورہ بالا مشاہدات سے جو رقبہ حاصل ہو اُس کا قبل الذکر رقبے سے مقابلہ کرو۔ جیسا کہ پہلے بیان ہو چکا ہے آلے پر کے نشان کی مدد سے جو رقبے حاصل ہوتے ہیں اُن کی صحت پر زیادہ بھروسہ کیا جا سکتا ہے۔ کیونکہ آلہ سازوں کو زیادہ صحت کے

ذرائع حاصل ہیں اِس لئے جب تک کہ آلہ قطعی طور پر خراب نہ ہو گیا ہو اُس کے نشانات کی مدد سے جو رقبے ملتے ہیں اُن ہی کو استعمال کرنا چاہیئے۔

(ب) صفری دائرے کا رقبہ تجربے کے ذریعے سے۔

صرف سطح پیما کے نمائندوں ہی کی مدد سے بغیر کسی پیمائش کے صفری دائرے کا رقبہ بہت آسانی کے ساتھ دریافت ہو سکتا ہے۔کوئی ایک ایسا منتظم یا غیر منتظم رقبہ لو کہ اگر ثابت نقطہ باہر رکھا جائے تو اِسی رقبے کے گھیرے پر نشان کنندہ آسانی سے پھیرا جا سکے۔ ۲۰ سمر کے عرض کی شکل اکثر ایسے آلوں کے لئے مناسب ہوگی جو ۱۰۰ اسمر□ درجہ بندی پر مرتب کئے گئے ہوں۔

ثابت مرکز کو باہر رکھ کر شمار کنندہ کو شکل کے گھیرے پر پھیرو۔ اور سطح پیما کے درجوں سے جو رقبہ معلوم ہو اُس کو قلمبند کر لو۔اِس رقبے کی تعبیر ا سے کرو۔

اب ثابت مرکز کو شکل کے اندر رکھ کر پھر نشان کنندہ کو پھیرو۔ پھیرنے کے عمل کو آہستہ آہستہ جاری رکھو کیونکہ اِس حالت میں چرخ بہت تیزی سے گھومیگا اور اگر احتیاط نہ برتی جائے تو چرخ کاغذ پر یا تو پھسل جائیگا یا اُس سے ہٹ جائیگا۔ اگر غور سے دیکھو گے تو معلوم ہوگا کہ چرخ پر کی توقیم گھٹ رہی ہوگی۔یعنی منفی رقبہ ترقیم ہو رہا ہوگا۔ بشرطیکہ شمار کنندہ مثبت سمت میں حرکت کر رہا ہو۔

جب ترقیم شدہ رقبہ چرخ پر معلوم ہو جائے تو مندرجۂ ذیل مساوات سے شکل زیر بحث کا رقبہ دریافت ہو جائیگا۔ جب ثابت مرکز شکل کے اندر ہو تو

رقبہ ا = ترقیم شدہ رقبہ + صفری دائرے کا رقبہ

عموماً یہ مساوات رقبہ ا کے دریافت کرنے میں استعمال کی جاتی ہے۔ لیکن اِس خاص صورت میں جو کہ زیر بحث ہے

اِس کی مدد سے صفری دائرے کا رقبہ بھی معلوم کر سکتے ہیں۔ رقبہ ا سطح پیما کی مدد سے پہلے ہی دریافت ہو چکا ہے جب کہ ثابت مرکز شکل کے باہر تھا۔ اور ترقیم سے رقبے کا پتہ چل گیا ہے جب کہ مرکز اندر تھا اِس لئے صفری دائرے کا رقبہ دو مذکورہ بالا رقوم کے جبری فرق کے مساوی ہے۔ یا اِن کے حسابی حاصل جمع کے، کیونکہ اِن میں سے ایک منفی مقدار ہے۔

مندرجہ ذیل مثال کو دیکھو:۔

ثابت مرکز باہر ہو

	پہلا معائنہ	۲٫۱۳۹	چکر
	دُوسرا معائنہ	۵٫۷۱۳	
∴	ترقیم	۳٫۵۷۴	چکر
∴	رقبہ	= ۳۵٫۷۴	مربع سمر

ثابت مرکز اندر ہو

پہلا معائنہ	(۲) ۵٫۷۸۱	چکر
دُوسرا معائنہ	۸٫۶۲۳	
ترقیم	-۱۷٫۱۴۸	چکر

ترقیم منفی سمت میں ہو رہی تھی اور چرخ جو پُورے چکروں کو بتاتا ہے وہ اپنے صفر پر سے دو مرتبہ گزرا۔ اِس لئے پہلے معائنہ کے سامنے (۲) کا نشان لگا دیا گیا ہے۔

اِس طریقہ سے

صفری دائرے کا رقبہ + ($-۱۷٫۱۴۸$) = ۳۵٫۷۴

یا صفری دائرے کا رقبہ = ۲۰۷۲،۲ مربع سمر۔
مذکورہ بالا نتیجوں کے مقابلے میں سطح پیما کے شمار کنندے کی درجہ بندیوں سے اسی رقبے کی قیمت ۲۰۷۳،۱ مربع سمر تھی۔
صفری دائرے کا رقبہ اِن دو طریقوں سے دریافت کرو اور نتیجوں کا مقابلہ اُس قیمت سے کرو جو شمار کنندے کے بازو سے حاصل ہوتی ہے۔

تجربہ ۱۱ — بڑے رقبوں کی پیمائش

سطح پیما کی مدد سے — اِس صورت میں رقبہ اِتنا بڑا فرض کیا جا سکتا ہے کہ ثابت مرکز و اِس کے اندر لیا جا سکے۔
۴۰ سمر × ۷۰ سمر کی ایک بڑی شکل ناقص دو سُوئیوں اور دھاگے کی مدد سے کھینچو۔ اور سطح پیما کی مدد سے اِس کا رقبہ دریافت کرو۔ ثابت کرو کہ یہ رقبہ = $\frac{\pi}{4}$ × اُس مستطیل کا رقبہ جو کہ شکل ناقص کے باہر کھینچا گیا ہے اور جس کے اضلاعِ اعظم اور اقل محوروں کے مساوی ہوں۔

۲- حجم اور کثافت کی پیمائش

کثافت سے کسی مادّی شئے کی کمیت فی اِکائی حجم مُراد ہے۔
س، گ، ث، نظام میں اِس کو یوں کہہ سکتے ہیں کہ کسی مادّی شئے کی کثافت اُس کے ایک مکعب سمر حجم کے مادّے کی کمیت کے برابر ہے۔
اگر ک کمیت ہو اور ح حجم تو

$$\text{کثافت} = \frac{\text{ک}}{\text{ح}}$$

اگر ک گراموں میں اور ح مکعب سمروں میں ہو تو کثافت گرام

فی مکعب سمر میں ظاہر ہوگی۔

تجربہ ۱۲ ۔ کسی منتظم مجسم کی کثافت سرل چاپ کے ذریعے دریافت کرنا - احتیاط کے ساتھ چند منتظم مجسمات کے طولی البعاد کو ایسے سرل چاپ کے ذریعے دریافت کرو جس سے ۰۱. ملی میٹر تک طول دریافت ہو سکے ۔ طول کی پیمائش میں سرل چاپ کے ہر معائنے سے "صفری معائنہ" کو جبری قاعدے سے حسب ضرورت گھٹا لو ۔

ہر پیمائش میں مشاہدہ کم از کم تین مرتبہ ہونا چاہیئے اور اگر ممکن ہو تو مشاہدے جسم کے مختلف نقطوں پر ہونے چاہئیں ۔ جو نتیجے حاصل ہوں اُن کا اوسط لینا چاہیئے ۔ مثلاً اگر کسی اُسطوانے کا قطر دریافت کرنا ہو تو اُس کی قیمت اُس کے ہر ایک سرے اور وسطی مقام پر دریافت کرنی چاہیئے ۔ اور اُس کا اوسط قطر اِن نتیجوں کا اوسط ہوگا ۔ ایسا عمل کرنے سے اگر اسطوانہ کسی قدر گاؤدم ہو تو اِس کی وجہ سے جو غلطی ہوگی اُس کی صحت ہو جاتی ہے ۔ اُسطوانے کے ہر مقام پر دو ایسے قطروں کی پیمائش ہونی چاہیئے جو آپس میں علی القوائم ہوں ۔ اِس طریقے سے اُسطوانے میں اگر ناقصیت ہو تو اِس کی بھی صحت ہو جائیگی ۔

بس اِس طرح سے اُسطوانے پر چھ مُشاہدات ہونگے اور اِن کا اوسط اُسطوانے کا صحیح قُطر سمجھا جا سکتا ہے ۔

دریافت شدہ قُطر کی مدد سے اُسطوانے کا حجم دریافت کرو ۔ اِسی طریقے سے اَور دیگر منتظم مجسمات کے بھی حجم دریافت ہو سکتے ہیں ۔ [مختلف منتظم جسمات کے حجم دریافت کرنے کے ضابطے ضمیمہ میں درج ہیں]

ترازو کی مدد سے اِس جسم کی کمیت مادہ دریافت کرو اور اِس

کمیت کو حجم دریافت شدہ سے تقسیم کردو جو نتیجہ کہ حاصل ہوگا وہ
اس کی کثافت ہوگی۔

تجربہ ۱۳ — کسی منتظم مجسّم کی کثافت پیچدار خردہ پیما کی مدد سے دریافت کرنا۔ مجسمات زیرِ پیمائش کے طولی ابعاد کو خردہ پیما سے دریافت کرو اور ضابطے کی مدد سے حجم کی تعیین کرو۔

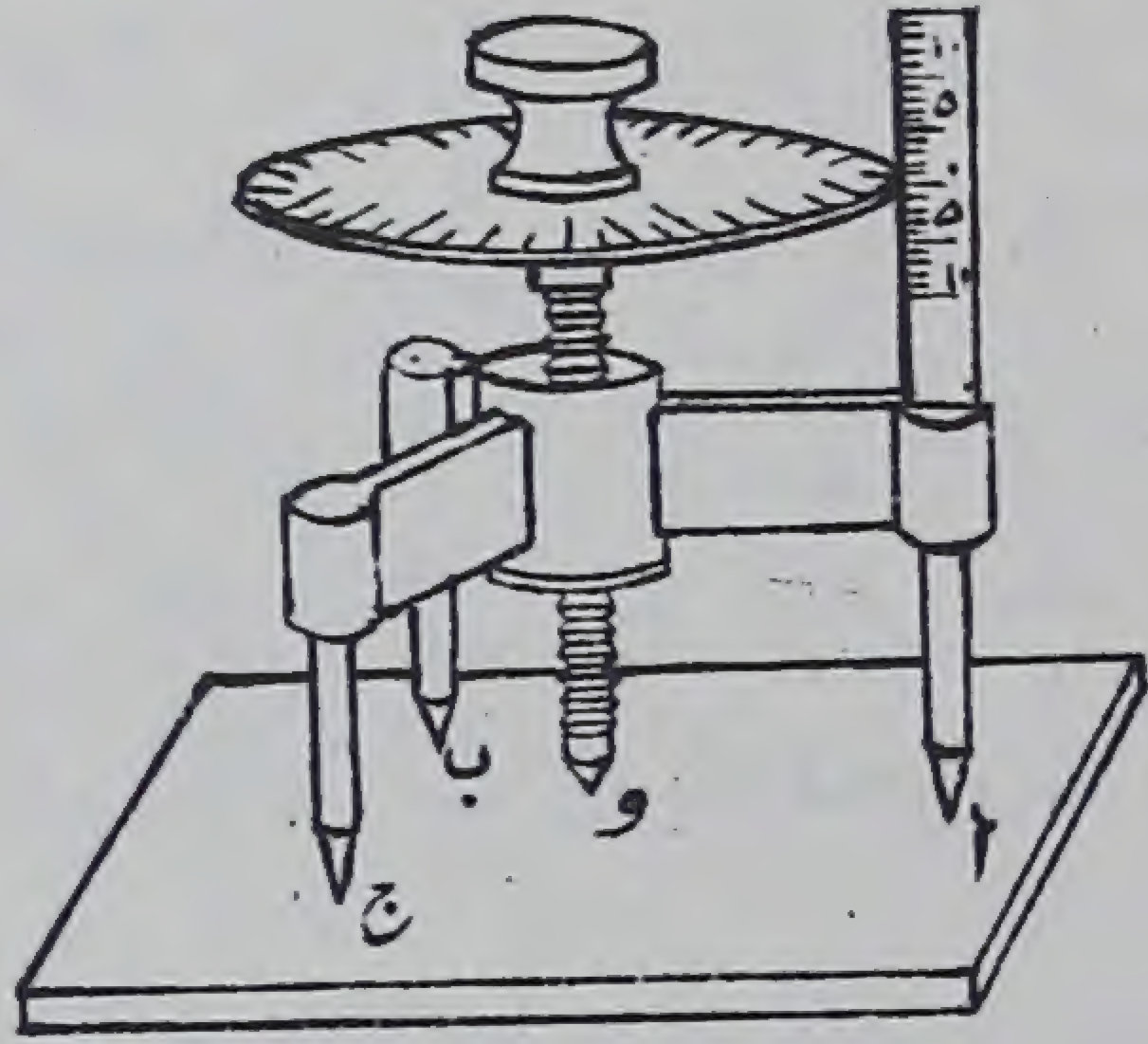
پھر اِس جسم کی کمیت ترازُو سے معلوم کرلو۔ اور اِس کمیت کو حاصل شدہ حجم سے تقسیم کردو۔ جو نتیجہ نکلیگا وہ اِس مجسم کی کثافت ہوگا۔

۴- کرُویت پیما

کرُویت پیما ایک آلہ ہے جو کسی کرُوی سطح کے اِنحنا کے نصف قطر کی پیمائش کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔ اکثر صورتوں میں (مثلاً کسی عدسے کی پیمائش وغیرہ میں) سطح زیرِ پیمائش کرُہ کا محض ایک چھوٹا سا حِصّہ ہوتا ہے۔ اِس صورت میں اِنحنا کا نصف قطر اِس (خیالی) کرُہ کا نصف قطر ہے جس کا ایک حِصّہ یہ سطح ہے۔

یہ آلہ ایک ایسے ڈھانچے پر مشتمل ہے جس میں تین پائے ا ب ج اِس طرح سے لگے ہیں کہ اِن کے سِرے تقریباً ایک مثلث مساوی الاضلاع کے کونوں پر واقع ہیں (شکل ۱۸)۔ ڈھانچے کے مرکز سے ایک باریک عموماً ۵ء ملی میٹر یا ایک ملی میٹر کی گھائی کا پیچ گزرتا ہے جو اِس آلہ کا چوتھا پایہ و ہے۔ اِس پائے کا مقام ایک ایسے پیمانے سے دریافت ہوتا ہے جو ڈھانچے میں علی القوائم لگا ہوا ہے۔ پیچ کے اُوپر کے سِرے پر ایک قرص دار

پیمانہ لگا ہؤا ہے۔ اِس میں عموماً سو درجے ہوتے ہیں۔ جب یہ قُرص

شکل ۱۸ء۔ کُرویت پیما

ایک دفعہ پُورا چکّر لگا جاتا ہے تو سرا و پیچ کی ایک گھائی کے برابر اُوپر یا نیچے ہٹتا ہے۔ اگر گھائی ایک مِلی میٹر کی ہو تو قُرص کا ایک درجہ ۰ء۰۱ مِلی میٹر بتائیگا۔ اگر گھائی ۰ء۵ مِلی میٹر کی ہو تو قُرص کا ایک درجہ ۰ء۰۰۵ مِلی میٹر بتائیگا۔ اِس کے معنی یہ ہیں کہ اِس آلے کی مدد سے ۰ء۰۱ یا ۰ء۰۰۵ مِلی میٹر کی حد تک طول دریافت ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۱۴ — کُرویت پیما کی مدد سے کسی تختی کی موٹائی کی پیمائش۔ کُرویت پیما کے استعمال سے قبل یہ دریافت کرنا چاہیئے کہ آلے کے اُوپر دونوں پیمانوں میں کس طرح سے درجہ بندی ہوئی ہے۔ کیونکہ ہر آلے کی درجہ بندی یکساں نہیں ہوتی۔ سب سے پہلے یہ دریافت کرو کہ قُرص کی ایک پُوری گردش سے پیچ کا سِرا کتنا آگے بڑھتا ہے۔ یہ فصل غالباً ۰ء۵ یا ۱ء۰ مِلی میٹر ہوگا۔ اِس کے بعد دیکھو کہ قُرص کے اُوپر کتنے درجے ہیں اور اِس کی مدد سے یہ دریافت کرلو کہ جب قُرص

ایک درجہ گھُمایا جاتا ہے تو پیچ کا سرا کتنا آگے بڑھیگا۔ مثلاً پیچ کی گھائی اگر ۰۵ء ۰ ملی میٹر ہو اور درجہ دار قرص پر پچاس درجے ہوں تو ہر درجہ ۰۰۱ء۰ ملی میٹر فصل کے مطابق ہوگا (دیکھو صفحہ ۳۲)۔

جب کہ درجہ دار قرص کا صفر خطی پیمانے کے صفر کے محاذی ہو جائے تو اِس صورت میں یہ سمجھا جاتا ہے کہ پیچ کی نوک اور تینوں پایوں کی نوکیں ایک ہی سطح میں واقع ہیں۔ بالعموم ٹھیک یہ صورت نہیں رہتی ہے۔ اِس لئے آلے کی "صفری غلطی" کی مقدار یا "صفری معائنہ" کے دریافت کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔

اِس امر کے لئے کرّویت پیما ایک ایسی ٹھیک سطح مستوی پر رکھا جاتا ہے جس کے اِستوا کی جانچ فنِ مناظر کے قاعدے سے پہلے کر لی جاتی ہے۔ یہ عموماً کانچ کی تختی ہوتی ہے۔ آلے کے سرے کو گھُماتے جاؤ جب تک کہ پیچ کی نوک سطح مذکورۂ بالا سے مَس نہ کرے۔ اِس کا پتہ کہ نوک عین مَس کر رہی ہے یوں لگتا ہے کہ اگر باہر والے پایوں سے کسی کو اُنگلی یا پنسل سے چھُوا جائے تو آلہ پیچ کی نوک کے گرد گھُوم جاتا ہے۔ پیچ کو اِتنا گھُمانا چاہیئے کہ آلہ اگر مذکورۂ بالا طریقے سے چھُوا جائے تو گھُومنے لگے۔ لیکن اگر پیچ ذرا سا بھی اُوپر اُٹھایا جائے تو آلے کا گھُومنا موقوف ہو جائے۔ اِس عمل کو کئی بار کرلو اور ہر مُشاہدے میں خطی پیمانے پر قُرص کے صفر کا مقام دریافت کرلو۔ جو قیمتیں کہ ملینگی اُن کا اوسط صفری معائنہ ہوگا۔ اِس کے بعد جتنے معائنے ہونگے اُن میں سے ہر ایک میں یہ صفری معائنہ جبری طریقے سے محسوب کر لینا چاہیئے۔

شیشے کی تختی کی موٹائی ناپنے میں پہلے صفری معائنہ دریافت کرو۔ اِس کے بعد تختی کو پیچ کی نوک کے نیچے رکھو اور پیچ کو باہر کی طرف گھُماتے جاؤ جب تک کہ آلے کی گردش عین موقوف

نہ ہو جائے۔ اِس عمل میں آلے کے تینوں پائے حسبِ دستور سطح مستوی پر رہنے چاہئیں۔ جب آلہ اِس طرح سے مُرتب ہو جائے تو پیمانے پر معائنہ کرلو اور اُس کی قیمت سے صفری معائنہ کی قیمت گھٹا لو جو نتیجہ نکلیگا تختی کی موٹائی ہوگا۔

اکثر اوقات انتصابی پیمانہ کا لحاظ نہ رکھنا زیادہ آسان ہوتا ہے مگر صرف اِتنا جان لینا چاہیئے کہ جب قُرص ایک پُوری گردش کرلیتا ہے تو نوک کتنا فصل طے کرتی ہے۔ اِس صورت میں انتصابی پیمانے پر معائنہ کرنے کے بجائے قُرص کی پُوری گردشوں کی تعداد دریافت کرنی چاہیئے۔ یہ ظاہر ہے کہ ایک گردش قُرص پر کے ۵۰ یا ۱۰۰ درجوں کے برابر ہوگی اور جتنا فصل کہ پیچ کی نوک طے کریگی وہ مذکورہ بالا درجوں کے رقوم میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

مثال۔ فرض کرو کہ قُرص پر صفری معائنہ ۲۳ درجے ہے۔ جب پیچ کی نوک تختی کی اُوپر کی سطح پر آئی تو قُرص کو چار سے زیادہ مگر پانچ سے کم مکمل گردشیں دینی پڑیں۔ اور اِس وقت قُرص پر کا معائنہ ۶۵ تھا۔

قُرص پر ۱۰۰ درجے ہیں اِس لئے درجوں کی تعداد جس حد تک آلہ گھمایا گیا ہے = ۴ مکمل چکّر + ۶۵ - ۲۳

= ۴۴۲ درجے۔

پیچ کی گھائی ۰٫۵ ملی میتر ہے اِس لئے ہر درجہ $\frac{1}{200}$ مم کے مطابق ہوگا۔

اِس لئے تختی کی موٹائی = ۲٫۲۱ مم

= ۰٫۲۲۱ سم

تجربہ ۱۵ ___ کسی آئینہ یا عدسہ کی سطح کے انحنا کے نصف قطر کی پیمائش۔ کروویت پیما کے

تینوں پایوں کو کروی سطح پر بٹھا دو اور پیچ کو اس طرح سے ترتیب دو کہ اس کی نوک بھی ٹھیک کروی سطح کو مس کرے۔ قرص پر معائنہ کرلو۔ اب آلے کو کروی سطح سے ہٹا کر سطح مستوی پر رکھو اور دیکھو کہ پیچ کی نوک کو تینوں پایوں کی سطح میں لانے کے لئے قرص کو کتنی دفعہ گھمانا پڑتا ہے۔ قرص پر پھر معائنہ کرو۔ گردشوں کی تعداد اور قرص پر کے دونوں معائنوں سے یہ دریافت کرو کہ پیچ کی نوک نے کتنا فصل طے کیا۔ یہ مشاہدہ کئی دفعہ ہونا چاہیئے۔ اوسط قیمت کو 'گ' سمر سے تعبیر کرو۔

آلے کے کسی دو ثابت پایوں کا درمیانی فاصلہ بھی جاننا ضروری ہے۔ اس کو کسی ملی میٹر کے پیمانے سے ۰.۱ ملی میٹر کی حد تک احتیاط سے پیمائش کرلو۔ اس قسم کی تین پیمائشیں کرنی ہونگی۔ کیونکہ یہ فاصلہ اُس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ہے جس کے کونوں پر پایوں کی نوکیں واقع ہیں۔ ان تینوں پیمائشوں کے اوسط کو ف سمر سے تعبیر کرو تو انحناء کا نصف قطر مندرجہ ذیل مساوات سے معلوم ہو جائیگا:-

$$ر = \frac{ف^2}{6گ} + \frac{گ}{2}$$

جہاں ر انحنا کا نصف قطر ہے

نوٹ:- (۱) چونکہ ر کا انحصار ف کے مربع پر ہے اس لئے ف کی پیمائش میں تھوڑی سی فی صد غلطی ر کی فی صد غلطی کی تعداد کو دو چند کردیگی۔

(۲) اگر 'گ' کی پیمائش سمر میں ہوئی ہے تو ف بھی سمر میں ہونا چاہیئے اور 'ر' کی قیمت بھی سمر میں نکلیگی۔

(۳) رقم $\frac{گ}{2}$ اکثر اوقات $\frac{ف^2}{6گ}$ کے مقابلے میں نظر انداز کردی جاتی ہے۔

نتیجے مندرجہ ذیل طریقے سے قلمبند ہونے چاہئیں:-

سطحِ مستوی پر معائنہ	عدسہ پر معائنہ
۲۲ درجے	۴۸ درجے
۲۴ درجے	۴۷ "
۲۳ درجے	۴۶ "
اوسط ۲۳ درجے	اوسط ۴۷ درجے

فرق = ۲۴ درجے

پیچ میں دو مکمل چکّر ہوئے۔

∴ گ = ۲ چکّر + ۲۴ درجے = ۱۱۲ء۰ سمر

پایوں کا درمیانی فاصلہ

۳ء۰۱ سمر

۳ء۰۳ "

۲ء۹۹

اوسط ف = ۳ء۰۱ سمر

$$\therefore \text{س} = \frac{(\text{۳ء۰۱})^2}{\text{۶} \times \text{۰ء۱۱۲}} + \frac{\text{۰ء۱۱۲}}{\text{۲}} \text{ سمر}$$

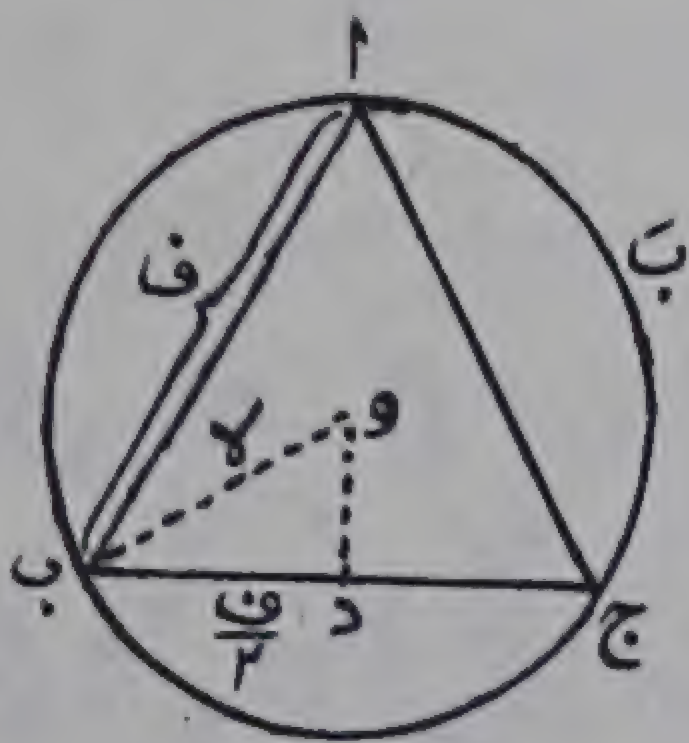
= ۱۳ء۵ سمر

سطح کے انحنا کو بَصَریوں میں دریافت کرنا زیادہ مفید ہے کیونکہ بَصَرِیہ عینک سازوں کے پاس انحناء کی اِکائی ہے جس سطح کے انحناء کا نصف قطر ایک میٹر ہوتا ہے اُس کا انحناء ایک بَصَرِیہ کہلاتا ہے۔ پس انحناء کی قیمت بصریوں میں انحناء کے نصف قطر کی اُس قیمت کا مقلوب ہے جو میٹروں میں ہوتی ہے۔

مثال مندرجہ بالا میں انحناء = $\frac{\text{۱۰۰}}{\text{۱۳ء۵}}$

= ۷ء۴۱ بَصَریئے

ضابطہ $\text{س} = \frac{\text{ف}^2}{\text{۶گ}} + \frac{\text{گ}}{\text{۲}}$ کا ثبوت — اِس

ضابطہ میں ف اُس مثلث متساوی الاضلاع کے ضلع کا طول ہے جس کے کونوں پر آلہ کی تینوں ثابت نوکیں رہتی ہیں (شکل ع ۱۹)۔ فرض کرو کہ ا ب ج مذکورہ بالا مثلث متساوی الاضلاع ہے۔ اِس

شکل ع ۱۹ ۔ کرویت پیما کی سطح

مثلث کے گرد دائرہ کھینچو۔ و اِس دائرہ کا مرکز ہے۔ نصف قطر و ب کو لا سے تعبیر کرو۔ ب ج پر و د عمود کھینچو۔ تب $\overline{\text{ب د}} = \frac{\text{ف}}{۲}$

اور $\overline{\text{و د}} = \frac{\text{لا}}{۲}$

کیونکہ مثلث ب و د ایک مثلث متساوی الاضلاع کا نصف ہے۔

اب $\text{و ب}^{۲} = \text{و د}^{۲} + \text{ب د}^{۲}$

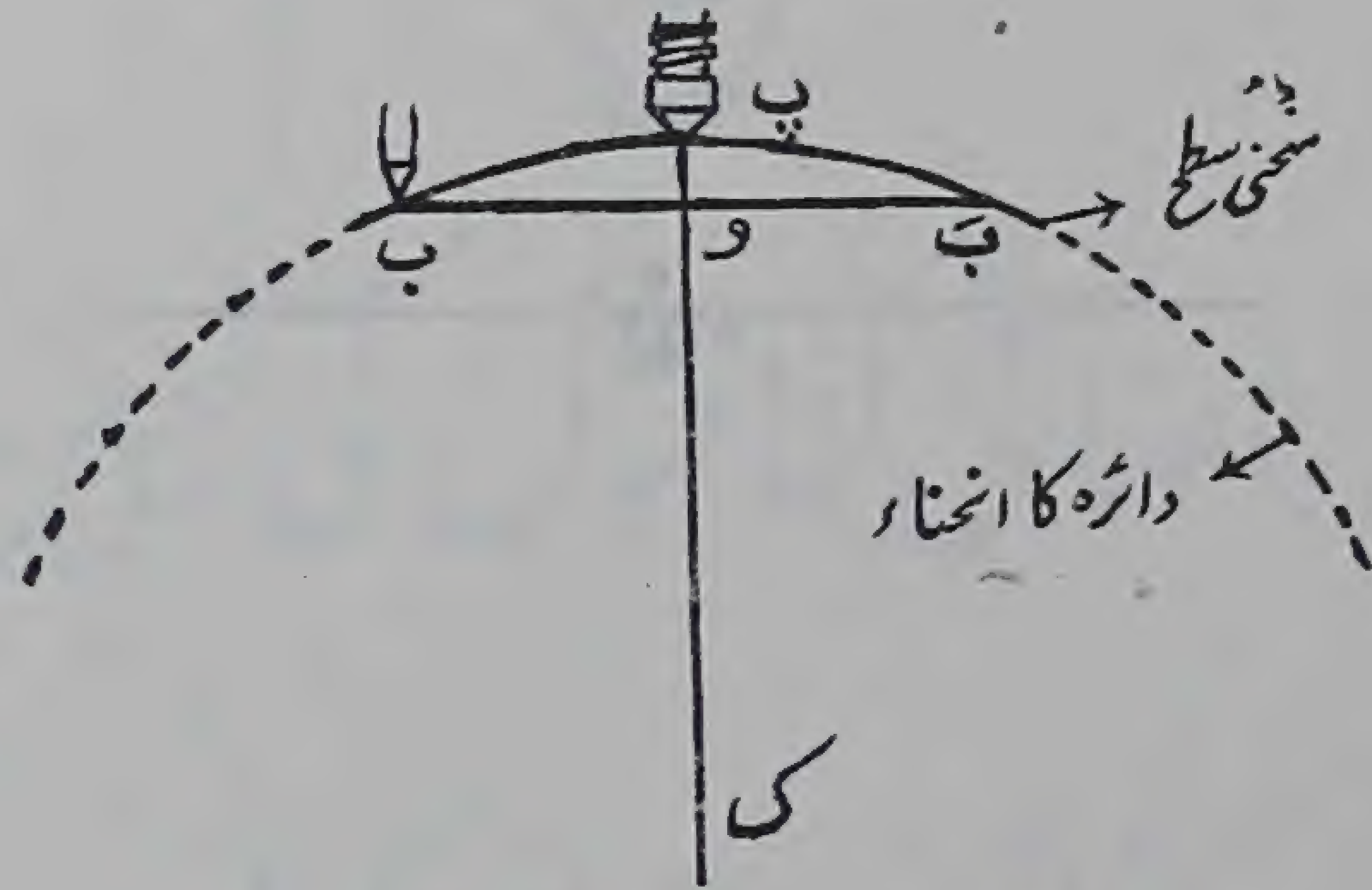
یعنی $\text{لا}^{۲} = \left(\frac{\text{لا}}{۲}\right)^{۲} + \left(\frac{\text{ف}}{۲}\right)^{۲}$

$$\text{لا}^{۲} - \frac{\text{لا}^{۲}}{۴} = \frac{\text{ف}^{۲}}{۴}$$

$$\frac{۳\,\text{لا}^{۲}}{۴} = \frac{\text{ف}^{۲}}{۴}$$

اِس لئے $\text{لا}^{۲} = \frac{\text{ف}^{۲}}{۳}$

کُرہ کو ایک ایسی سطح سے قطع کرو جو اِس کے مرکز ک اور خط $\overline{\text{ب و}}$ سے گذرے۔ اِس سطحی تراش پر غور کرو۔

اِس طریقہ سے شکل ع۲۰۔ حاصل ہوتی ہے جس میں اِس دائرے کا صرف ایک حِصّہ دکھایا گیا ہے جس کے انحنا کی ضرورت ہے۔ پ ک کو اپنی سیدھ میں اِس طرح بڑھاؤ کہ وہ دائرے کو پھر نقطہ

شکل ع۲۰ = دائرہ کا حِصّہ

س پر قطع کرے (یہ نقطہ س شکل میں نہیں دکھایا گیا ہے)

ک س = ک پ

= ر

و ب = و بَ

= لا

اور و پ = گ

ہم کو علمِ ہندسہ سے معلوم ہے کہ و س × و پ = و ب × و بَ

یعنی (۲ ر − گ) گ = لا^۲

۲ ر گ = لا^۲ + گ^۲

ر = لا^۲ / ۲گ + گ / ۲

پہلے یہ ثابت کیا جا چکا ہے کہ $لا = \frac{ف^۲}{۳}$

$$ر = \frac{ف^۲}{۶گ} + \frac{گ}{۲}$$

اور یہی ثابت کرنا مطلوب تھا۔

فصل چہارم

اضافی کثافتوں کی تعیین

۱- کثافتِ اضافی کی تعریف

کسی حجم کی مادّی شئے کا وزن اُس کی مساوی الحجم کسی معیاری شئے کے وزن کے ساتھ جو نسبت رکھتا ہے اُس نسبت کو قبل الذکر شئے کی کثافتِ اضافی کہتے ہیں۔ بالعموم پانی معیاری شئے قرار دیا گیا ہے۔ اِس مفہوم کو علمِ ریاضی میں ذیل کی صورت میں ادا کر سکتے ہیں:-

فرض کرو کہ کسی مادّی جسم کا وزن و ہے اور اِس جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن وَ ہے تو متذکرہ بالا تعریف کی رُو سے جسمِ زیرِ بحث کی کثافتِ اضافی = $\frac{و}{وَ}$

چونکہ وزن کمیتِ مادّہ کے متناسب ہوتا ہے۔ اِس لئے کثافتِ اضافی = $\frac{ک}{کَ}$ جہاں ک = جسم کا کمیت مادّہ
کَ = مساوی الحجم پانی کا کمیتِ مادّہ

جب حقیقی نتیجہ مقصود ہو تو اُن تپشوں کو مخصوص کرنا بھی ضروری ہے جن پر تجربے کئے جائیں۔ اِس بناء پر پانی ۴° مئی تپش کا لیا جاتا ہے اور اِس تپش پر پانی "اعظم کثافت" رکھتا ہے۔ معمولی تجربوں

میں پیمائشیں کمرے کی تپش پر ہوتی ہیں۔

۲- کثافتِ اضافی بوتل

کثافت اضافی بوتل اِس قسم کی ہوتی ہے جس میں ایک خاص حجم کا مایع سما جائے۔ عموماً یہ بوتل صُراحی نما ہوتی ہے جس کے مُنہ میں ایک ایسی شیشے کی ڈاٹ لگی ہوتی ہے جو اس کو بخوبی بند کرلیتی ہے۔ ڈاٹ میں ایک باریک سا سوراخ بنا دیتے ہیں تاکہ بند کرتے وقت ہوا اور زائد مائع بوتل سے نکل جائے۔

متذکرہ بالا بوتل کے علاوہ ایک دُوسری قسم کی زیادہ سادہ اور صیحح بوتل بھی استعمال کی جاتی ہے۔ اِس کی گردن پر ایک نشان ا ب لگا رہتا ہے (شکل ۲۱)۔ بوتل کو اتنا بھرتے ہیں کہ مایع کی ہلالی سطح کا نیچے والا حصّہ نشان تک پہنچ جائے۔ اگر مایع زیادہ داخل ہو جائے تو جاذب کی مدد سے یا چھوٹے نالچے سے اِس کو نکال لیا جاتا ہے۔ عموماً کثافتِ اضافی دریافت کرنے میں بوتل کو دو دفعہ یعنی ایک دفعہ پانی اور دُوسری دفعہ مایع سے بھرنا ہوتا ہے اور صیحح نتیجہ نکالنے کے لئے اِس کی ضرورت ہے کہ دونوں صورتوں میں بوتل کی گنجائش مساوی ہو۔ چونکہ اوّل الذکر بوتل میں ڈاٹ مخروط نما ہوتی ہے اِس لئے یہ ممکن ہے کہ جس قدر پہلی دفعہ بھرنے میں ڈاٹ اندر گھسی تھی اُتنی ہی دُوسری دفعہ میں نہ گھسے۔ جس سے بوتل کی گنجائش

ا ب

شکل ۲۱- کثافتِ اضافی بوتل

میں فرق ہو جائیگا۔ اِس کے علاوہ جب بوتل کی تپش کسی وجہ سے (مثلاً ہاتھ سے چھونے سے) ڈاٹ کی تپش کے مقابلے میں ذرا سی بھی بڑھ جاتی ہے تو بوتل کے منہ کے قطر میں اِس تپش کی وجہ سے اضافہ ہو جاتا ہے۔ اور ڈاٹ ضرورت سے زیادہ اندر گھُس جاتی ہے جس سے پھر بھی بوتل کی گنجایش میں کمی واقع ہوگی۔ اِن ہی وجوہات سے جب زیادہ صحت مدِنظر ہوتی ہے تو موخرالذکر بوتل کو اِس بوتل پر فوقیت دیجاتی ہے۔

تجربہ ۱۶ — کثافتِ اضافی بوتل سے کسی مائع کی کثافتِ اضافی دریافت کرنا

بوتل کو خوب صاف کرکے اچھی طرح سے خشک کرلو۔ اِس کا طریقہ یہ ہے کہ کانچ کی ایک ایسی نلی لو جو بوتل کے اندر داخل ہو سکے۔ اِس نلی کو ربڑ کی نلی کے ذریعے ایک دھونکنی سے مِلا دو اور اِس سے بوتل میں ہوا داخل کرو۔ ساتھ ساتھ بوتل کو دھیما دھیما شراب کی بتی یا بنسنی مشعل سے گرم کرتے جاؤ۔ گرم کرنے میں بوتل کی گردن کو پکڑ کر ہموارانہ گھماتے رہو تاکہ بوتل کے مختلف حِصّے مختلف تپش پر آنے نہ پائیں۔ اگر یہ احتیاط نہ برتی جائے تو شیشے کے ٹوٹنے کا خدشہ رہتا ہے۔

جب بوتل خشک اور ٹھنڈی ہو جائے تو اِس کے وزن کو سنتی گرام کی حد تک ترازو کی مدد سے دریافت کرو۔ فرض کرو کہ خالی بوتل کا وزن و گرام ہے۔

اِس کے بعد نشانِ معیّن تک بوتل کو پانی سے بھر دو۔ اِس بات کا خیال رہے کہ پانی کی سطح کے دیکھنے میں اختلافِ منظر کی غلطی نہ ہونے پائے۔ اِس غلطی سے بچنے کے لئے مشاہدہ کے وقت آنکھ کا مقام اور نشانِ معیّن اور پانی کی سطح ایک ہی سیدھ میں ہونی چاہیے۔ بوتل کو اِسی طرح پانی سے بھر کر پھر تولو۔ (اگر بوتل اول قسم کی ہو تو پانی سے بھر کر ڈاٹ چڑھانے کے بعد

اس کی باہر کی سطح کو صافی سے تولنے کے قبل بالکل خشک کر لینا چاہیئے) فرض کرو کہ یہ وزن $و_{۲}$ گرام ہے۔

∴ بوتل کے اندر کے پانی کا وزن = $و_{۲} - و_{۱}$ گرام

بوتل کو پانی سے خالی کرکے پھر خشک کر لو اور اب اس میں نشانِ معین تک وہ مایع داخل کرو جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے۔

بوتل مع مایع کا وزن دریافت کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_{۳}$ گرام ہے اس لئے پانی کے مساوی الحجم مایع کا وزن = $و_{۲} - و_{۱}$ گرام

متذکرہ بالا مشاہدوں کو حسبِ ذیل قلمبند کرو:-

(۱) خالی بوتل کا وزن	=	$و_{۱}$	گرام	
(۲) بوتل مع پانی کا "	=	$و_{۲}$	"	
(۳) بوتل مع مایع کا "	=	$و_{۳}$	"	
∴ مایع کا وزن "	=	$و_{۳} - و_{۱}$	"	= و گرام
مایع کے مساوی الحجم پانی کا "	=	$و_{۲} - و_{۱}$	"	= وَ گرام
∴ مایع کی کثافتِ اضافی	=	$\frac{و}{وَ}$		

ریزہ دار ٹھوس کی کثافتِ اضافی

کثافتِ اضافی کی بوتل سے اُن ٹھوس اجسام کی بھی کثافتِ اضافی دریافت کی جاسکتی ہے جو پانی میں حل نہ ہوتے ہوں اور پانی سے بھاری ہوں۔ مگر اس صورت میں ٹھوس کو ریزوں کی شکل میں ہونا چاہیئے تاکہ وہ جسم آسانی سے بوتل میں داخل کیا جا سکے۔ ایسے ٹھوس کی مثالیں ریت یا چھوٹے چھوٹے چھرے ہیں۔ اگر ٹھوس ریزہ کی شکل میں نہ ہو تو اس کو پہلے ریزہ ریزہ کر لینا چاہیئے۔

اگر اشیاء پانی سے ہلکی ہوں یا اِس میں حل ہو جائیں تو کثافتِ اضافی کے تعین میں پانی کی بجائے کوئی دُوسرا مایع استعمال کیا جا سکتا ہے جس سے یہ اشیاء بھاری ہیں اور اِس میں حل نہیں ہوتیں - مگر اِس صورت میں جس مایع کو ہم استعمال کرینگے اُس کی کثافتِ اضافی مذکورہ بالا طریقہ سے دریافت کرنا ضروری ہے -

ریت کی کثافتِ اضافی دریافت کرنے میں بوتل کو مایع کی طرح ریت سے صِرف بھر دینا ہی کافی نہیں ہوگا - ایسا کرنے میں ہم صرف ریت کی کثافتِ اضافی دریافت نہیں کر رہے ہونگے بلکہ ریت اور ہوا کے آمیزہ کی - کیونکہ ریت کے ریزوں کے درمیان ہوا کی کثیر مقدار مقید رہتی ہے -

تجربہ ۱۷ — کثافتِ اضافی کی بوتل سے کسی ریزہ دار ٹھوس (مثلاً ریت) کی کثافتِ اضافی دریافت کرنا - پہلے خالی بوتل کو تول لو - فرض کرو کہ اِس کا وزن $و_1$ گرام ہے - تقریباً تہائی بوتل کو ریت سے بھر دو (اِس امر کا لحاظ رہے کہ ریت اور بوتل بالکل خشک ہوں) - بوتل مع ریت کا وزن دریافت کرو - فرض کرو کہ یہ وزن $و_2$ گرام ہے - اِس لئے ریت کا وزن $و_2 - و_1$ گرام ہوا -

اب بوتل کے بقیہ حصّہ کو پانی سے بھر دو - پانی بھرتے وقت بوتل کو خوب ہلاتے رہنا چاہیئے تاکہ ہوا کے بُلبلے جو ریت کے ذرّوں کے درمیان مقید ہوتے ہیں خارج ہو جائیں - اگر زیادہ صحت مقصود ہو تو بوتل کی گردن کو ربڑ کی نلی کے ذریعے ہوا پمپ سے ملا دینا چاہیئے - جس سے ہوا خارج کی جا سکے - پانی کی سطح کو نشانِ معین تک لاؤ - بوتل مع پانی و ریت کے وزن کو دریافت کر لو - فرض کرو کہ یہ وزن $و_3$ گرام ہے - اِس لئے پانی کا وزن $و_3 - و_2$ گرام ہوگا - بوتل کو بالکل خالی کر دینے کے بعد پانی سے اچھی طرح صاف

کرلو۔ اب پھر نشانِ معین تک بوتل کو پانی سے بھر کر تول لو۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_{۴}$ گرام ہے اِس لئے پانی کا وزن جو نشانِ معیّن تک بوتل کو بھرنے کے لئے درکار ہے $و_{۴} - و_{۱}$ گرام ہوگا۔ پس ریت سے جس قدر جگہ گھری ہوئی ہے اُس کو بھرنے کے لئے پانی کی مقدار کا وزن ($و_{۴} - و_{۱}$) اور ($و_{۳} - و_{۲}$) کے فرق کے برابر ہوگا۔

$$\text{ریت کی کثافتِ اضافی} = \frac{\text{ریت کا وزن}}{\text{اُس کے مساوی الحجم پانی کا وزن}}$$

$$= \frac{\text{ریت کا وزن}}{\text{ریت سے جس قدر جگہ گھری ہوئی ہے اُس کو بھرنے کے لئے پانی کی مقدار کا وزن}}$$

$$= \frac{و_{۲} - و_{۱}}{(و_{۴} - و_{۱}) - (و_{۳} - و_{۲})}$$

متذکرہ بالا مشاہدوں کو حسبِ ذیل قلمبند کرو:۔

(۱) خالی بوتل کا وزن = $و_{۱}$ گرام

(۲) بوتل مع ریت کا وزن = $و_{۲}$ "

(۳) بوتل مع ریت و پانی (ریت بوتل کے اندر) = $و_{۳}$ "

(۴) صرف پانی سے بھری ہوئی بوتل کا وزن = $و_{۴}$ "

∴ ریت کا وزن = $و_{۲} - و_{۱}$ گرام = و

اور ریت کے مساوی الحجم پانی کا وزن = $(و_{۴} - و_{۱}) - (و_{۳} - و_{۲})$ گرام = وَ

کثافتِ اضافی = $\frac{و}{وَ}$

۳۔ ماسکونی ترازو

دو مَس کرنے والے اجسام کی درمیانی قوتیں

جب دو اجسام مَس کر رہے ہوں تو اُن میں قوتیں پیدا ہوتی ہیں

جن کو عمل اور ردِّ عمل کہتے ہیں۔ نیوٹن[۱] کے تیسرے کُلیّہ حرکت کے مطابق یہ دونوں قوتیں مقدار میں مساوی مگر سمت میں متضاد ہوتی ہیں۔

اگر قوت دونوں جسموں کی مماسی سطح پر علی القوایم عمل کر رہی ہو تو اِس قوت کو قوتِ **اُچھال** کہتے ہیں اور اِس کی پیمایش ڈائنوں[۲] میں یا گرام وزنوں میں ہوتی ہے۔

حقیقتاً اجسام ایک محدود ہی رقبہ میں ایک دُوسرے سے مَس کرتے ہیں۔ اِس صورت میں اجسام کے درمیان دباؤ ہونے کا ذکر اُس وقت کیا جاتا ہے جب کہ قوتیں مَس کرنے والی پُوری سطحوں پر عمل کر رہی ہوں۔

رقبے کے کسی چھوٹے ٹکڑے پر جو قوتِ اُچھال عمل کر رہی ہے اُس کو اگر اُسی رقبے کی اِکائیوں سے تقسیم کر دیا جائے تو جو نیتجہ حاصل ہوتا ہے وہ اُس چھوٹے رقبے کے اندر کے کسی نقطہ پر کا دباؤ کہلاتا ہے بشرطیکہ یہ فرض کر لیا جائے کہ قوتِ اُوچھال اِس چھوٹے ٹکڑے پر ہموارانہ عمل کر رہی ہے۔ فرض کرو کہ ایک نقطہ ا کسی چھوٹے رقبے مف ر کے اندر واقع ہے اور اگر اِس رقبہ پر مف ق قوت ہموارانہ عمل کر رہی ہو تو نقطہ ا پر دباؤ = $\frac{\text{مف ق}}{\text{مف ر}}$

اگر رقبہ زیرِ بحث نہایت ہی چھوٹا لیا جائے تو دباؤ کی قیمت کسی نقطے پر اَور بھی صحیح نکلیگی۔ اِس صورت میں انتہا میں چل کر دباؤ = $\frac{\text{فر ق}}{\text{فر ر}}$

دباؤ کی پیمائش "ڈائن فی مربع سمٗ" میں کی جاتی ہے۔

اگر اجسام زیرِ بحث میں سے ایک سیّال ہو اور دُوسرا ٹھوس تو سیّالی دباؤ کی وجہ سے ٹھوس پر جو حاصل قوت پیدا ہوتی ہے اُس کی تخمین مندرجہ ذیل اصول سے آسانی کے ساتھ کی جا سکتی ہے۔

---

[۱] Newton [۲] Dynes

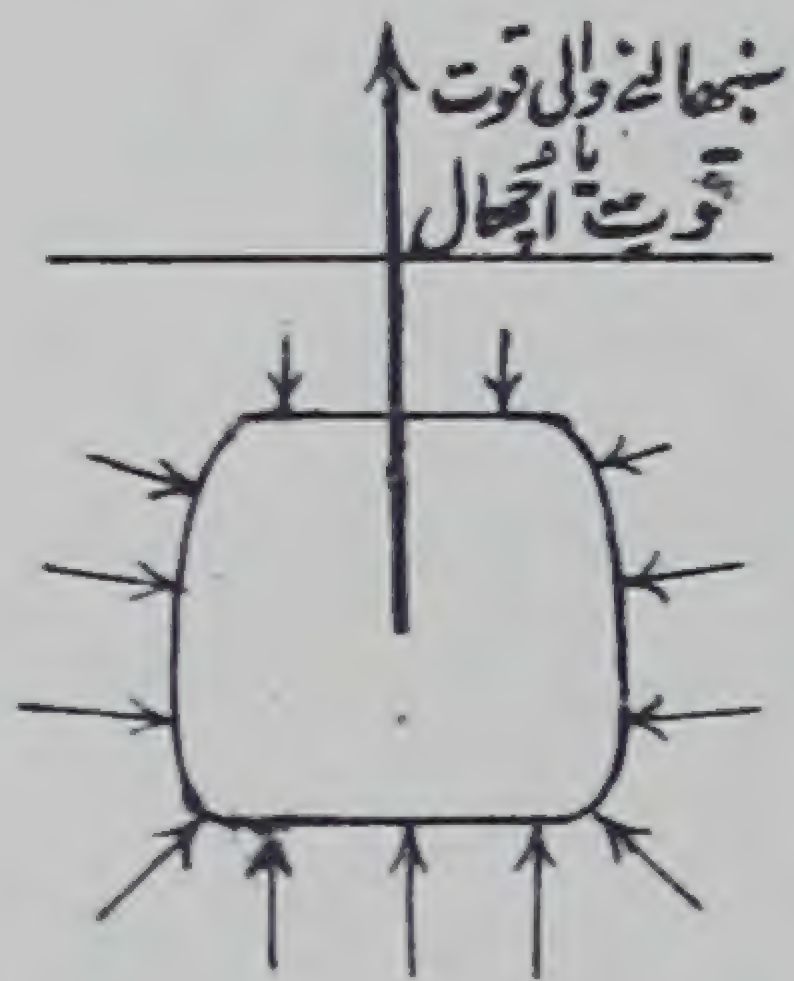
حکیم ارشمیدس کا اُصول

حکیم ارشمیدس کا اُصول بالعموم الفاظِ ذیل میں ادا کیا جاتا ہے:۔
جب کوئی جسم کسی سیّال میں ڈبویا جاتا ہے تو اُس کے وزن میں اتنی ہی ظاہری کمی واقع ہوتی ہے جتنا کہ ہٹائے ہوئے سیّال کا وزن ہوتا ہے۔

اِسی اصول کو براہِ راست اور آسانی سے یوں بھی بیان کر سکتے ہیں کہ جب کوئی جسم کُلیتہً یا جُزءً کسی ساکن سیّال میں داخل کیا جائے تو اُس پر اُوپر کی طرف ایک قوت اُچھال کی پیدا ہوتی ہے جس کی مقدار ہٹائے ہوئے سیّال کے وزن کے برابر ہوتی ہے۔

اِس اصول کو سیالی دباؤ کے نظریہ سے اخذ کر سکتے ہیں اور ایسا سادہ تجربہ بھی کیا جا سکتا ہے جس سے اِس کی صحت کی تصدیق بھی ہو سکتی ہے۔

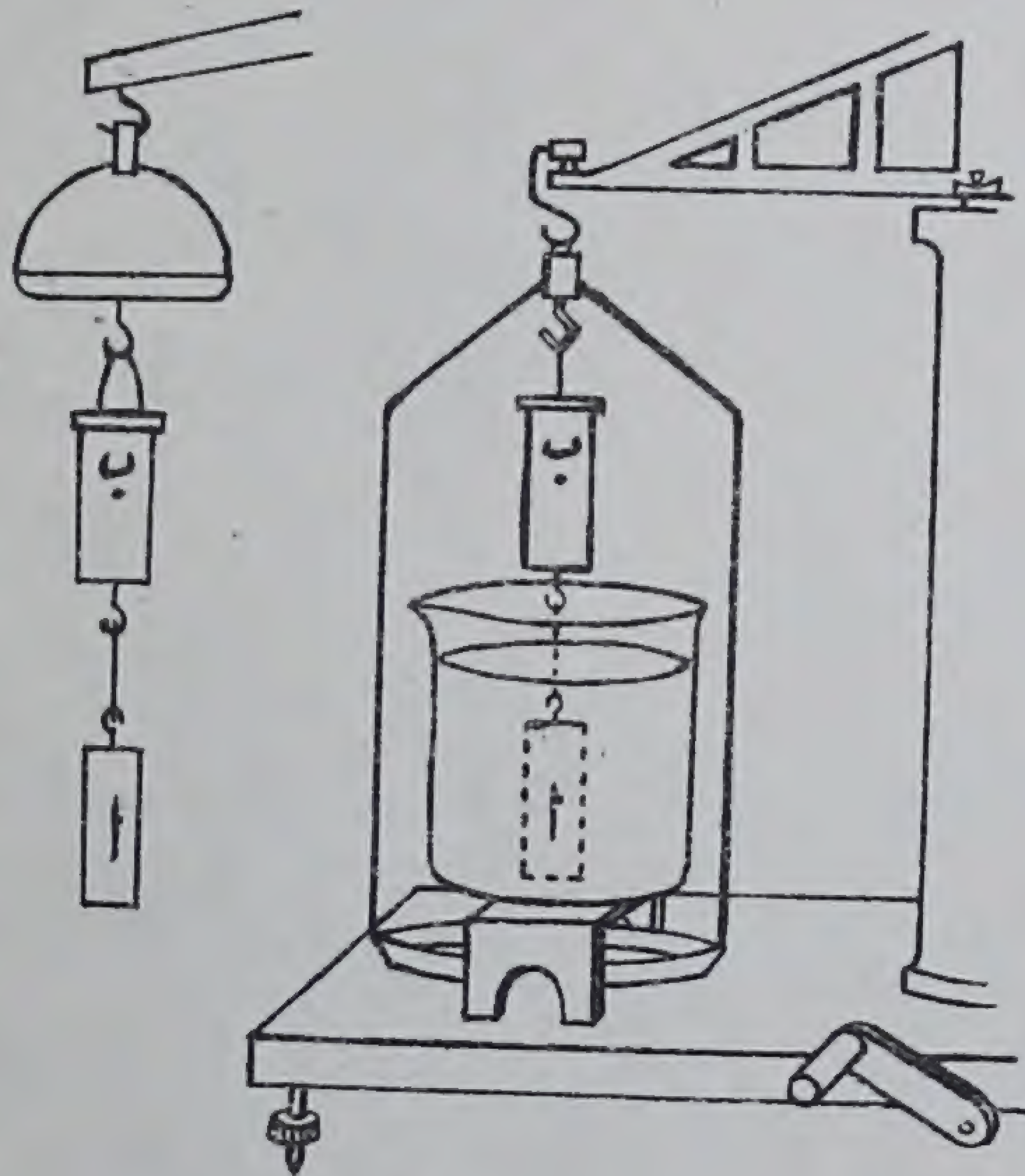
ساکن سیّال کے کسی حِصّے کے تعادل پر اگر غور کیا جائے تو یہ ظاہر ہے کہ وہ حِصّہ آس پاس کے سیّال سے سنبھلا ہُوا ہے ورنہ اِس کا وزن ضرور اِس کو ڈبو دیتا۔ اور تعادل قایم کرنے کے لئے یہ بھی ضروری ہے کہ یہ سنبھالنے والی قوت متذکرہٗ بالا حِصّہ کے وزن کے مساوی ہو۔

آس پاس کے سیّال کے وجود سے جو دباؤ پیدا ہوتے ہیں اُن ہی سے حِصّہ متذکرہ بالا سنبھلا رہتا ہے۔ اِن دباؤں کا اِس حِصّے کے وزن کے مساوی ہے اور اُوپر کی طرف عمل کرتا ہے (دباو کی سمتیں شکل ۲۲ میں دکھلائی گئی ہیں)۔ اِس سنبھالنے والی حاصل قوت

کو "قوتِ اچھال" کہتے ہیں۔
اب سیّال کے زیرِ بحث حصّے کو الگ کر لو اور اُس کی جگہ پر ٹھیک اِسی شکل کا ایک ٹھوس تصور کر لو۔ اِس صورت میں بھی آس پاس کے سیّال کے وجود سے اِتنے ہی دباؤ پیدا ہونگے جتنے کہ پہلی صورت میں نمایاں ہوئے تھے اِس لئے ٹھوس بھی ایک ایسی حالِ قوت سے سنبھلا رہیگا جس کی مقدار وُہی ہوگی جو سیّال کے زیرِ بحث حصّے کو سنبھالے ہوئے تھی۔ اور یہ سنبھالنے والی قوت ہٹائے ہوئے سیّال کے وزن کے مساوی ہے اِس لئے ٹھوس زیرِ بحث پر بھی ایک ایسی قوتِ اُچھال اُوپر کی طرف پیدا ہو جائیگی جس کی مقدار ہٹائے ہوئے سیّال کے وزن کے برابر ہوگی۔ اِس کا نتیجہ یہ ہوگا کہ ٹھوس کے وزن میں اِتنی ہی مقدار کی ظاہری کمی واقع ہوگی۔

شکل ۲۲۔ ارشمیدس کا اصول

تجربہ ۱۸ ـــــ ارشمیدس کے اُصول کی عملی تصدیق ـــ اِس اصول کی صحت کی تصدیق کے لئے دو اُسطوانے لئے جاتے ہیں ایک بالکل ٹھوس اور دُوسرا مجوّف۔ مجوّف حِصّہ ایسا ہوتا ہے کہ ٹھوس اُس میں ٹھیک ٹھیک سما جاتا ہے۔
اُسطوانے میں اِس طرح سے ہُک لگے ہوتے ہیں کہ ٹھوس اُسطوانہ ا مجوّف اُسطوانہ ب کے نیچے لٹکایا جا سکے۔ شکل ۲۳ میں ب کا ایک تراشی منظر دکھلایا گیا ہے جس میں ا کچھ باہر نکلا ہوُا ہے۔

شکل ۲۳۔ مجوّف اور ٹھوس اُسطوانہ

ب کو ترازو کی ڈنڈی کے ایک سرے سے لٹکاتے ہیں اور ا اُسطوانہ ب کے نیچے لٹکایا جاتا ہے۔ ماسکونی ترازوؤں میں ایک طرف کا پلڑا عموماً اُونچا ہوتا ہے اور اُسی پر اُسطوانے لٹکائے جاتے ہیں (شکل ۲۴)۔

شکل ۲۴۔ ارشمیدس کے اصول کی عملی تصدیق

ا کو ب کے ساتھ دھاگے سے اِس طرح لٹکاتے ہیں کہ ا کی حرکت میں ب کی وجہ سے رُکاوٹ نہ ہو۔ دُوسرے پلڑے پر باٹ رکھ کر تعادل قائم کیا جاتا ہے۔ ایک پانی کا برتن ا کے نیچے اِس طرح رکھا جاتا ہے کہ ا کُلیتہً پانی میں ڈوب جائے۔ ایسا کرنے سے تعادل ٹوٹ جاتا ہے اور اُسطوانہ والا پلڑا اُوپر اُٹھ جاتا ہے یعنی ا کے وزن میں ظاہری کمی واقع ہو جاتی ہے۔

اگر ب کو لبالب پانی سے بھر دیا جائے تو تعادل پھر قائم ہو جاتا ہے۔ اِس سے یہ معلوم ہوگا کہ ا کے وزن میں جو کمی واقع ہوئی تھی وہ ا کے مساوی الحجم پانی داخل کرنے سے پُوری ہوگئی۔ یعنی جب ا پانی میں ڈبویا گیا تو اُس کا وزن اپنے مساوی الحجم پانی کے وزن کے

برابر کم ہو گیا۔

ب سے پانی نکال لو۔ اور اوپر اٹھے ہوئے پلڑے پر اُس وقت تک باٹ ڈالتے جاؤ جب تک کہ تعادل نہ قائم ہو جائے۔ ظاہر ہے کہ جو باٹ اب ڈالے گئے ہیں وہ اُسطوانہ ب میں جتنا پانی تھا اُس کے وزن کے مساوی ہیں یا یوں کہئے کہ ا کے مساوی الحجم پانی کے وزن کے برابر ہیں۔

سارے تجربہ کو دُہراؤ اور ہر تجربہ میں مختلف مایع مثلاً رُوحِ شراب، پیرافین کا تیل یا کوئی اور مناسب مایع استعمال کرو۔ اور اِس بات کو بغور دیکھو کہ ہر حالت میں جب ا کُلیۃً کسی مایع میں ڈبویا جاتا ہے تو تعادل قائم کرنے کے لئے ب کو اُسی مایع سے لبالب بھرنا ہوتا ہے جس سے ارشمیدس کے اُصول کی تصدیق ہو جاتی ہے۔

یہ امر قابلِ لحاظ ہے کہ ہر مذکرۂ بالا حالت میں وزن کی ظاہری کمی یکساں نہیں ہوتی۔ اور ایسا ضرور ہونا چاہئے کیونکہ اُچھال کی قوتیں مساوی حجموں کے مختلف مائعوں کے وزنوں کے برابر ہیں۔ اگر ایک مایع پانی ہو تو کسی دُوسرے مایع کی کثافتِ اضافی مندرجہ ذیل ضابطوں سے دریافت کر سکتے ہیں :-

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{کسی حجم کے مایع کا وزن}}{\text{مساوی الحجم پانی کا وزن}}$$

$$= \frac{\text{مایع کی وجہ سے قوتِ اُچھال}}{\text{پانی کی وجہ سے قوتِ اُچھال}}$$

ارشمیدس کے اصول کے اِطلاقات

اصول ارشمیدس سے ٹھوس اور مایع کی کثافتِ اضافی دریافت کرنے کا ایک نہایت اہم طریقہ حاصل ہوتا ہے۔ جب ایک ٹھوس

کُلیتہً کسی مایع کے اندر ڈبویا جاتا ہے تو اِس جسم پر جو قوتِ اُچھال پیدا ہوتی ہے وہ اِس کے مساوی الحجم مایع کے وزن کے برابر ہے - پس ٹھوس کے وزن کو اُس کے اُوپر جو قوتِ اُچھال ہے اُس سے مقابلہ کرنے سے ٹھوس اور مایع کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ ہو سکتا ہے کیونکہ ٹھوس اور مایع کے حجم دونوں صورتوں میں ایک ہی ہیں -

خصوصاً اگر ہم کلیتہً پانی میں ڈوبے ہوئے کسی معلوم وزن کے ٹھوس پر قوتِ اُچھال کی قیمت دریافت کر لیں تو ہم کو اِس ٹھوس کے مساوی الحجم پانی کا وزن معلوم ہو جائیگا اور اِس سے ہم اِس ٹھوس کی کثافتِ اضافی اخذ کر لینگے -

تجربہ ۱۹ - ارشمیدس کے اُصول سے اضافی کثافتوں کی تعیین - کسی ٹھوس یا مایع کی کثافتِ اضافی ماسکونی ترازو کی مدد سے دریافت ہو سکتی ہے -

(۱) اُس ٹھوس کی کثافتِ اضافی جو پانی میں حل نہ ہو سکے - ٹھوس کو باریک دھاگے یا تار کی مدد سے ماسکونی ترازو کے چھوٹے پلڑے سے یا اگر ترازو معمولی ہو تو پلڑے کے ہُک سے لٹکاؤ - جب یہ جسم ہوا میں آزادانہ لٹک رہا ہو تو دُوسرے پلڑے پر باٹ ڈال کر تعادل قائم کر لو - اِس کے بعد اِس جسم کو بغیر ہُک سے ہٹائے ہوئے کُلیتہً پانی میں ڈباؤ - مگر اِس بات کا لحاظ رہے کہ دھاگا حتی المقدور بھیگنے نہ پائے - پھر باٹوں کو بدل کر تعادل قائم کرو - اب کم وزن کے باٹوں کی ضرورت ہوگی - دونوں صورتوں میں باٹوں کا جو فرق ہوگا وُہی قوتِ اُچھال ہوگا - یعنی یہ فرق جسم کے مساوی الحجم پانی کے وزن کے برابر ہے - اِس لئے

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{جسم کا وزن ہوا میں}}{\text{جسم کے وزن میں پانی میں ڈبونے سے ظاہری کمی}}$$

اگر معمولی ترازو سے ماسکونی ترازو یعنی جسم کا وزن پانی میں دریافت کرنے کا

کام لیا جائے تو جس پلڑے کے ہک سے جسم زیرِ بحث لٹکایا جاتا ہے اُس طرف ایک چھوٹی چوکی (مگر کافی لمبی اور بلند) رکھی جاتی ہے تا کہ پلڑا اُوپر نیچے بغیر کسی رکاوٹ کے حرکت کر سکے۔ اِس چوکی پر پانی سے بھرا ہُوا گلاس رکھا جاتا ہے اور جسم اِس طرح سے اِس میں ڈبویا جاتا ہے کہ وہ گلاس کے بازوؤں سے نہ ٹکرانے پائے۔ حاصل کلام یہ ہے کہ چوکی کے رکھنے سے ترازو کے عمل میں کسی قسم کی مزاحمت نہ ہو (شکل ۴۲)۔

(ب) کسی مایع کی کثافتِ اضافی۔ کسی ٹھوس کو ہوا اور پانی میں وزن کرو جیسا کہ اوپر (ا) میں بیان ہو چکا ہے۔ اِس کی مدد سے جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن دریافت ہو جائیگا۔ اِس کے بعد اُسی ٹھوس کو اِس مایع میں وزن کرو جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے اور اِس طریقے سے مساوی الحجم مایع کا وزن دریافت کر لو اِس لئے

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{جسم کے مساوی الحجم مایع کا وزن}}{\text{اُسی جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن}}$$

(ج) اُس ٹھوس کی کثافتِ اضافی جو پانی میں حل ہو سکے۔

کوئی ایسا مایع لو جس میں ٹھوس زیرِ بحث حل نہ ہو سکے۔ اِس مایع کی کثافتِ اضافی ایک ایسے ٹھوس مثلاً شیشہ وغیرہ کی مدد سے جو نہ اِس مایع میں حل ہو سکے نہ پانی میں، متذکرہ بالا (ب) طریقے سے دریافت کر لو۔ فرض کرو کہ یہ کثافتِ اضافی س ہے۔ اب ٹھوس زیرِ بحث کو ہوا میں بھی تول لو اور پھر اُس مایع میں بھی۔ آخر الذکر دو تجربوں سے ٹھوس کے مساوی الحجم مایع کا وزن معلوم ہو جائیگا۔ اور اِس وزن کو مایع کی کثافتِ اضافی یعنی "س" سے تقسیم کرنے سے ٹھوس کے مساوی الحجم پانی کا وزن دریافت ہو جائیگا۔ پس ٹھوس زیرِ بحث کی

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{ٹھوس کا وزن ہوا میں}}{\text{ٹھوس کے مساوی الحجم مایع کا وزن}} \times \text{س}$$

(د) ایک ایسے ٹھوس کی کثافتِ اضافی جو پانی سے ہلکا ہو (مثلاً موم وغیرہ)

جسم کو ہوا میں تولو۔ چونکہ جسم پانی سے ہلکا ہے اِس لئے یہ پانی پر تیریگا۔ قوتِ اُچھال کی دریافت میں کسی بھاری دھات کے ایک ایسے ٹکڑے (لنگر) کی ضرورت ہوگی جو ساتھ لٹکانے سے اِس جسم کو کلیتہً پانی میں ڈبو دے۔

اب متذکرۂ بالا دھات کے ٹکڑے کا وزن پانی میں دریافت کر لو۔ اِن دونوں نتیجوں کا حاصل جمع ہلکے جسم کا وزن ہوا میں اور لنگر کا وزن پانی میں ظاہر کریگا۔ اب ہلکے جسم اور لنگر کو اِس طرح ترتیب دو کہ دونوں کلیتہً پانی میں ڈوب جائیں۔ اب دونوں کا وزن پانی میں دریافت کر لو۔ اِن دونوں نتیجوں کا فرق جسم پر قوتِ اُچھال بتائیگا کیونکہ ہر دو صورتوں میں لنگر پانی ہی کے اندر تھا۔ اِس ہلکے جسم کا وزن ہوا میں پہلے ہی دریافت کر لیا گیا ہے اِس لئے

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{\text{جسم کا وزن (ہوا میں)}}{\text{مذکورہ بالا فرق}}$$

مذکورہ ذیل مثال سے تجربہ کا طریقِ عمل اور مشاہدوں کا قلمبند کرنا واضح ہو جائیگا:—

موم کا وزن ہوا میں	=	۳٫۲۳۵ گرام
پیتل کے لنگر کا وزن پانی میں	=	۶٫۹۲۵ گرام
∴ جمع کرنے سے موم کا وزن ہوا میں اور لنگر کا پانی میں	=	۱۰٫۱۶۰ گرام
موم اور لنگر کا وزن پانی میں	=	۶٫۳۱۰ گرام
∴ موم پر قوتِ اُچھال (پانی میں)	=	۱۰٫۱۶۰ − ۶٫۳۱۰ گرام
	=	۳٫۸۵۰ گرام
یعنی موم کے مساوی الحجم پانی کا وزن	=	۳٫۸۵۰ گرام

∴ موم کی کثافتِ اضافی = $\frac{\text{موم کا وزن ہوا میں}}{\text{اُس کے مساوی الحجم پانی کا وزن}}$

$= \frac{۳٫۲۲۵}{۳٫۸۵۰}$

$= ۰٫۸۴۶$

ارشمیدس کے اصول کا اطلاق دُوسری عملی تعینیوں پر بھی آسانی سے ہوسکتا ہے جن کی چند خاص مثالیں ذیل میں دی جاتی ہیں:—

تجربہ ۲۰ — ماسکونی ترازُو کی مدد سے حجموں کی تعیین — جسم کو باریک دھاگا یا تار کے ذریعے سے ترازُو کی ڈنڈی کے ایک سرے سے لٹکاؤ اور ہوا میں اُس کا وزن دریافت کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_۱$ ہے۔

پھر اِسی جسم کا وزن پانی میں دریافت کرو۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_۲$ ہے۔

اِن دونوں وزنوں $و_۱$ اور $و_۲$ کا درمیانی فرق جسم پر کی قوتِ اُچھال کے برابر ہے۔ ارشمیدس کے اصول کے رُو سے یہ قوتِ اُچھال جسم کے مساوی الحجم پانی کے وزن کے برابر ہے۔ یہ معلوم ہے کہ $و_۱ - و_۲ = ح ث$

جہاں ح = حجم اور ث = کثافت یعنی کمیت فی اِکائی حجم

$$∴ ح = \frac{و_۱ - و_۲}{ث}$$

میٹری (س۔گ۔ث) نظام میں ایک مکعب سمر پانی کی کمیت ایک گرام ہے اِس لئے ث = ۱ اور ح = $(و_۱ - و_۲)$ مکعب سمر۔ اِس تجربہ میں اگر بجائے پانی کے کوئی دُوسرا مایع استعمال کیا جائے جس کی کثافت معلوم ہو تو حجم مذکورۂ بالا مساوات سے اُتنی ہی آسانی سے دریافت ہوسکتا ہے جیسا کہ پہلی صورت میں

کیونکہ $ح = \frac{و_1 - و_2}{ث}$

تجربہ ۲۱ — کسی تختی کی موٹائی دریافت کرنا۔

اگر کوئی جسم ایک چپٹی تختی کی شکل میں ہو اور اُس کا رقبہ "ر" ہو اور اوسط موٹائی "ت" ہو تو

$$ح = ر ت$$

$$\therefore ت = \frac{ح}{ر}$$

تختی کا وزن ہوا اور پانی میں جُدا جُدا دریافت کرو اور اِن تجربوں سے حجم کی قیمت اخذ کرو۔

اگر تختی مستطیل شکل کی ہو تو اُس کے طول اور عرض کو ناپ کر اُس کے ایک رُخ کا رقبہ دریافت کر لو۔ حجم کو اِس رقبے سے تقسیم کرنے سے موٹائی معلوم ہو جائیگی۔

تختی کی موٹائی پیچدار خُردہ پیما کی مدد سے دریافت کرو اور اِس نتیجے کو اگلے نتیجے سے مقابلہ کرو۔ دیکھو کہ نتیجوں میں مطابقت ہے یا نہیں۔ یہ ممکن ہے کہ تختی ہر جگہ یکساں موٹی نہ ہو اِس لئے خُردہ پیما کی مدد سے مختلف مقاموں کی موٹائی دریافت کرنا چاہئے۔ مختلف قیمتیں جو حاصل ہونگیں اُن کا اوسط تختی کی اوسط موٹائی ہوگی۔

تجربہ ۲۲ — کسی تار کا قطر دریافت کرنا —

اگر اوسط قطر ق ہو تو تار کی تراشِ عمودی کا رقبہ $\frac{\pi ق^2}{4}$ کے مساوی ہوگا۔ فرض کرو کہ تار کا طول ل ہے

$$\therefore \text{حجم } (ح) = \frac{\pi ق^2}{4} \times ل$$

$$ق^2 = \frac{4ح}{\pi ل}$$

$$ق = \sqrt{\frac{4ح}{\pi ل}}$$

ل طول کے تار کا وزن پانی اور ہوا میں جُدا جُدا دریافت کرو۔ اِن تجربوں سے ح کی قیمت اخذ ہو سکتی ہے۔

ل اور ح کی قیمتیں جب معلوم ہو جائینگی تو ق کی قیمت مذکورہ بالا ضابطہ سے نکل آئیگی۔ جو قیمت حاصل ہو اُس کی تصدیق پیچدار خُردہ پیما کے ذریعے سے کرلو۔

تجربہ ۲۳ — کسی اُلجھے ہوئے تار کا طول دریافت کرنا۔ تار کے وزن کو ہوا اور پانی میں دریافت کرو اور نتیجوں سے حجم کی قیمت نکالو۔ پیچدار خُردہ پیما سے تار کے قُطر کی پیمائش کرلو۔ پس طول دریافت ہو جائیگا۔

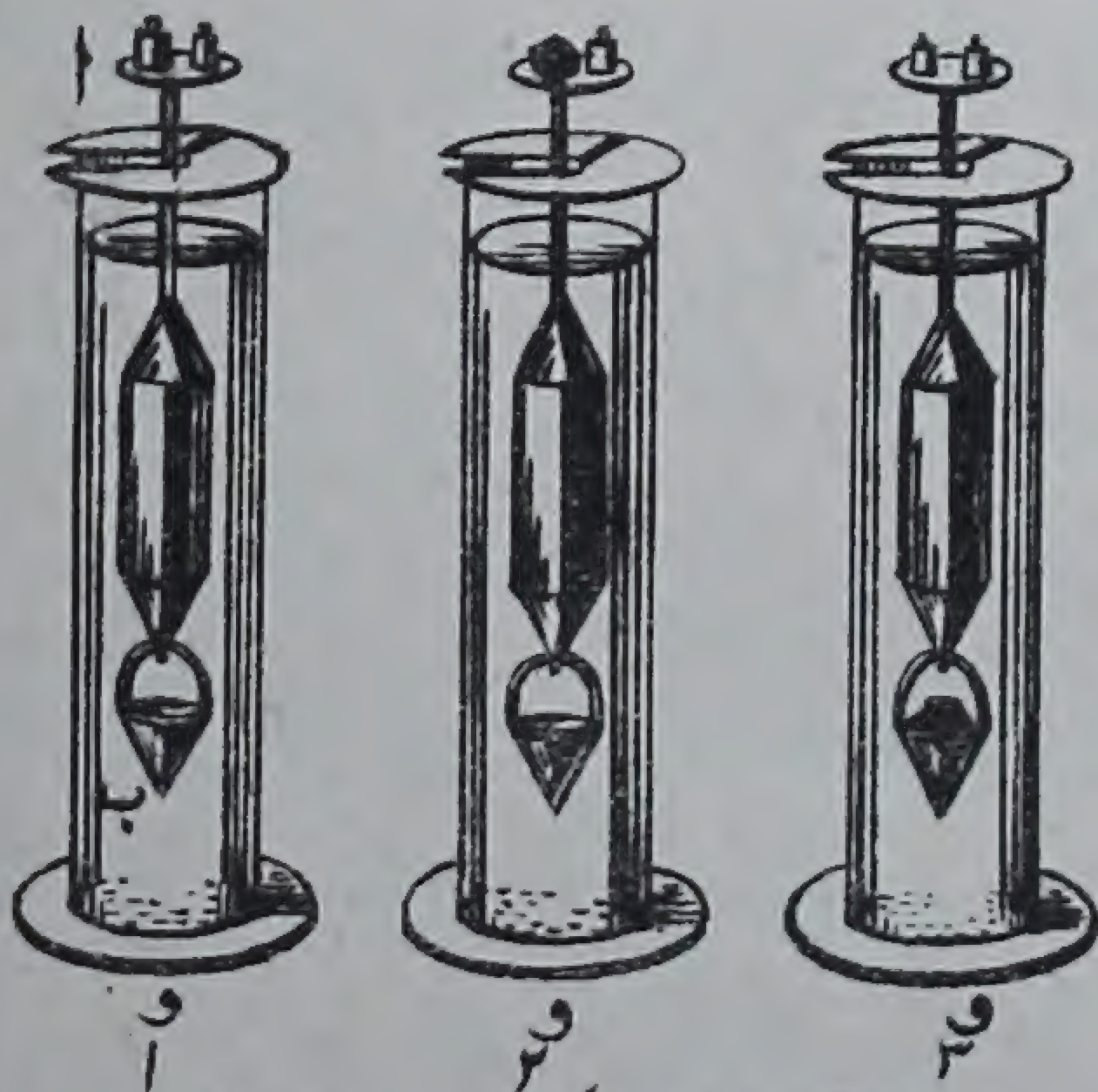
۴ - مایع پیما

مایع پیما ایک ایسا آلہ ہے جس کی مدد سے کسی مایع کی کثافتِ اضافی تیرانے کے عمل سے دریافت کی جاتی ہے۔ یہ ایک انتصابی سلاخ پر مشتمل ہے جس کے ایک سِرے میں ایک بوجھل جَوفہ لگا رہتا ہے۔ جَوفہ کو بوجھل بنانے کا مقصد یہ ہے کہ آلہ کسی مایع میں انتصاباً قائم رہے اور سلاخ کا کوئی مناسب حِصّہ مایع میں ڈوبا رہے۔ جب آلے کو مناسب کثافت کے کسی مایع میں رکھا جاتا ہے تو وہ اِس طریقہ سے تیرتا ہے کہ سلاخ کا کچھ حِصّہ مایع کی سطح کے باہر نکلا رہتا ہے۔ تعادل کی اِس صورت میں آلہ کا وزن ہٹائے ہوئے مایع کے وزن کے مساوی ہے۔ سلاخ کی درجہ بندی اِس طریقہ سے ہوتی ہے کہ وہ مایع کی کثافتِ اضافی براہِ راست بتا دے۔

کسی مایع کی کثافتِ اضافی فوراً دریافت کرنے کے لئے یہ بہت ہی آسان طریقہ ہے۔ بشرطیکہ نتائج کی تقریبی قیمت مطلوب ہو۔ اِس عمل میں سطحی تناؤ کا اثر بھی ہوتا ہے اِس لئے صحیح نتائج نکالنے کے لئے بہت احتیاط برتنے کی ضرورت ہے۔ حتی الامکان سطحی تناؤ کے اثر کو زائل کرنے کی کوشش

کرنی چاہئے۔

نکلسن مایع پیما

نکلسن مایع پیما۔۔۔ اِس آلے میں دھات کا ایک ایسا کھوکھلا اُسطوانہ ہوتا ہے جو مایع میں تیر سکے۔ اِس کے دونوں سرے عموماً مخروطی ہوتے ہیں۔ اُوپر کی طرف اِس میں ایک ایسی سلاخ لگی رہتی ہے جس کے اُوپر کے سرے میں ایک چھوٹا پلڑا ا ہے اور اُسطوانے کے نچلے سرے پر ایک چھوٹی مخروطی شکل کی پیالی (ب) لگی ہوتی ہے۔ یہ پیالی عموماً سیسے سے بوجھل کر دی جاتی ہے تاکہ آلہ مایع میں انتصاباً تیرتا رہے۔ اور آلہ کا اُوپر والا مخروطی حصّہ کچھ مایع سے باہر نکلا رہے۔ پیالی کے اُوپر بعض اوقات ایک چھلنی دار ڈھکن لگا دیا جاتا ہے تاکہ پیالی کو جب چاہیں اِس سے ڈھک دیں (شکل ۲۵ـ)۔ سلاخ پر ایک نشان کھود دیا جاتا ہے تاکہ آلہ ہر تجربہ میں اِسی نشان تک ڈبویا جا سکے۔

شکل ۲۵ـ نکلسن مایع پیما

Nicholson ؎

تجربہ ۲۴ ــ نکلسن مایع پیما کی مدد سے کسی ٹھوس کی کثافتِ اضافی کی تعیین ــ آلے کو پانی میں تیراؤ اور ا پلڑے پر باٹ رکھتے جاؤ جب تک کہ آلہ نشان ن تک ڈوب نہ جائے۔ جس برتن میں پانی ڈال کر مایع پیما ڈبویا جاتا ہے اُس کے مُنہ کو ایک ایسے دھات کے پترے سے ڈھک دینا بہتر ہوگا جس میں ایک شگاف بنا ہُوا ہو۔ شگاف کی وسعت اِتنی ہونی چاہئے کہ آلے کی سلاخ بالکل آزادانہ اُوپر نیچے حرکت کر سکے۔ اِس انتظام سے آلہ پانی میں کُلیۃً ڈوبنے سے محفوظ رہتا ہے اور پلڑا اور باٹ بھی نہیں بھیگنے پاتے (صفحہ ۲۳ میں باٹوں کے استعمال کے وقت احتیاط برتنے کی ہدایتیں دیکھو)۔

اس انتظام سے آلہ برتن کی دیواروں سے بھی نہیں ٹکرا سکتا۔

فرض کرو کہ آلہ کو نشان معین تک ڈبونے کے لئے و وزن کی ضرورت ہے۔ باٹوں کو ہٹا کر جس ٹھوس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے اُس کو پلڑے ا پر رکھو۔ اب آلے کو نشان معین تک ڈبونے کے لئے اَور باٹوں کی ضرورت ہوگی۔ فرض کرو کہ یہ وزن و۱ ہے۔ اِس لئے ٹھوس کا وزن ہوا میں و - و۱ کے مساوی ہے۔

باٹوں کو پھر اُتار لو اور جسم کو پلڑے ا سے ہٹا کر پیالی ب میں رکھو (جو پانی کے اندر ہے)۔ اب آلے کو نشانِ معین تک ڈبونے کے لئے فرض کرو کہ و۲ باٹوں کی ضرورت ہوئی۔

اِن دو صورتوں میں وزن میں جو کچھ فرق ہوگا وہ اِس وجہ سے ہوگا کہ ایک صورت میں جسم ہوا میں ہے اور دُوسری صورت میں پانی میں۔ یہ فرق جسم پر پانی کی قوتِ اُچھال کی وجہ سے پیدا ہُوا۔

یعنی و۲ - و۱ = قوتِ اُچھال

= جسم کے مساوی الحجم پانی کا وزن

$$\text{اِس لئے کثافتِ اضافی} = \frac{\text{ہوا میں وزن}}{\text{مساوی الحجم پانی کا وزن}} = \frac{و - و_1}{و_2 - و_1}$$

طریقِ مندرجہ بالا سے دو جسموں کی الگ الگ کثافتِ اضافی دریافت کرو۔ اِن میں سے ایک پانی سے بھاری لو اور دُوسرا پانی سے ہلکا۔ موخرالذکر حالت میں (یعنی جسم جب کہ پانی سے ہلکا ہو) اگر پیالی میں ڈھکن نہ ہو تو جسم کو پیالی کے ساتھ باندھنا پڑیگا۔ ورنہ یہ جسم ہلکا ہونے کی وجہ سے پانی کی سطح پر چلا آئیگا۔

اِن تمام تجربوں میں اِس بات کی احتیاط رہے کہ پانی کے اندر ہوا کے بُلبلے آلے میں کہیں پر بھی نہ رہنے پائیں۔

نکلسن مایع پیما سے کثافتِ اضافی کی تعیینوں میں اِتنی صحت حاصل نہیں ہوتی جتنی کہ اُن طریقوں سے جن کا بیان گزشتہ دفعوں میں کیا گیا ہے۔ کیونکہ مایع پیما کی سلاخ کے اِس حصّے پر جہاں وہ پانی کی سطح سے باہر نکلتی ہے سطحی تناؤ کے عمل کی وجہ سے بہت زیادہ غلطیاں ہوسکتی ہیں۔ اِس عمل میں تخفیف کرنے کے لئے سلاخ حتی الامکان باریک ہونی چاہئے۔

تجربہ ۲۵ — نکلسن مایع پیما کی مدد سے کسی مایع کی اضافی کثافت کی تعیین — آلے کو پانی میں تیرنے دو اور پلڑے پر وزن رکھ کر آلے کو نشانِ معین تک ڈباؤ۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_۱$ ہے۔

آلے کو پانی سے نکال کر خشک کرلو اور اِس مایع میں تیراؤ جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے۔ حسبِ دستور پلڑے پر باٹوں کو رکھ کر آلے کو نشانِ معین تک ڈباؤ فرض کرو کہ یہ وزن $و_۲$ ہے۔

اَب مایع پیما کو تول لو۔ فرض کرو کہ اِس کا وزن و ہے۔ $و + و_۱$ اِتنے پانی کا وزن ہے جو نشانِ معین تک مایع پیما کو ڈبونے میں ہٹا۔ اور $و + و_۲$ اِتنے ہی مایع کا وزن ہے جس کو مایع پیمانے اِسی نشان تک ڈبونے میں ہٹایا۔ مگر ہر حالت میں ہٹائے ہوئے حجم ایک ہی ہیں اس لئے

$$\text{مایع کی کثافتِ اضافی} = \frac{و + و_۲}{و + و_۱}$$

تنبیہ :— مایع زیرِ بحث ایسا نہ ہو کہ آلے پر کیمیائی عمل کرے۔

۵ - مائعات کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ

مساوی دباؤ ڈالنے والے اسطوانوں کی بلندیوں سے

مایع کے کسی اُستوانہ سے جو دباؤ پڑتا ہے وہ برتن کی شکل پر منحصر نہیں ہے بلکہ کلیۃً مایع کی انتصابی بلندی اور کثافت پر۔ بشرطیکہ سطحی تناؤ کی وجہ سے جو اثر پیدا ہو اس کو نظر انداز کر دیا جائے۔

فرض کرو کہ مایع کے اُستوانہ کی بلندی گ سمر ہے اور کثافت (مطلق) ث گرام فی مکعب سمر تو دباؤ = گ ث ج ڈائین فی مربع سمر۔ اگر ج = اسراع بوجہ جاذبہ زمین (مطلق اکائیوں میں)۔

پس اگر دو مختلف مایعات کے اُستوانوں کی بلندیاں مساوی دباؤ ڈالیں تو اُن کی بلندیوں اور کثافتوں کا باہمی رشتہ حسبِ ذیل ہوگا:-

$$گ_۱ ث_۱ = گ_۲ ث_۲$$

$گ_۱$ اور $گ_۲$ مایعات کی بلندیاں ہیں اور $ث_۱$، $ث_۲$ اُن کی بالترتیب کثافتیں ہیں۔

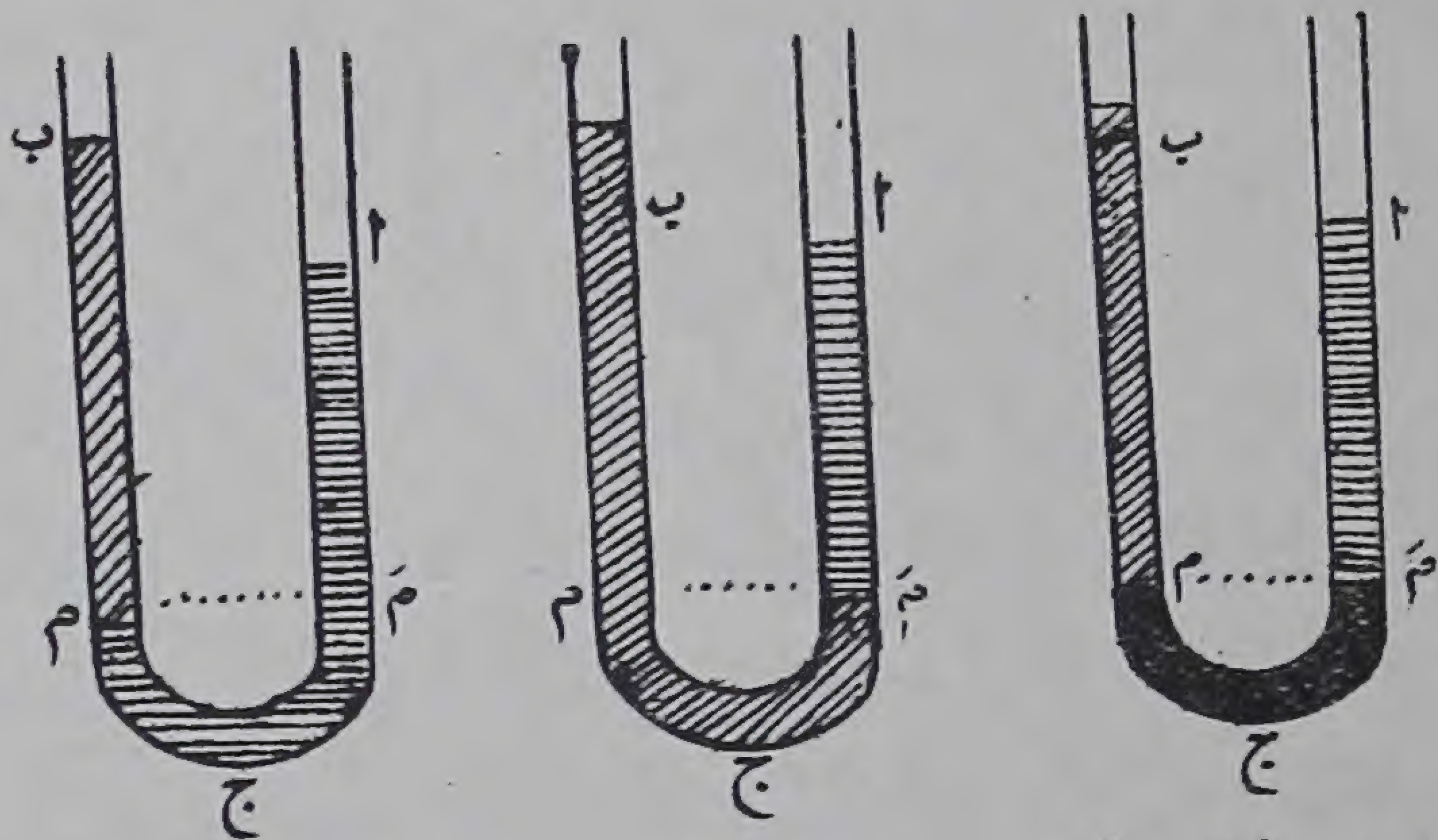
$$\therefore \frac{ث_۱}{ث_۲} = \frac{گ_۲}{گ_۱}$$

اِن میں اگر پانی دُوسرا مایع ہو تو اِن کی کثافتوں کی جو نسبت ہوگی وہ مایع اول کی کثافتِ اضافی ہوگی کیونکہ اِس صورت میں $ث_۲$ مساوی ہے ایک کے۔

یعنی اِس مایع کی کثافتِ اضافی = $\frac{گ_۲}{گ_۱}$

یہاں گ مایع کے اُستوانے کی وہ بلندی ہے جو اُتنا ہی دباؤ ڈالتا ہے جتنا کہ گ۲ سمر بلندی کا پانی۔ متذکرۂ بالا ضابطہ کی مدد سے کسی مایع کی حسب ذیل طریقے سے کثافتِ اضافی دریافت ہو سکتی ہے۔

تجربہ ۲۶ ــــ کسی مایع کی کثافتِ اضافی کی تعیین لا نما نلی سے ــــ اگر دو مایعات آپس میں مخلوط نہ ہو سکیں تو اُن کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ حسب ذیل طریقے سے ہو سکتا ہے:-

ایک لا نما نلی لو جس کی ساقیں ایک دُوسری کے متوازی ہوں۔ کثافت اضافی معلوم کرنے کے لئے لا نما نلی میں اِس بات کی گنجائش ہونی چاہئے کہ وہ انتصابی سمت میں کھڑی ہو سکے۔ اِس کے لئے بہترین تدبیر یہ ہے کہ نلی ایک انتصابی سمت کے متوازی ٹیکن کے ساتھ لگا دی جائے۔ ٹیکن کے ساتھ پیمانہ بھی ہو تو بلندیوں کو معلوم کرنے میں آسانی ہو جاتی ہے۔ لا نما نلی میں وہ مایع ڈال دو جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے۔ اِس وقت اِس مایع کی دونوں آزاد سطحوں پر کرۂ ہوائی کا دباؤ ہوگا اِس لئے اِس کی دونوں ساقوں کی بلندیوں میں کچھ فرق نہ ہوگا۔ اب ایک ساق میں کچھ پانی ڈال دو۔ اِس وقت دُوسری ساق میں مایع کی سطح پر صرف کرۂ ہوائی کا دباؤ ہے اور پہلی ساق میں کرۂ ہوائی کے دباؤ کے ساتھ پانی کے اُستوانے کا دباؤ بھی شامل ہے۔ اِس لئے تعادل قائم رکھنے کے لئے مایع دُوسری ساق میں اُوپر کو چڑھ جائیگا۔ اور دونوں مائعوں کی بلندیاں اِس طرح قائم ہو جائینگی کہ لا نما نلی کے سب سے نچلے نقطہ ج پر دونوں ساقوں کے مایعات کی وجہ سے جو دباؤ ہے وہ مساوی ہو جائے۔ اِس کی حسبِ ذیل تشریح بھی ہو سکتی ہے۔ فرض کرو کہ م ایک نقطہ اِس اُفقی سطح میں واقع ہے جہاں مایع اور پانی ملتے ہیں اور مَ ایک دُوسرا نقطہ اُسی سطح میں لا نما نلی کی دُوسری ساق میں واقع ہے۔ دونوں ساقوں میں بلندیاں اِس طرح سے قائم ہونگی کہ نقطہ م اور مَ پر دباؤ مساوی ہونگے (شکل ۲۶)۔

مایع اور پانی مخلوط ہو جائیں　　مایع پانی سے ہلکا ہو　　مایع پانی سے بھاری ہو

شکل ۲۶

فرض کرو کہ ساقوں کی آزاد سطحیں ا اور ب ہیں اِس لئے
مَ پر دباؤ = کُرّۂ ہوائی کا دباؤ + ا مَ بلندی کے مایع کا دباؤ۔
م پر دباؤ = کُرّۂ ہوائی کا دباؤ + ب م بلندی کے پانی کا دباؤ۔
چونکہ م پر کا دباؤ = مَ پر کے دباؤ کے
∴ ا مَ بلندی کے مایع کا دباؤ = ب م بلندی کے پانی کا دباؤ

ا مَ = گ$_{۲}$

اور ب م = گ$_{۱}$

∴ گ$_{۱}$ ث$_{۱}$ ج = گ$_{۲}$ ث$_{۲}$ ج جہاں ث$_{۱}$ = پانی کی کثافت
ث$_{۲}$ = مایع کی کثافت

∴ مایع کی کثافتِ اضافی = ث$_{۲}$ / ث$_{۱}$

= گ$_{۱}$ / گ$_{۲}$

اگر مایع پانی کے ساتھ مخلوط ہو جائے تو پانی اور اِس مایع کے درمیان کوئی دُوسرا مایع حائل کرنا چاہیئے جو نہ پانی میں مخلوط ہو اور نہ اُس مایع میں۔ اِس حالت میں ہر ایک ساق میں جو مایعات ہونگے

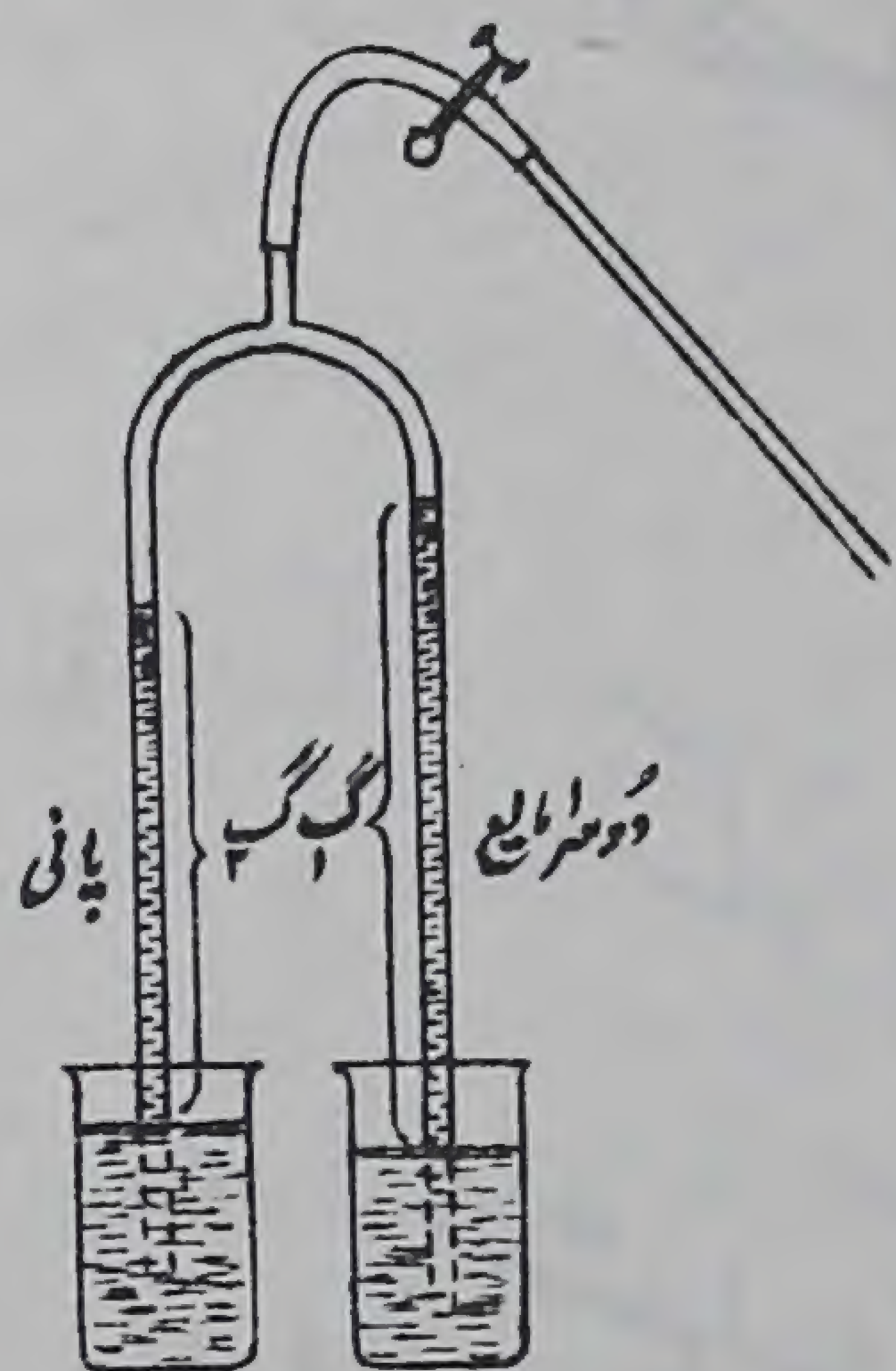
اُن کی مقدار اِتنی ہونی چاہئے کہ دونوں ساقوں میں حائل ہونے والے مایع کی سطح ایک ہی ہو۔مایعات کی بلندیاں حائل شدہ مایع کی سطحوں سے ناپی جاتی ہیں اگر یہ بلندیاں گ۱ اور گ۲ ہوں تو

$$\text{کثافتِ اضافی} = \frac{ث_۲}{ث_۱} = \frac{گ_۱}{گ_۲}$$

لا نما نلی کے ذریعے اضافی کثافتوں کی تعیین میں مندرجہ ذیل چند نقائص پائے جاتے ہیں :۔

اگر صحت مقصود ہو تو حائل شدہ مایع کی سطحوں کو برابر کرنے میں اُفق نما کی ضرورت ہوگی۔چونکہ اُفق نما بہر حال نلی کے باہر رکھا جائیگا اس لئے جو صحت حاصل ہوگی وہ بہت زیادہ نہیں ہوگی۔ اگر حائل شدہ مایع پارا ہو تو اُس کی سطح کی درستی میں ذری سی بھی غلطی اگر رہ جائے تو نتیجہ میں بہت زیادہ غلطی ہوگی۔ کیونکہ پارے کی کثافت زیادہ ہے اس کے علاوہ ایک اور غلطی شعریت کی وجہ سے بھی ہونا ممکن ہے۔حائل شدہ مایع (پارا) کی دونوں سطحوں پر جُداگانہ سطحی تناؤ کا عمل ہوگا کیونکہ دو مختلف نوع کے مایع اِن دونوں سطحوں پر پارے سے ملتے ہیں۔مندرجہ بالا نقائص کا تدارک کلیتہً ایک سادہ آلے کے استعمال سے ہو سکتا ہے اس کا نام "ہیئر کا آلہ" ہے جس کی تشریح ذیل کے تجربہ میں کی جاتی ہے۔

تجربہ ۲۷ ـــــ کسی مایع کی کثافتِ اضافی ہیئر کے آلے کے ذریعے دریافت کرنا۔

اس آلے میں لا نما نلی اُلٹی رکھی جاتی ہے۔نلی کا ایک کھُلا سِرا پانی میں اور دُوسرا سِرا اُس مایع میں رکھا جاتا ہے جس کی کثافتِ اضافی مطلوب ہے۔نلی کے درمیانی حصّے میں جہاں وہ خمیدہ ہے ایک اور نلی لگی ہے جس کے ذریعے کچھ ہوا لا نما نلی سے خارج کی جاسکتی ہے۔اِس عمل سے دونوں ساقوں میں مایعات چڑھینگے۔(شکل ۲۷)۔اور نلی کے اندر والے مایعات کی دونوں سطحوں پر جو ہوا رہ گئی ہے اُس کا

دباؤ یکساں ہوگا۔ اور نلی کے باہر والے مایعات کرۂ ہوائی کے دباؤ کے تحت میں ہونگے۔

فرض کرو نلی میں ہوا کا دباؤ $ھ_1$ ہے اور کرۂ ہوائی کا دباؤ نلی کے باہر آزاد سطحوں پر $ھ_2$ ہے۔ پانی کی بلندی $گ_1$ اور مایع کی بلندی $گ_2$ ہو تو تعادل قائم کرنے کے لئے

$$ھ_1 + گ_1 ث_1 ج = ھ_1 + گ_2 ث_2 ج = ھ_2$$

$$\therefore گ_1 ث_1 = گ_2 ث_2$$

$$\therefore \frac{ث_2}{ث_1} = \frac{گ_1}{گ_2}$$

= کثافتِ اضافی

شکل ۴۷ - ہیئر کا آلہ

مایعات کی بلندیوں کی پیمائش نلی کے باہر کی آزاد سطحوں سے ہونی چاہئے۔ نلی کے اندر سے ہوا خارج کرکے مختلف دباؤ پیدا کرو۔ ہر دباؤ کے تحت میں مایعات کی بلندیوں کی پیمائش کرو یہ معلوم ہوگا کہ $\frac{گ_1}{گ_2}$ ہر حالت میں مستقل ہے۔ مشاہدوں کو ایک جدول میں حسب ذیل طریقے سے لکھو۔

دباؤ	پانی کی بلندی $گ_1$	مایع کی بلندی $گ_2$	کثافتِ اضافی $\frac{گ_1}{گ_2}$
۱ ۲ ۳			اوسط =

فصل پنجم

سکونیات

۱۔ سمتیوں کی ترکیب

طبیعیاتی کمیتیں دو جماعتوں میں تقسیم کی جا سکتی ہیں :-

(۱) میزانی (۲) سمتی

سمتی کمیت وہ کمیت ہے جس میں **سمت** اور **مقدار** دونوں ہوتے ہیں مگر میزانی کمیت میں صرف مقدار ہوتی ہے۔ مثلاً رفتار، اسراع، قوت، وغیرہ سمتی کمتیں ہیں اور وقت، رقبہ، کمیت مادہ، وغیرہ، میزانی کمیتیں ہیں۔ سمتی کمیت کی تعبیر کسی خاص طول کے اور خاص سمت میں کھینچے ہوئے خطِ مستقیم سے ہو سکتی ہے۔ ایک ہی قسم کی دو میزانی کمیتیں معمولی جمع کے قاعدہ سے آپس میں جمع کی جا سکتی ہیں۔ مگر ایک ہی قسم کی دو سمتی کمیتیں بالعموم اِس طریقہ سے جمع نہیں کی جا سکتیں بلکہ متوازی الاضلاع کے کلیہ سے اِن کا حاصل دریافت کیا جاتا ہے۔ دو سمتی کمیتوں کے حاصِل سے ایک وہ واحد کمیت مُراد ہے جس سے وُہی نتیجہ مرتب ہو سکتا ہے جو اِن دونوں سمتیوں سے۔

سمتیوں کے متوازی الاضلاع کا اصول حسب ذیل ہے :-

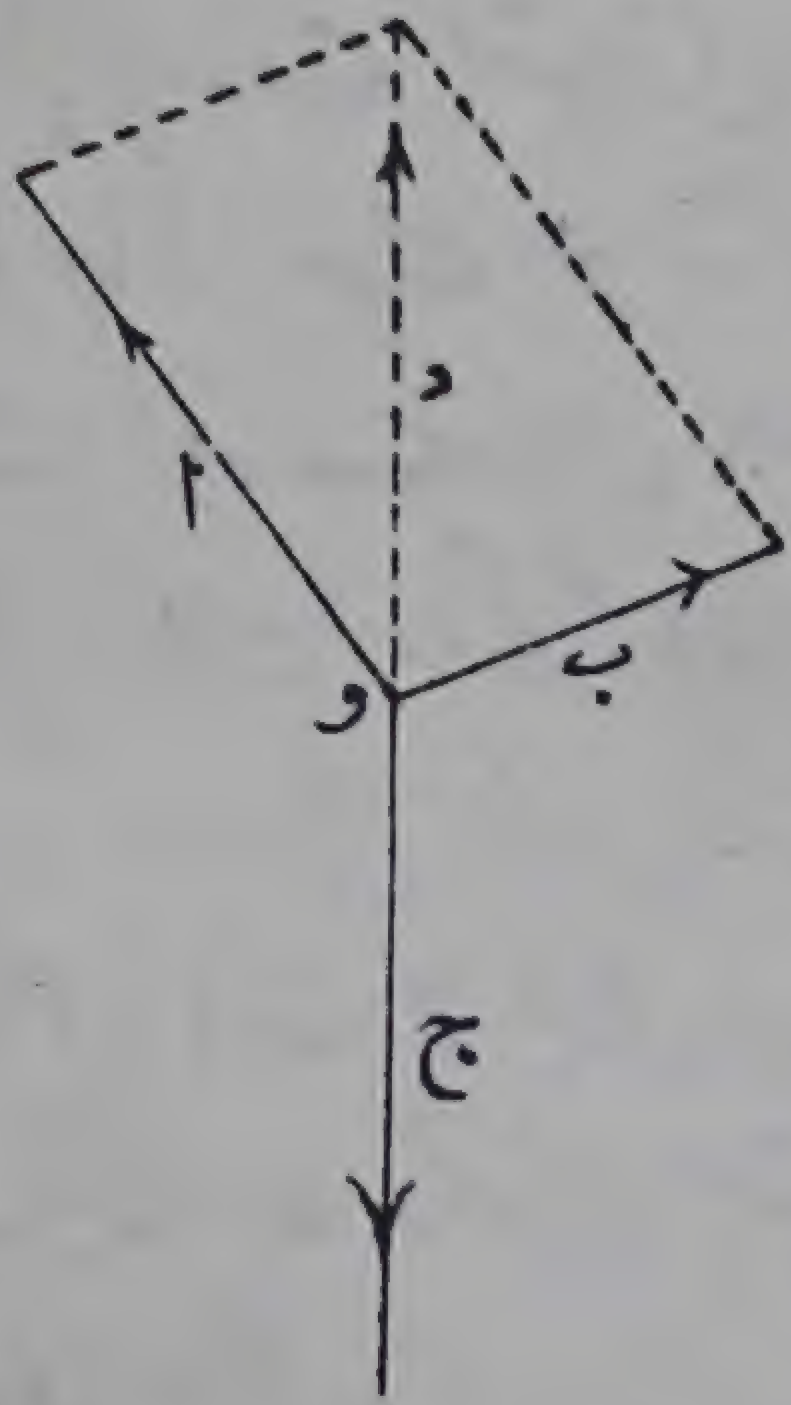
اگر دو سمتیاں مقدار اور سمت کے اعتبار سے کسی متوازی الاضلاع کے دو متصل ضلعوں سے تعبیر کی جائیں تو اِن دو سمتیوں کا حاصل، مقدار اور سمت کے اعتبار سے متوازی الاضلاع مذکور کے اُس وتر سے تعبیر کیا جاتا ہے جو مذکورۂ بالا ضلعوں کے نقطۂ تقاطع میں سے گزرے۔ اِس اصول کا اطلاق کُل سمتیوں پر ہوتا ہے مثلاً نقلِ مکان، رفتار، اسراع، قوت، وغیرہ۔

ذیل کے بیانات میں "قوت" کا لفظ عموماً استعمال کیا جائیگا مگر اس بات کا خیال رہے کہ جو قاعدہ قوت کے لئے استعمال کیا جائیگا وہ دُوسری سمتیوں، مثلاً نقلِ مکان یا رفتار، وغیرہ، پر بھی حاوی ہوگا۔

قوتوں کا یہ حال ہے کہ اگر کسی جسم پر عمل کرنیوالی قوت توازن میں نہ ہو تو وہ قوت جسمِ مذکور میں حرکت پیدا کریگی۔ لہذا ہم کو ایک ایسا سادہ طریقہ دستیاب ہے جس سے یہ معلوم ہوسکتا ہے کہ قوتیں جو کسی جسم پر عمل کرتی ہیں وہ متوازی ہیں یا نہیں۔ اگر جسم جس پر قوتیں عمل کر رہی ہیں ساکن رہے تو وہ قوتیں ایک متوازن نظام پیدا کرتی ہیں۔ اب ہم ذیل کا دعوی بیان کر سکتے ہیں :-

اگر کوئی جسم دو ایسی قوتوں کے زیرِ عمل ہو جو آپس میں مساوی اور متضاد ہیں تو جسمِ مذکور تعادل میں ہوگا۔

فرض کرو کہ ایک چھوٹے جسم پر جو نقطۂ و پر واقع ہے تین قوتیں عمل کر رہی ہیں اور اِن قوتوں کے متفقہ اثر سے جسمِ مذکور ساکن ہے (شکل ۲۸)۔

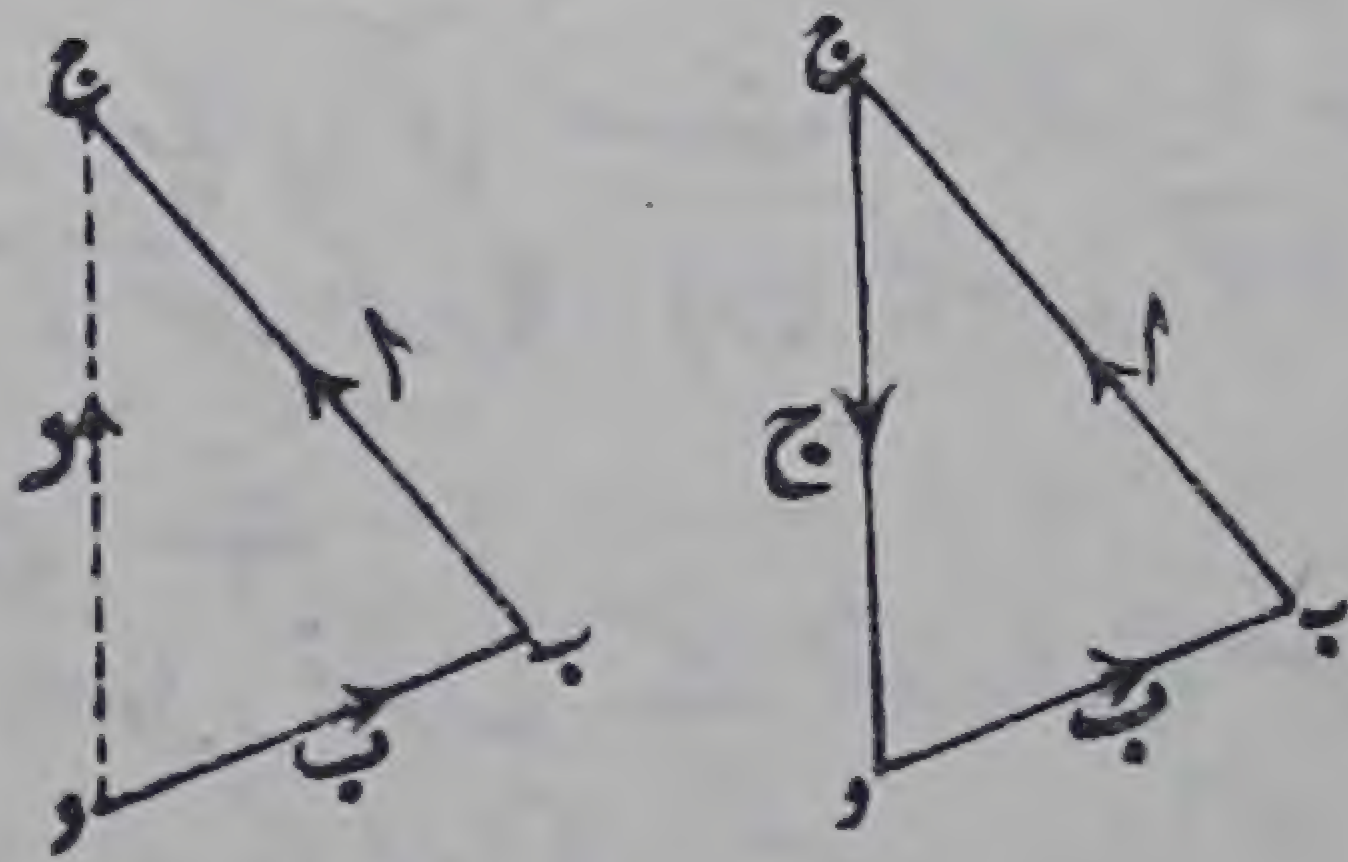
اِن تینوں قوتوں کی تعبیر ایسے خطوط سے کرو جو نقطۂ و سے قوتوں کی سمتوں میں کھینچے گئے ہوں اور اُن کے طول بالترتیب قوتوں کی مقداروں کے تناسب ہوں۔ فرض کرو کہ ا، ب، ج، خطوط ہیں۔ مذکورۂ بالا دعویٰ کے مطابق اگر ہم ا اور ب کو ہٹا دیں اور اِس کے بجائے ایک ایسی واحد قوت د (جو شکل میں نقطہ وار خط، سے دکھلائی گئی ہے) لگا دیں جو ج کے مساوی مگر متضاد سمت میں ہو تو جسم و ساکن رہیگا۔ اِس کے معنی یہ ہیں کہ ا اور ب دونوں مل کر ایک ایسی قوت د کے مماثل ہیں جو ج کے مساوی و متضاد ہے فرضی قوت د قوتوں ا اور ب کا حاصِل ہے۔

شکل ۳۸ - تین متعادل قوتیں

جب قوتیں ا اور ب بھی عمل کر رہی ہوں تو و کو ساکن رکھنے والی قوت ج ہے۔ اِس قوت ج کو ا اور ب کا **متعادِل** کہتے ہیں۔

لہٰذا یہ ظاہر ہے کہ متعادِل اور حاصِل دونوں مقدار کے اعتبار سے آپس میں برابر ہیں مگر سمتِ عمل کے لحاظ سے متضاد۔

قوتوں کے متوازی الاضلاع کے اصول ثابت کرنے کا طریقہ — قوتوں کے متوازی الاضلاع کا اصول یہ ہے کہ اگر کوئی ایسا متوازی الاضلاع کھینچا جا سکے جس کے دو متصل ضلعے ا اور ب دو قوتوں کو تعبیر کریں تو مقدار اور سمت کے لحاظ سے اِن دونوں قوتوں کے حاصِل کی تعبیر متوازی الاضلاع مذکور کے اُس وتر سے ہوگی جو نقطۂ و سے کھینچا جائے۔

اگر مذکورۂ بالا وتر ا اور ب کے حاصل کو تعبیر کرے تو اِس کو اُس خط کے مساوی اور متضاد ہونا چاہئے جو ج کو تعبیر کرتا ہے کیونکہ قوتیں د اور ج ایک دُوسرے کے مساوی اور متضاد ہیں۔ لہذا اگر یہ معلوم ہو جائے کہ اِس متوازی الاضلاع کا وتر قوّت ج کو تعبیر کرنے والے خط کے برابر اور متضاد ہے تو قوتوں کے متوازی الاضلاع کا اصول ثابت ہو جائیگا۔

قوتوں کے مثلث کے اصول کو ثابت کرنے کا طریقہ —— حاصل د کی مقدار دریافت کرنے کے لئے یہ ضروری نہیں ہے کہ متوازی الاضلاع پُورا کھینچا جائے۔ اگر ہم ب کو بلحاظ مقدار وسمت خط و ب سے تعبیر کریں اور نقطہ ب سے ا کے متوازی اور متناسب طول کا خط ب ج کھینچیں تو نصف متوازی الاضلاع تیار ہو جائیگا۔ نقاطِ و اور ج کے مِلانے سے متوازی الاضلاع

شکل ۲۹۔ قوتوں کا مثلث

کا وتر حاصل ہوتا ہے اور یہ وتر شکل کی تکمیل کے بغیر قوت د کی تعبیر کرتا ہے اور اِس طرح ایک مثلث کے ذریعہ سے مطلوبہ حاصل قوت دریافت ہو سکتا ہے۔

قوتوں کے مثلث کا اصول بالعموم حسبِ ذیل بیان کیا جاتا ہے :۔

اگر تین قوتیں جن کی مقداریں کسی مثلث کے ضلعوں کے طول کے متناسب اور جن کے عمل کی سمتیں بالترتیب اُن ضلعوں کے متوازی ہوں کسی جسم پر عمل کریں تو وہ جسم اُن کے زیرِ عمل ساکن رہیگا بشرطیکہ اُن کی سمت کے ظاہر کرنے والے پیکان مثلث کے گرد ایک ہی رُخ میں ہوں۔

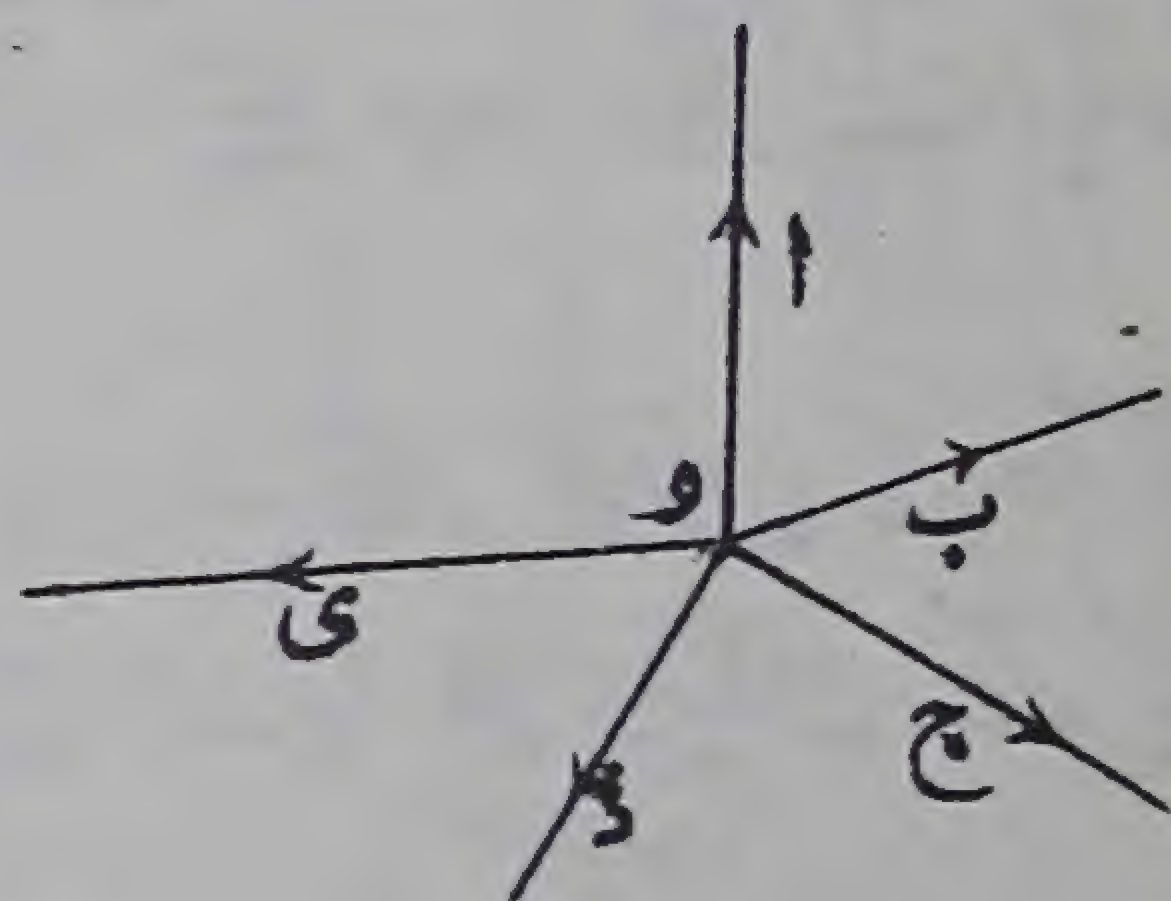
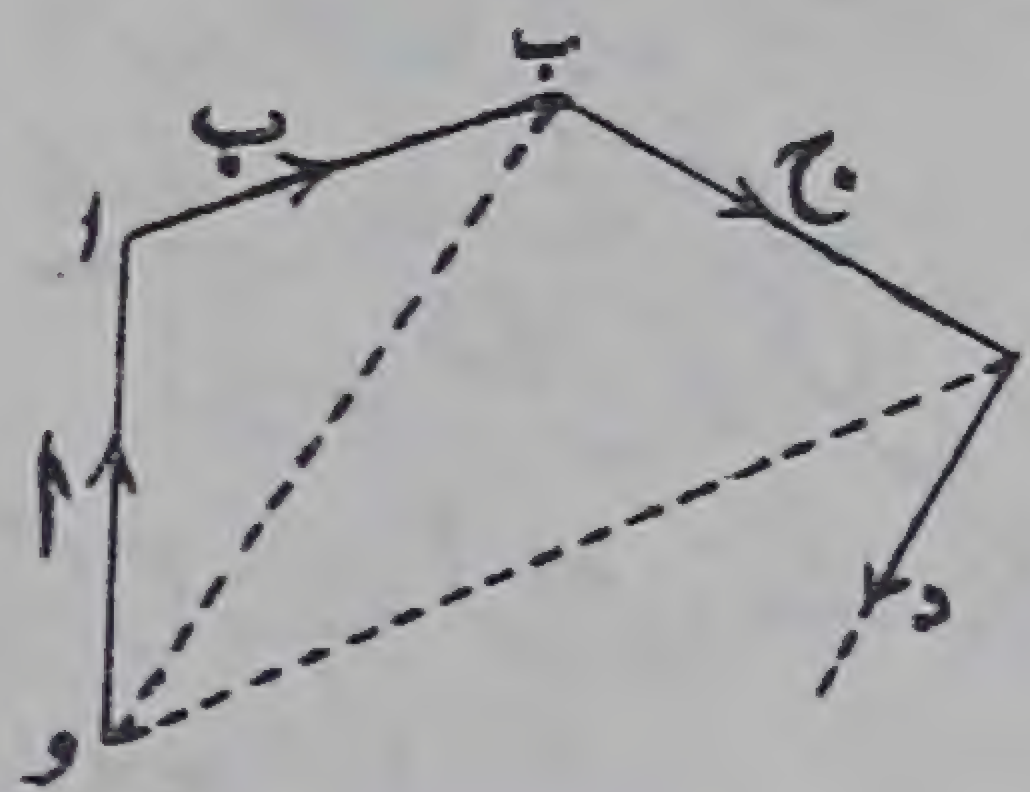
شکل ۲۹ میں مثلث و ب ج پر غور کرو۔ ضلع ب ج قوت ا کی سمتِ عمل کو ظاہر کرنے والے پیکان کا مثلث کے گرد جانے کا رُخ وہی ہے جو قوت ب کی سمتِ عمل ظاہر کرنیوالے پیکان کا ہے۔ حاصلِ قوت کی تعبیر اِس خط سے ہوتی ہے جس سے مثلث کا تکملہ ہوجاتا ہے اور اِس خط میں پیکان کا رُخ مثلث کے گرد جانیوالے مذکورۂ بالا پیکان کے رُخ کے متضاد ہے۔

اب وہی خط و ج قوتوں ا اور ب کے حاصل کو تعبیر کرتا ہے۔ اگر اِس کے پیکان کی سمت نقطۂ و کی طرف ہو تو خط ہذا قوت ج کو تعبیر کریگا۔ اِن تینوں قوتوں ا، ب، ج کے زیرِ عمل جسم ساکن ہے۔

مذکورۂ بالا اصول قوتوں کے متوازی الاضلاع کے اصول کی عملی تصدیق سے ثابت کیا جاتا ہے۔

اگر متعدد قوتیں خواہ اُن کی تعداد کچھ ہی ہو کسی چھوٹے جسم پر عمل کریں تو متذکرۂ بالا اُصول کا اطلاق اِن قوتوں پر بھی ہوسکتا ہے۔ ایک عام اصول جو کہ سمتیوں کے کثیر الاضلاع کے اُصول سے موسوم ہے حسبِ ذیل بیان کیا جاتا ہے:۔

اگر کوئی جسم کسی تعداد کی قوتوں ا، ب، ج، د، ی، وغیرہ کے زیرِ عمل ساکن ہے اور اگر اِن قوتوں کو مقدار اور سمت کے اعتبار سے تعبیر کرنے والے خطوط بالترتیب

مسلسل کھینچے جائیں اور قوتوں کی سمت ظاہر کرنے والے پیکان ایک ہی رُخ میں ہوں تو اِن خطوط سے مکمل کثیر الاضلاع بن جائیگا۔

شکل ۳۰۔ پانچ متعادل قوتیں شکل ۳۱۔ قوتوں کا کثیر الاضلاع

مذکورہ بالا اُصول مثلث قوائے کے اصول کی مدد سے حسب ذیل ثابت کیا جاسکتا ہے :۔

قوتوں ا اور ب اور ان کے حاصل کو تعبیر کرنے کے لئے مثلث و ا ب کھینچو۔ خط و ب پر ایک اَور مثلث و ب ج ایسا کھینچو کہ ضلع ب ج قوت ج کو تعبیر کرے۔ ضلع و ج قوت ج اور و ب کا حاصل ہے اِس لئے و ج، ا، ب، ج تین قوتوں کا حاصل ہے (اشکال ۳۰ و ۳۱)

یہ ظاہر ہے کہ خط و ب غیر ضروری ہے کیونکہ و ا، ا ب، اور ب ج کے کھینچنے سے و ج دریافت ہوجاتا ہے اور اس خط سے شکل ذواربعۃ الاضلاع کی تکمیل ہوجاتی ہے۔ نقطۂ ج سے ایک اَور خط شکل کثیر الاضلاع میں اضافہ کرنے سے چوتھی قوت د مذکورۂ بالا قوتوں ا، ب، ج، میں شریک کی جاسکتی ہے۔ اور کثیر الاضلاع کے متذکرۂ بالا عمل سے کسی تعداد کی قوتوں کی ترکیب ہوسکتی ہے۔

لہٰذا ایک ہی نقطہ پر عمل کرنے والی کسی تعداد کی قوتوں کے حاصل دریافت کرنے کے لئے ایک شکل اِس طرح کھینچی جاتی ہے جس کے اضلاع وہ خط ہیں جو قوتوں کو تعبیر کرنے کے لئے مسلسل کھینچے گئے ہیں اور شکل مذکور میں قوتوں کی سمت ظاہر کرنے والے پیکان اِس طرح ہیں کہ وہ شکل کے گرد یکے بعد دیگرے ایک ہی رُخ میں جاتے ہیں۔

خط جو شکل کو تمکل کرتا ہے وہ اِن تمام قوتوں کے حاصل کو تعبیر کرتا ہے مگر اِس کے پیکان کا رُخ مندرجۂ بالا پیکان کے رُخ کے خلاف ہے۔

وُہی خط اِن تمام قوتوں کے متعادل کی بھی تعبیر کرتا ہے اگر اِس کے پیکان کا رُخ شکل کے گرد جانے والے پیکان کے رُخ کے موافق ہو۔

یہ بیان قوتوں کے کثیر الاضلاع کے اُصول کا ایک دُوسرا پیرایہ ہے۔

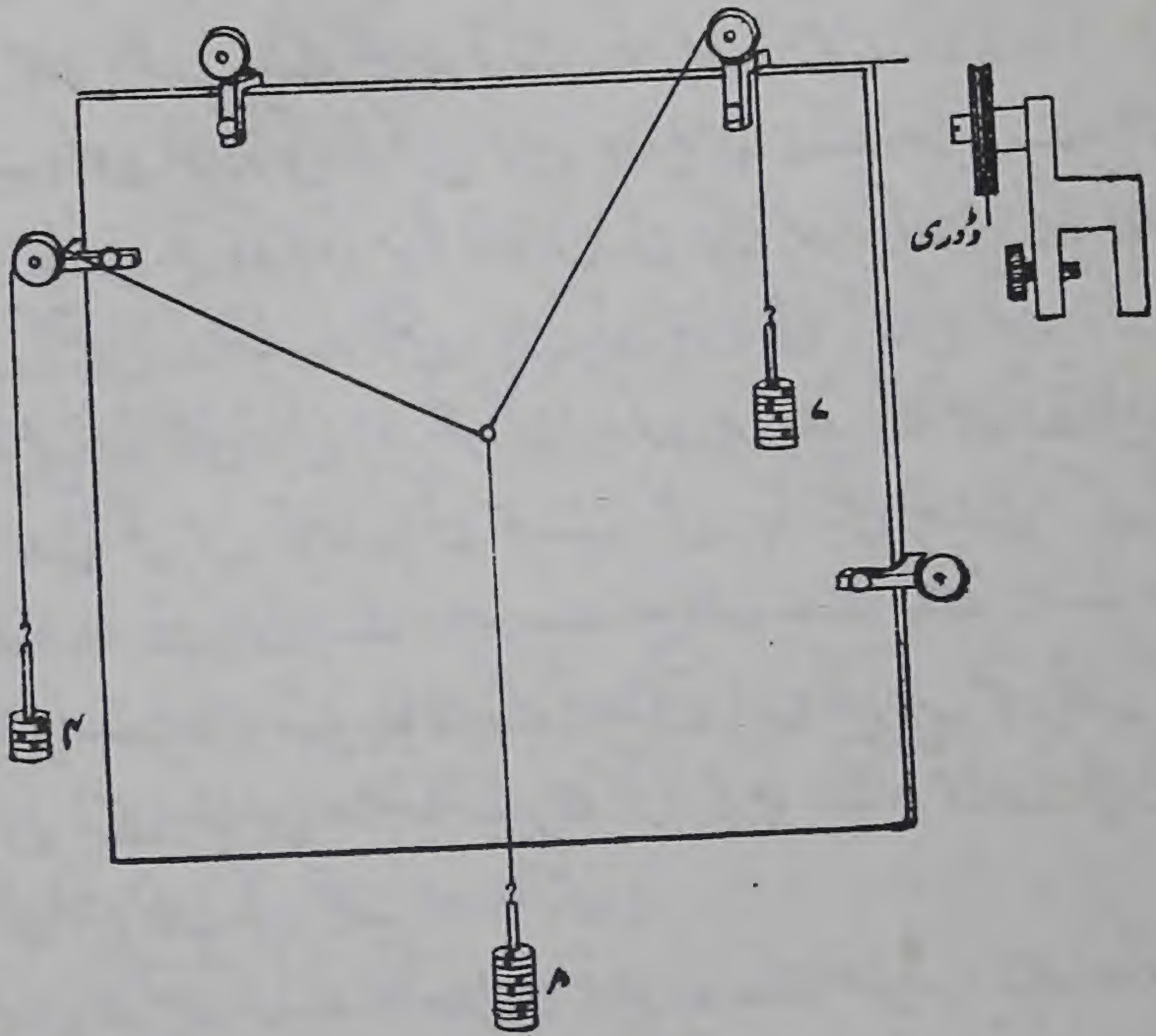
اگر خط شکل کو تمکل کر چکے ہیں تو قوتِ حاصلہ صفر ہے یعنی دی ہوئی قوتوں کے زیرِ عمل جسم تعادل میں ہے۔

اِس امر کے لحاظ کرنے کی مطلق ضرورت نہیں کہ قوتیں کس ترتیب سے کھینچی گئی ہیں۔

قوتوں پر تجربہ کرنے کا آلہ

قوتوں کے متعلق جو اُصول بیان کئے جا چکے ہیں اُن کی تصدیق کے لئے ایک سہل و مناسب آلہ حسبِ ذیل طریقہ سے تیار کیا جا سکتا ہے:—

ایک سیاہ تختہ لو اور اُس کے کنارے کے گرد چند ہلکی

اور بے رگڑ چرخیاں (جیساکہ شکل ۳۲ میں دکھایا گیا ہے) مرتب کرو۔

شکل ۳۲ ۔ قوتوں پر تجربے کرنیکا آلہ

اِن چرخیوں پر مضبوط ڈوریاں ڈالو۔ اِن ڈوریوں کے ایک سرے پر حلقے بناؤ اور اگر ممکن ہو تو ہر ڈوری کے دُوسرے سرے پر گھڑی کی زنجیر جیسے کلپ (Clip) لگاؤ۔ تختۂ مذکور کو دیوار یا کسی اُستوار مضبوط سہارے پر انتصاباً (سیدھا) کھڑا کر دو۔ اگر چرخیاں اِس طرح قائم کی گئی ہیں کہ اُن کے سطوح اِس تختہ کی سطح کے علی القوائم ہیں تو تختۂ مذکور ایک میز پر افقی ہیئت میں رکھا جاسکتا ہے۔ مگر اِس صورت میں ڈوریوں کے سرے کناروں کے باہر بالکل صاف لٹکتے رہنے چاہئیں۔

یہ بھی ہوسکتا ہے کہ بعض دفعہ بجائے اِس کے کہ سیاہ تختہ کے کناروں کے گرد چرخیاں لگائی جائیں اِن کو ایسے کُندوں پر قائم

کیا جائے جو کسی سہ پایہ استادہ پر چڑھے ہوں۔
یہاں ایک ہلکا چھلّا بطور چھوٹے جسم کے استعمال کیا جاتا ہے اور یہ چھلّا کلپ کے ذریعہ سے ڈوریوں میں لگایا جاتا ہے۔
جب کسی تعداد کی قوتیں اُن ڈوریوں کے ذریعہ سے اِس چھلّے پر لگائی جائیں تو وہ چھلّا فوراً تعادل کی جگہ پر سرک جائیگا اور ڈوریاں خاص سمتیں اختیار کرلینگی۔ اِن ڈوریوں کی سمتیں نوکدار کھریا سے تختہ پر کھینچی جاسکتی ہیں اور اگر تختۂ مذکور پر کاغذ لگا ہو تو پنسل سے۔ تختہ پر کھینچی ہوئی لکیریں قوتوں کی سمتِ عمل بتائینگی۔
مذکورہ بالا ڈوریوں کے دُوسرے سروں سے لٹکتے ہوئے وزن کے متناسب ایک مناسب پیمانہ کے مطابق اِن لکیروں پر طول کاٹو۔ اِس طرح ہمکو ایسی لکیریں دستیاب ہونگی جن سے قوتوں کی مقدار اور سمتِ عمل دونوں کی تعبیر ہو جائیگی۔
قوتوں کو تعبیر کرنے والے اِن خطوں کے ذریعہ سے متذکرۂ بالا مختلف اصولوں کی عملی تصدیق بخوبی ہوسکتی ہے خواہ قوتیں زیرِ بحث دو ہوں یا تین یا متعدد۔
یہ امر ملحوظ رہے کہ رگڑ کی وجہ سے قوتوں کے زیرِ عمل چھلّے کا محل، تعادل کی حالت میں ایک ہی مقام پر قائم نہیں رہیگا بلکہ رگڑ کی مقدار کے مطابق ایک چھوٹے رقبہ کے اندر بدلتا رہیگا۔ تعادل کا صحیح مقام حسبِ ذیل دریافت ہو سکتا ہے :-
جب قوتوں کے زیرِ عمل چھلّا ساکن ہو جائے تو اِس کے مقامِ سکون کا نشان تختہ سیاہ پر لگا دو۔ اِس کے بعد چھلّے کو اپنی جگہ سے ہٹا دو۔ چھلّا پھر ایک نیا مقامِ سکون اختیار کرلیگا۔ اِس نئے مقام کا نشان بھی تختہ پر لگا دو۔ اِسی طرح چند بار چھلّے کو ہٹا ہٹا کر اس کے مختلف مقاماتِ سکون کے نشانات ڈالو۔ یہ مختلف نشانات ایک چھوٹے رقبہ کے اندر واقع ہونگے

اگر اِس رقبہ کے وسط کا نشان لیا جائے تو وہ نشان چھلّے کے تعادل کا صحیح مقام بتائیگا۔

نیز اگر چرخیاں اِس طرح سے قائم کی گئی ہیں کہ ان کے سطوح تختۂ سیاہ کی سطح کے علی القوائم ہیں تو اِس صورت میں اِن کی حرکت میں ایسی آزادی ہونی چاہئے کہ وہ چرخیاں ڈوریوں کی سمتیں بآسانی اختیار کرسکیں۔ مگر اِس حالت میں محور کی رگڑ کے سوا دوسری رگڑ بھی عمل میں آجاتی ہے لہذا انتصابی تختہ پر تجربہ کرنا قابلِ ترجیح ہے۔

تجربہ ۲۸ — دو قوتوں کے زیرِ عمل تعادل کے شرائط دریافت کرنا۔ چھلّے سے دو ڈوریاں لگاؤ اور اِن ڈوریوں کے دُوسرے سروں سے مختلف وزن لٹکاؤ۔ یہ ڈوریاں کھچ کر ایک خطِ مستقیم میں ہو جائینگی۔ چھلّہ صرف اس حالت میں ساکن رہیگا جب ڈوریوں سے لٹکے ہوئے وزن آپس میں برابر ہونگے۔

تجربہ ۲۹ — قوتوں کے متوازی الاضلاع و مثلث کے اصول کی تصدیق — چھلّے سے تین ڈوریاں لگاؤ اور اِن ڈوریوں کے دُوسرے سروں سے وزن لٹکاؤ جب چھلّا تعادل کے مقام پر آجائے تو عمل کرنے والی قوتوں کو لکیروں سے تعبیر کرو جیساکہ قبل بتایا جاچکا ہے۔

اِن تین لکیروں میں سے کسی دو کو متصل اضلاع مان کر ایک شکل متوازی الاضلاع کھینچو اور یہ دکھلاؤ کہ شکل مذکور کا وتر طول میں تیسری لکیر کے برابر ہے اور یہ لکیر اور وتر دونوں ایک ہی سیدھ میں ہیں۔

تختۂ سیاہ کے بازو پر مثلث کے دو ضلعے اِس طرح کھینچو کہ وہ مندرجۂ بالا تین قوتوں میں سے دو قوتوں کے متوازی اور طول میں بالترتیب اُن کے متناسب ہوں اور سمت بتانے والے پیکان

یکے بعد دیگرے ایک ہی رُخ میں ہوں۔ مثلث مذکور کو مکمل کرکے دکھلاؤ کہ تیسرا ضلع تیسری قوت کے متوازی ہے اور یہ ضلع تیسری قوت کی مقدار کو اُسی پیمانہ سے تعبیر کرتا ہے جس پیمانہ سے بقیہ دو قوتوں کی تعبیر بقیہ دو ضلعوں سے ہوئی ہے۔

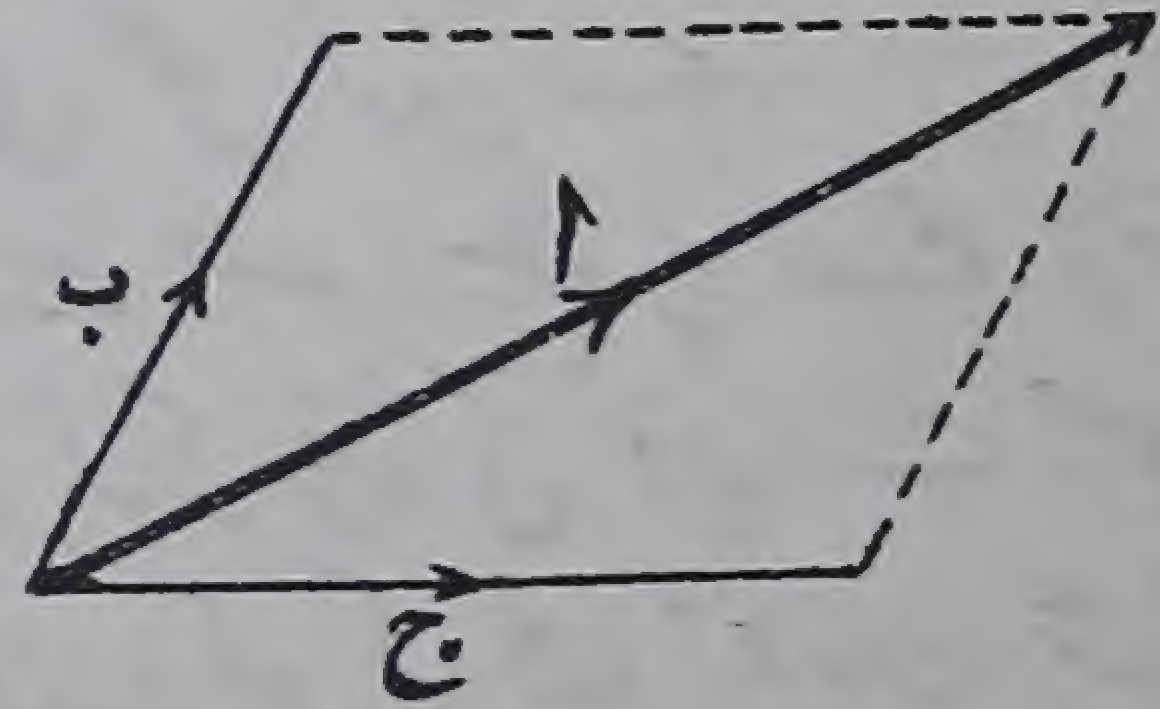
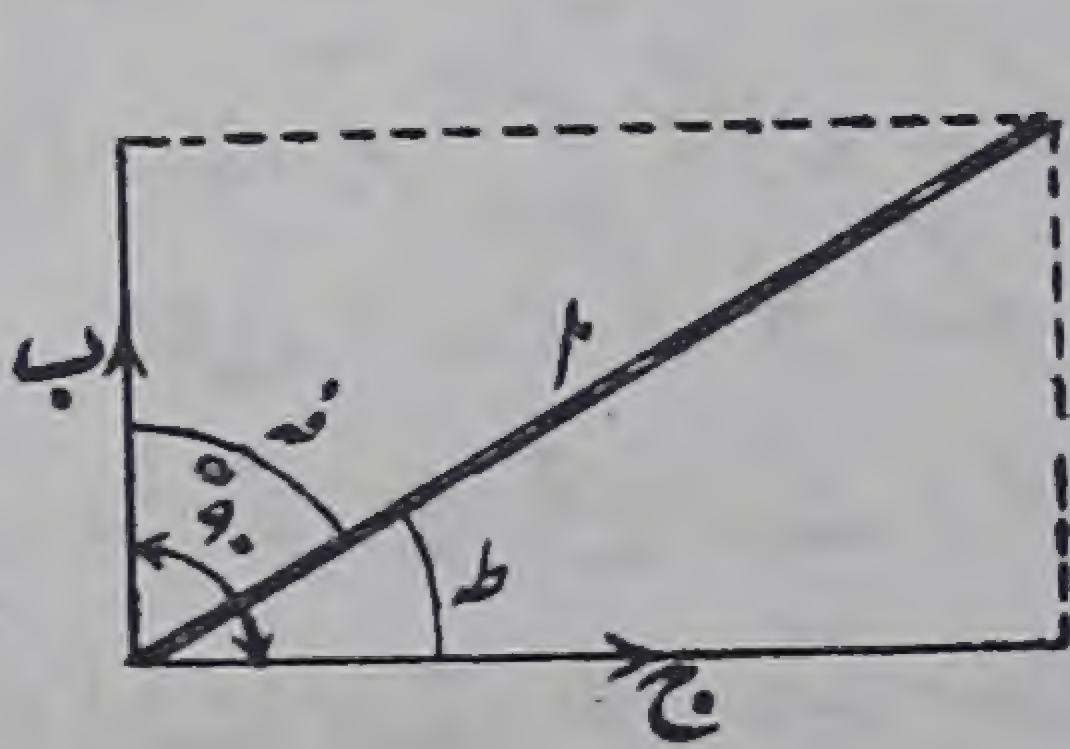
تجربہ ۳۰ —— قوتوں کے متوازی الاضلاع کے ذریعہ سے کسی جسم کا وزن دریافت کرنا —— دو معلوم اور ایک غیر معلوم وزن لے کر تجربہ ۲۹ کو دُہراؤ۔ معلوم وزن کو متوازی الاضلاع کے دو متصل ضلعوں سے تعبیر کرو۔ متوازی الاضلاع کے وتر کے طول سے غیر معلوم وزن دریافت ہوجائیگا۔ معمولی ترازُو کے ذریعہ سے امر مذکورۂ بالا کی تصدیق کرو۔

تجربہ ۳۱ —— قوتوں کے کثیر الاضلاع کے اصول کی تصدیق —— چار یا پانچ وزن لے کر تجربہ ۲۹ کی طرح عمل کرو مگر تختہ کے ایک حصّہ پر ایک ایسی شکل کھینچو کہ اُس کے ضلعے قوتوں (وزن کے خطِ عمل) کے متوازی و متناسب ہوں اور سمت بتلانے والے پیکان یکے بعد دیگرے شکل کے گرد ایک ہی رُخ میں ہوں جب کُل قوتوں کی تعبیر سوائے ایک قوت کے اِس طرح ہوجائے تو شکل کثیر الاضلاع کو مکمل کرکے دکھلاؤ کہ شکل کو مکمل کرنے والا خط دونوں مقدار اور سمت میں بقیہ قوت کی تعبیر کرتا ہے بشرطیکہ اِس خط پر کا پیکان دُوسرے پیکان کی طرح ایک ہی رُخ میں ہو۔ اُس تجربہ کو دو یا تین بار دُہراؤ گر ہر دفعہ وزن کی ترتیب جداگانہ ہو تاکہ مختلف شکل کے کثیر الاضلاع کھینچے جاسکیں۔ یہ دکھلاؤ کہ ہر حالت میں شکل کو مکمل کرنے والا خط بقیہ قوت کو تعبیر کرتا ہے خواہ کثیر الاضلاع کے بقیہ ضلعوں کی ترتیب کچھ بھی ہو۔

۲۔ سمتیوں کی تحلیل

ہم دیکھ چکے ہیں کہ کسی جسم پر عمل کرنے والی دو سمتیوں کی ترکیب ایک واحد مماثل سمتی سے ہوسکتی ہے۔اب ہمیں ایک واحد سمتی کو دو مختلف سمتیوں میں تحلیل کرنے کے مسئلہ پر غور کرنا ہے۔ایک واحد سمتی دو مختلف سمتیوں میں اس طرح تحلیل کی جاسکتی ہے کہ موخر الذکر دو سمتیاں مل کر اول الذکر سمتی کے مماثل ہوں۔

شکل ۳۳ پر غور کرو۔ ب اور ج متذکرۂ بالا دو سمتیوں کو تعبیر کرتے ہیں۔اگر ان کو متصل اضلاع مان کر شکل متوازی الاضلاع مکمل کی جائے تو یہ ظاہر ہے کہ ب اور ج شکلِ مذکور کے وتر ا کے مماثل ہیں۔

شکل ۳۳۔ سمتیوں کی تحلیل

شکل ۳۴۔ سمتی کے تحلیلی اجزار

اگر ب اور ج آپس میں علی القوائم ہیں تو نہ ب کا اثر ج کے خطِ عمل میں اور نہ ج کا اثر ب کے خطِ عمل میں ہوگا۔ لہذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ ب اور ج اپنی اپنی سمتوں میں ا کے پورے اثر کو تعبیر

کرتے ہیں۔

اِس صورت میں ب اور ج اپنی اپنی سمتوں میں ا کے تحلیل شدہ اجزاء ہیں یا یوں کہئے کہ ب اور ج مذکورۂ بالا سمتوں میں ا کے اجزائے ترکیبی ہیں۔ شکل ۳۴ پر غور کرو۔

ب = ا جم فہ

اور

ج = ا جم طہ

پس ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی قوتِ معلومہ کا تحلیل شدہ جزو کسی خاص سمت میں قوتِ معلومہ اور سمتِ مذکورہ کے درمیانی زاویہ کے جیب التمام اور قوتِ مذکورہ کی مقدار کے حاصلِ ضرب کے برابر ہے۔

اِس اصول کی تصدیق سکونی سطح مائل کے تجربہ کے تحت میں براہِ راست کی جائیگی (شکل ۳۶ صفحہ ۱۱۱ دیکھو)۔

اِس تجربہ میں ایک جسم و وزن کا اُفق سے زاویہ طہ بنانے والی ایک سطح مائل پر ایک ایسی قوت ق کے ذریعہ سے ساکن رکھا جاتا ہے جو سطحِ مذکورہ کے متوازی عمل کرتی ہے۔

یہ ظاہر ہے کہ و کے اثر سے جسم سطح پر نیچے اُتریگا اور یہ اثر قوت ق کے برابر ہوگا کیونکہ ق کی وجہ سے جسمِ مذکور نیچے اُترنے سے باز رہتا ہے۔یا یوں کہو کہ ق، وزن و کے اُس جزوِ تحلیلی کے برابر ہے جو سطحِ مذکور کے متوازی عمل کرتا ہے۔

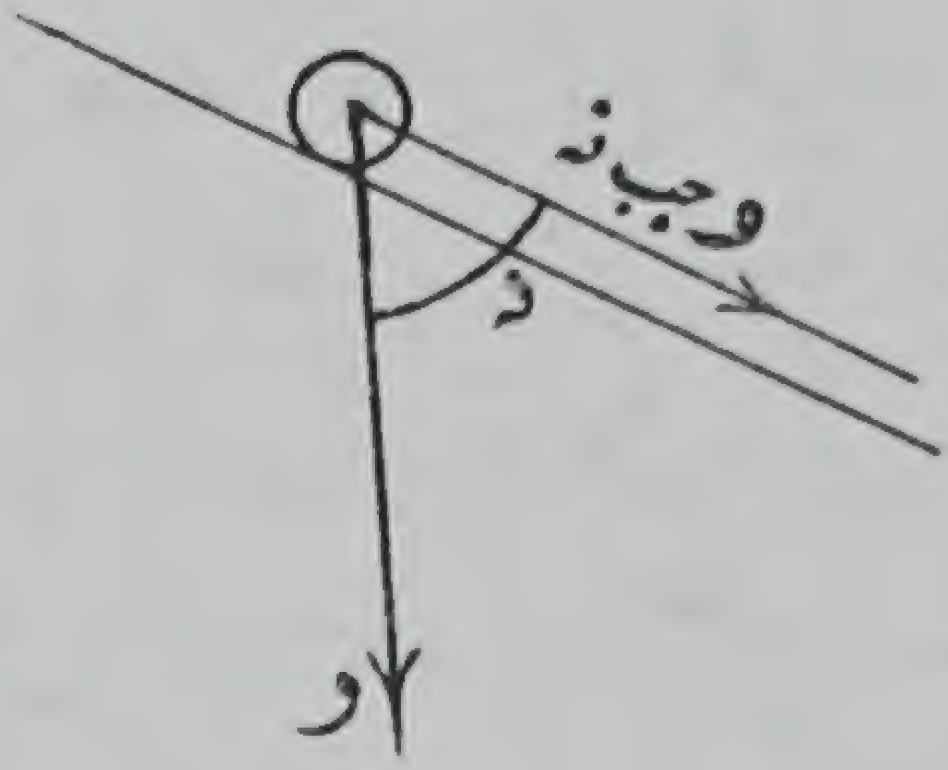
مگر یہ دکھلایا گیا ہے کہ ق برابر ہے و جب طہ کے۔اِس لئے سطح کے متوازی وزن و کا جزوِ تحلیلی برابر ہے و جب طہ کے،

شکل ۳۵ میں سطح اور انتصابی سمت کا درمیانی زاویہ فہ ہے۔

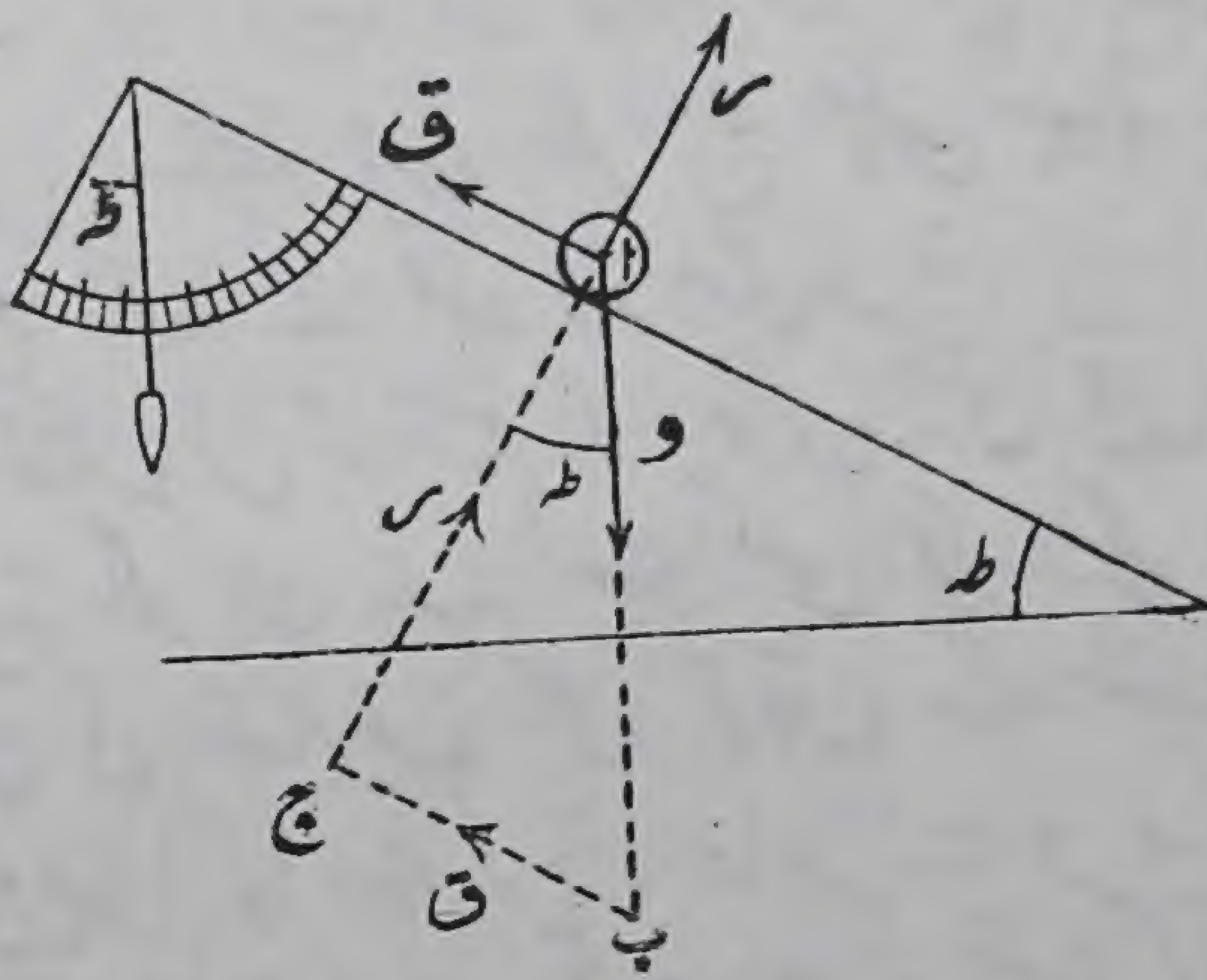
فہ = ۹۰° - طہ

اور جم فہ = جب طہ

∴ و جب طہ = و جم فہ

پس و کا وہ تحلیلی جزو جو و کے خطِ عمل سے زاویہ فہ بنانے والی سطح کے متوازی عمل کرتا ہے برابر ہے و جم فہ کے۔

شکل ۳۵ ۔ سطحِ مائل

سکونی سطحِ مائل

اگر کوئی بوجھ و کسی سطحِ مائل پر رکھا جائے تو سطحِ مذکورہ کے

شکل ۳۶ ۔ سکونی سطحِ مائل

متوازی عمل کرنے والی قوت ق کے ذریعہ سے اِس بوجھ کو سطح پر بحالتِ تعادل قائم رکھ سکتے ہیں یا اِس کو سطح کے اُوپر کی طرف بغیر اسراع کھینچ سکتے ہیں۔ قوت ق کی مقدار و سے بہت کم ہے۔ اگر سطح کا زاویۂ میلان گھٹایا جائے تو ق کی مقدار بھی کم ہوجاتی ہے یا یوں کہو کہ ق کی مقدار سطح کے زاویۂ میلان کے ساتھ ساتھ گھٹتی جاتی ہے۔

فرض کرو کہ اُفق سے زاویہ ط بنانے والی ایک سطح مائل پر ایک جسم و وزن کا سطحِ مذکورہ کے متوازی عمل کرنے والی ایک قوت ق کے ذریعہ سے عین تعادل کی حالت میں ہے اور جسم مذکورۂ بالا پر عمل کرنے والی مختلف قوتوں پر غور کرو۔ شکل ۳۶ سے ظاہر ہے کہ

(ا) و انتصاباً نیچے کی طرف عمل کر رہا ہے۔
(ب) ق سطح کے متوازی عمل کر رہی ہے۔

اور اِن کے سوا ایک اَور قوت ر عمل کر رہی ہے جس کو سطح کا رَدِّ عمل کہتے ہیں۔ اگر سطح چکنی ہو تو آخرالذکر قوت کی سمتِ عمل سطح مذکورہ پر عمود وار ہوگی۔

یہ تینوں قوتیں مل کر جسم کو ساکن رکھتی ہیں۔ اور ان کی سمتیں معلوم ہیں۔ لہٰذا اگر اِن میں سے کسی ایک کی مقدار معلوم ہو تو بقیہ دو قوتوں کی مقداریں بھی قوتوں کے مثلث کے اُصول سے معلوم ہوسکتی ہیں۔

فرض کرو کہ خط اب قوت و کی تعبیر کرتا ہے۔ خط ا ج سطح پر عمود وار یعنی ر ردِّ عمل ر کے متوازی اور خط ب ج سطحِ مذکورہ کے متوازی یعنی قوت ق کے متوازی کھینچو۔

یہ دونوں آخرالذکر خطوط نقطۂ ج پر تقاطع کرتے ہیں۔ اِس لئے

یہ خطوط بالترتیب ر اور ق کو تعبیر کرتے ہیں۔
زاویہ ج ا ب زاویہ ط کے برابر ہے کیونکہ ا ج سطح پر اور ا ب قاعدہ پر عمود ہے اور سطح اور قاعدہ کا درمیانی زاویہ ط ہے۔

$$\text{لہذا}\quad \frac{\text{ب ج}}{\text{ا ب}} = \text{جب ط}$$

لیکن ب ج اور ا ب بالترتیب ق اور و کو تعبیر کرتے ہیں۔

$$\text{اس لئے}\quad \frac{\text{ق}}{\text{و}} = \text{جب ط}$$

$$\text{یا}\quad \text{ق} = \text{و جب ط}$$

اِس مسئلہ کو اگر ایک دُوسرے پہلو سے دیکھا جائے تو ثبوت کچھ آسان ہوجائیگا۔ یہ معلوم ہے کہ جب وزن اُوپر کھینچا جاتا ہے تو جسم میں **توانائی کا اضافہ** پیدا ہوتا ہے اور کھینچنے والی قوت ق **کام** کرتی ہے۔ اِس توانائی اور کام پر غور کرو۔

فرض کرو کہ سطحِ مائل کا اِرتفاع یعنی اُس کے قاعدہ سے سرے کی بلندی گ ہے۔ اِس لئے جب وزن بالکل سرے تک کھینچا جائے تو جسم میں توانائی بالقوہ کا اضافہ ہوگا اور اُس کی مقدار و گ کے برابر ہوگی۔

قوت ق وزن کو اُوپر کھینچنے میں اپنی سمتِ عمل میں فصل ل طے کرتی ہے۔ فرض کرو کہ سطح کا طول ل ہے اِس لئے اِس قوت کے کام کی مقدار ق ل ہوگی۔

بقائے توانائی کے اُصول سے

$$\text{کسبِ توانائی} = \text{کام کردہ شدہ}$$

$$\text{یعنی}\quad \text{و گ} = \text{ق ل}$$

یا ق = $\frac{\text{و گ}}{\text{ل}}$ و جب ط

اِس تجربہ کے لئے جو آلہ استعمال کیا جاتا ہے وہ ایک ایسے مستوی تختہ پر مشتمل ہے جس کا نچلا سرا قبضہ کے ذریعہ سے جکڑا ہؤا ہوتا ہے اور اِس میں ایک ایسا اِنتظام رہتا ہے کہ تختہ کے میلان میں تبدیلی حسبِ ضرورت پیدا کی جاسکے۔ بالعموم تختہ کے اُوپر کے کنارے میں ایک چرخی لگی رہتی ہے اور اِس چرخی پر سے ایک ڈوری گزرتی ہے۔اِس ڈوری کے ایک سرے سے سطح پر حرکت کرنے والا بوجھ بندھا رہتا ہے اور دُوسرے سرے سے مختلف وزن لٹکائے جاتے ہیں۔ لٹکے ہوئے وزن سے ڈوری پر قوت ق کی قیمت معلوم ہوتی ہے۔عموماً بوجھ و ایک چھوٹے اُسطوانہ کی شکل کا ہوتا ہے۔ یہ اُسطوانہ ڈھانچے سے لگے ہوئے ایک مناسب محور کے گرد لڑھک سکتا ہے اور ڈوری اِسی ڈھانچے سے بندھی ہوتی ہے۔اِس آلہ کی بعض شکلیں ایسی بھی ہوتی ہیں جن میں چرخی اور لٹکنے والے وزن کے بجائے کمانیدار ترازُو استعمال کیا جاتا ہے۔ یہ کمانیدار ترازو خود بخود میلان کے لحاظ سے حسبِ ضرورت قوت ق پیدا کردیتا ہے اور اِس طرح ق کی قیمت براہِ راست معلوم ہوسکتی ہے۔

زاویہ ط کی پیمائش ایک ایسے گونیہ (زاویہ پیما) سے ہوسکتی ہے جس کا کنارا اُفقی قاعدے میں ہو اور جس کا مرکز قبضہ مذکورہ بالا کے مرکز پہ ہو مگر پیمانہ دار رُبعہ کا استعمال بہتر ہے جیسا کہ شکل ۳۶ء میں دکھایا گیا ہے۔ یہ رُبعہ سطحِ مائل کے اوپر کے سرے پر لگا رہتا ہے اور اِس کے مرکز سے ایک شاقول لٹکا رہتا ہے۔اگر رُبعۂ مذکور کا صفری نشان سطح کے علی القوائم ہو تو زاویہ ط وہ زاویہ ہے جو صفری نشان اور خطِ شاقولی کے درمیان واقع ہے۔ یہ طریقہ اول الذکر طریقہ سے قابلِ ترجیح ہے کیونکہ پہلے طریقہ میں اُفق نما کے ذریعہ سے قاعدہ کی سطح درست کرنا پڑتی ہے۔ ماسوا اِس کے زاویہ ط کی پیمائش میں

دیگر غلطیاں بآسانی داخل ہوسکتی ہیں۔

تجربہ ۳۴ ـــــ سکونی سطح مائل۔ سطح کے میلان کو بدل بدل کر چرخیوں کے اُوپر مختلف قوتیں ق بتدریج لگاؤ۔ ہر تجربہ میں ق کی قیمت اس طرح درست کرلو کہ بیلن (اُسطوانہ) ذرا سا بھی دھکا دینے پر سطح کے اُوپر یا نیچے کی طرف یکساں آسانی کے ساتھ حرکت کرسکے۔ ایسا کرنے سے چرخی پر کی رگڑ کا اثر دُور ہوجاتا ہے اور مُشاہدات بھی بہت صحت کے ساتھ کئے جاسکتے ہیں۔ تجربہ کو پانچ یا چھ مختلف میلان کے ساتھ دُہراؤ۔ زاویۂ میلان ط کی ہر قیمت کے جواب میں ق کی قیمت دریافت کرو۔ اپنے مُشاہدات کو حسب ذیل جدول کی صورت میں مرتب کرو:۔

ط	جب ط	ق	$\frac{\text{ق}}{\text{جب ط}}$

اوسط قیمت $\frac{\text{ق}}{\text{جب ط}}$ =

یہ ثابت کیا جاچکا ہے کہ ق = و جب ط۔ اس لئے و = $\frac{\text{ق}}{\text{جب ط}}$ مگر و کی قیمت مستقل ہے کیونکہ ہر دفعہ ایک ہی بیلن استعمال کیا گیا ہے۔ لہذا جدول کے آخری خانہ میں $\frac{\text{ق}}{\text{جب ط}}$ کی قیمت مستقل ہونی چاہیئے۔ ماسوا اِس کے $\frac{\text{ق}}{\text{جب ط}}$ کی اوسط قیمت کو بیلن کے

وزن و کے مساوی ہونا چاہیئے۔ اِس امر کی تصدیق بیلن کو تول کر کرو۔

اگر زاویہ ط کی پیمائش کے لئے آلہ کے ساتھ کوئی رُبعہ لگا نہ ہو تو سطح کے کنارے پر کوئی ایک نقطہ قائم کرلو اور ہر دفعہ قاعدہ سے نقطۂ مذکور کی بلندی اور قبضہ کے مرکز سے اُس کا فصل ناپ لو یعنی گ اور ل کی قیمتیں براہِ راست دریافت کرلو۔ اِس صورت میں مُشاہدات کی جدول حسبِ ذیل ہوگی :۔

ق	گ	ل	گ/ل (جب ط)	ق/(گ/ل)

اوسط قیمت ق/(گ/ل) =

ق/(گ/ل) کی اوسط قیمت کو براہِ راست دریافت شدہ قیمت و کے برابر ہونا چاہیئے۔

اگر وزن جن کے ذریعہ سے قوت ق عمل پذیر ہوتی ہے ڈوری سے لٹکے ہوئے پلڑے پر رکھے جائیں تو قوت ق کی قیمت میں پلڑے کے ذاتی وزن کو بھی شریک کرنا چاہیئے۔

۳۔ کسی قسم کی قوتوں کے زیرِ عمل جسم کے تعادل کے عام شرائط۔

قوت کا معیارِ اثر

کسی محور کے گرد کسی قوت کے گردشی اثر کو محور مذکور کے گرد اُس قوت کا معیارِ اثر کہتے ہیں اور معیارِ اثر کا اندازہ قوتِ مذکورہ کی مقدار اور محور سے خطِ عمل کے عمودی فاصلہ کے حاصلِ ضرب سے ہوتا ہے۔

سمتِ گردش "معیارِ اثر کی جہت" کہلاتی ہے۔ گردش خواہ "موافق سمتِ ساعت" ہو یا "مخالف سمتِ ساعت"۔ یہ ضروری نہیں کہ کوئی خاص سمتِ گردش مثبت جہت کہلائے یا منفی یہ محض اختیاری بات ہے کہ کوئی خاص جہت سہولت کے لحاظ سے مثبت یا منفی قرار دے دی جائے۔

اگر کوئی جسم قوتوں کے کسی نظام کے زیرِ عمل ہو تو جسمِ مذکورہ صرف اُس حالت میں ساکن رہیگا جب کہ مندرجۂ ذیل دو شرائط الگ الگ پورے ہوں:—

(۱) حاصل قوت کو کسی سمت میں صفر ہونا چاہیئے۔

(۲) کُل قوتوں کے حاصل معیارِ اثر کو کسی محور کے گرد صفر ہونا چاہیئے۔

شرط (۱) شرط (۲) میں تضمیناً شامل ہے مگر اِس کو الگ سے تصریحاً بیان کرنا خاص اہمیت رکھتا ہے۔

بیرم کا اصول

مذکورۂ بالا شرائط میں سے شرط (۱) کا عملی ثبوت ترکیب قوائے کے بیان میں دیا جا چکا ہے۔ اب ہم کو تجربۃً دوسری شرط کی صحت کی تصدیق کرنی ہے۔ اِس امر کے لئے سب سے زیادہ آسان طریقہ یہ ہے کہ جسم جس پر قوتیں عمل کرنے والی ہیں ایک مناسب چُول پر رکھا جائے تاکہ جسمِ مذکور اُس چُول کے گرد حرکت کر سکے۔ یہ چُول محور کا کام دیگی۔ اِس محور کو اصطلاحی زبان میں "نصاب" کہتے ہیں۔ اِس صورت میں جسمِ مذکور کو کُلّاً متحرک ہونے سے باز رکھنے والی قوتیں نصاب پر عمل کرتی ہیں اور شرط (۱) بغیر کسی زحمت کے پُوری ہوجاتی ہے۔ اگر کوئی جسم مذکورۂ بالا طریقہ سے کسی چُول پر قائم ہو تو اُس جسم کو بیرم کہتے ہیں۔

چونکہ نصاب پر عمل میں آنے والی قوت بآسانی دریافت نہیں ہوسکتی لہذا ہم نصاب کے گرد صرف قوت مذکورہ کا معیارِ اثر معلوم کر سکتے ہیں۔ کسی قوت کا معیارِ اثر اُس کے نقطۂ عمل کے گرد صفر ہے۔ اِس لئے نصاب پر عمل کرنے والی قوت کا معیارِ اثر نصاب مذکور کے گرد صفر ہوگا۔ لہذا بیرم کے تعادل کی حالت میں نصاب کے گرد مختلف قوتوں کے معیارِ اثر پر غور کرتے وقت اُن قوتوں کا لحاظ رکھنا ضروری نہیں جو نصاب پر عمل کر رہی ہوں۔

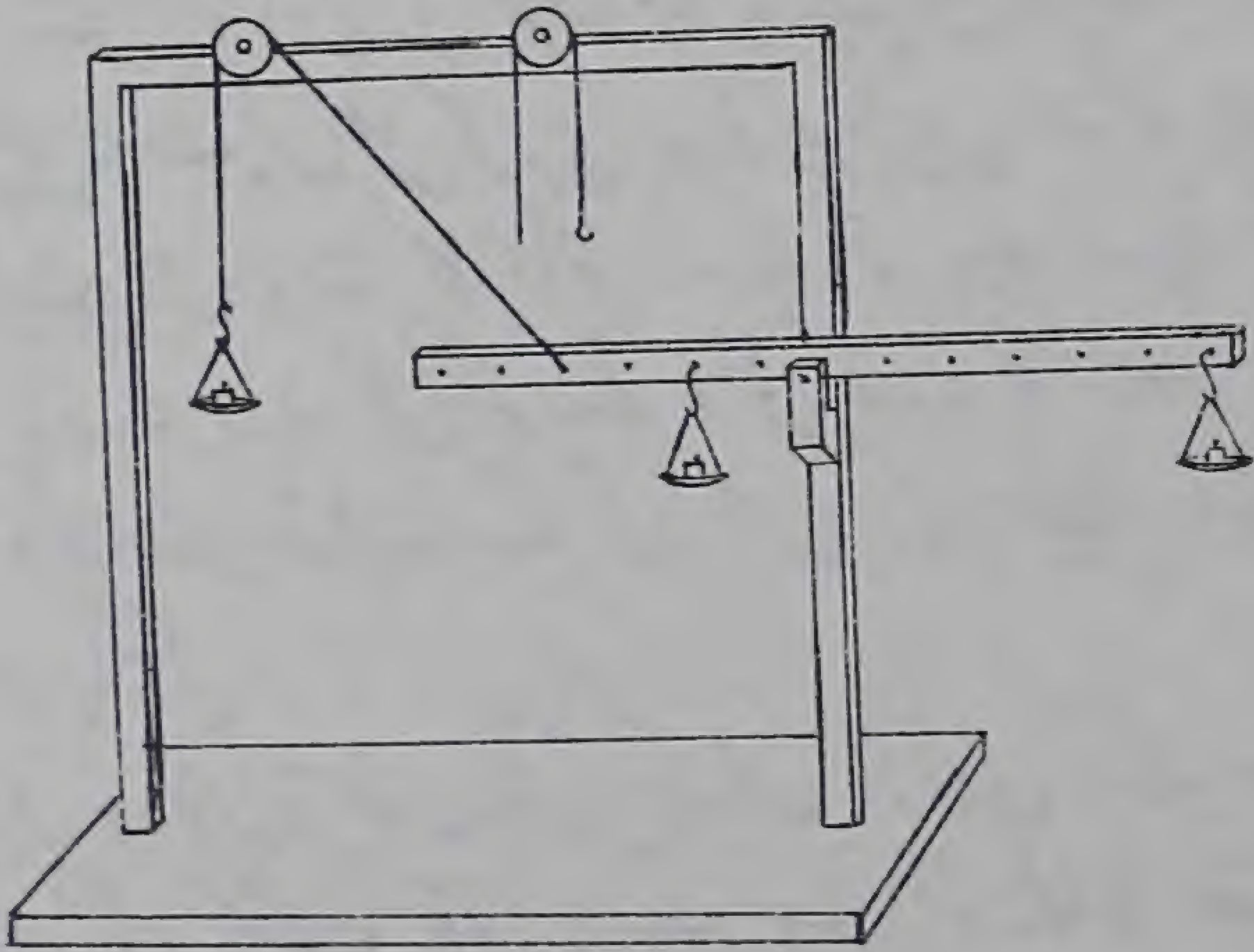
اب ہم بیرم کے تعادل کی شرط حسبِ ذیل بیان کر سکتے ہیں:—

اگر بیرم پر عمل کرنے والی کُل قوتوں کا حاصل معیارِ اثر کسی نصابِ معین کے گرد صفر ہو تو بیرم مذکور تعادل میں ہوگا۔

بیرم

بیرم کے اصول کی تشریح و نیز کلیۂ معیارِ اثر کی تصدیق کرنے کے لئے

ایک آسان آلہ حسبِ ذیل تیار کیا جا سکتا ہے:۔

شکل ۳۷ کو دیکھو۔ لکڑی کے ایک مضبوط اُستوار چوکھٹے کے انتصابی بازوؤں میں سے ایک کے قریب قریب وسط میں پیتل کی ایک گول سلاخ (کیل) اُفقاً نکلی ہوئی ہے۔ اِس سلاخ پر ایک میتری پیمانہ چڑھا ہے۔

شکل ۳۷۔ بیرموں پر تجربے

اِس پیمانہ کے ہر دو دو سمر پر آرپار سُوراخ بنے ہیں اور سلاخِ مذکور اس پیمانہ کے وسطی سوراخ سے گزرتی ہے۔ اِس طریقہ سے پیمانہ کا مرکزِ ثقل انصاب پر رہتا ہے جس کی وجہ سے پیمانہ کے ذاتی وزن کا اثر دُور ہو جاتا ہے (مرکزِ جاذبہ کا بیان صفحہ ۱۲۵ میں دیکھو)۔

چوکھٹے کے اُوپر والے ڈنڈے پر چرخیاں چڑھی ہیں اور اُن پر سے ڈوریاں گزرتی ہیں۔ یہ ڈوریاں اپنے سروں پر بندھے ہوئے پیتل کے کانٹوں کے ذریعہ سے میتری پیمانہ کے کسی سوراخ سے لگائی جا سکتی ہیں۔ ڈوریوں کے دُوسرے سروں سے ترازو کے پلڑے لٹکتے ہیں جن پر وزن ڈال کر بیرم پر مختلف قوتیں لگائی جا سکتی ہیں۔ مذکورہ بالا پلڑوں کے سوا دوسرے پلڑے پیمانہ کے سوراخ سے براہِ راست لٹکائے جا سکتے ہیں تاکہ بیرم پر مختلف قوتیں اُوپر نیچے دونوں سمتوں میں عمل

کرسکیں یا قوتوں کی سمتیں اُفق سے مختلف زاویے بناسکیں۔

چونکہ چرخیوں اور نصاب پر کی رگڑ دُور نہیں کی جاسکتی اس لئے ضروری ہے کہ جب آلہ (بیرم) قریب قریب ٹھیک محل پر آجائے تو اُس میں ایک خفیف رفتار پیدا کی جائے اور اُس کے بعد پلڑوں پر کے وزن کو اِس طرح درست کیا جائے کہ بیرم یکساں آزادی کے ساتھ حرکت کرسکے خواہ اُوپر کی طرف ہو یا نیچے کی طرف۔ اگر اِن قوتوں میں سے کوئی قوت ترچھی سمت میں عمل کررہی ہو تو بیرم میں متذکرۂ بالا خفیف رفتار پیدا کرتے وقت اِس بات کا لحاظ رہے کہ بیرم اپنے اُفقی محل سے زیادہ بھکنے نہ پائے ورنہ عمل کرنے والی قوت کا زاویہ بدل جائے گا اور اُس کی وجہ سے نصاب کے گرد اُس کے معیارِ اثر میں بھی تبدیلی پیدا ہوجائیگی۔

جب بیرم دونوں سمتوں میں یکساں آزادی کے ساتھ ملنے لگے تو نصاب کے گرد مختلف قوتوں کے معیارِ اثر بلحاظ مقدار و جہت محسوب کرلینا چاہئے۔

معیارِ اثر دریافت کرنے کے لئے ہر قوت کی مقدار کو نصاب سے خطِ عمل کے عمودی فاصلہ سے ضرب دے کر حاصل ضرب کے آگے مثبت یا منفی کی علامت لگا دینا چاہئے بلحاظ اِس کے کہ معیارِ اثر کی جہت موافق سمتِ ساعت ہے یا مخالف سمتِ ساعت۔ کُل قوتوں کے معیارِ اثر کے جبری مجموعہ کو ہر حالت میں صفر کے برابر ہونا چاہئے۔

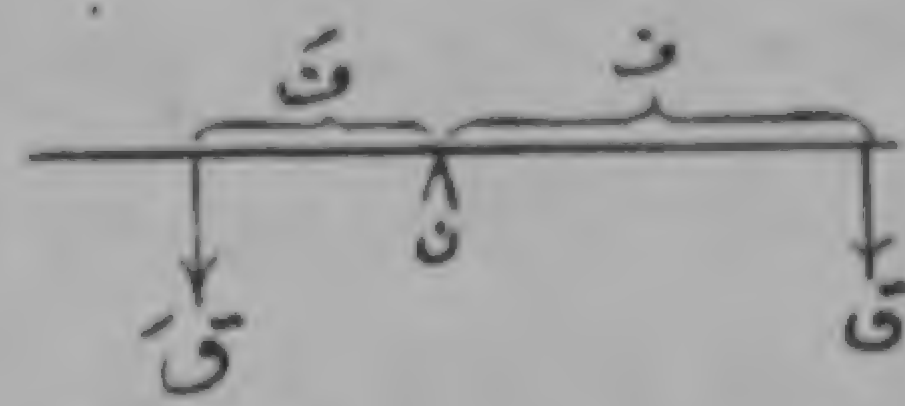
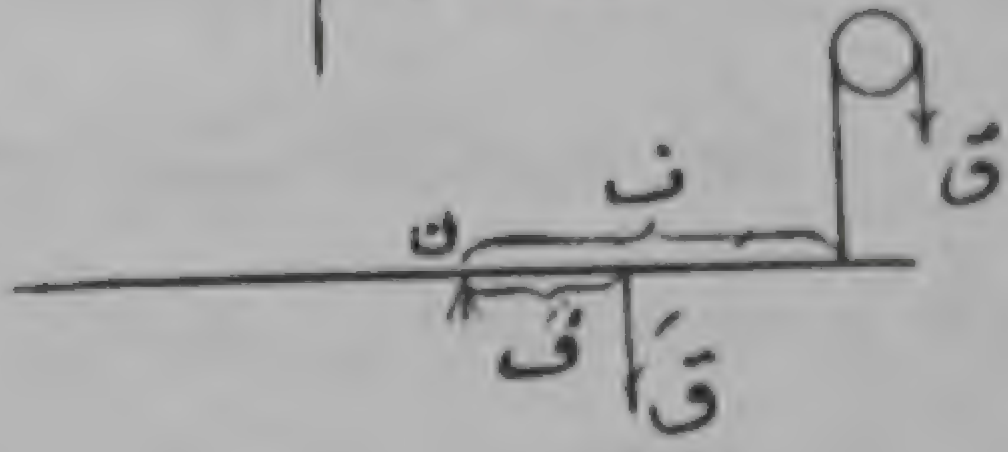
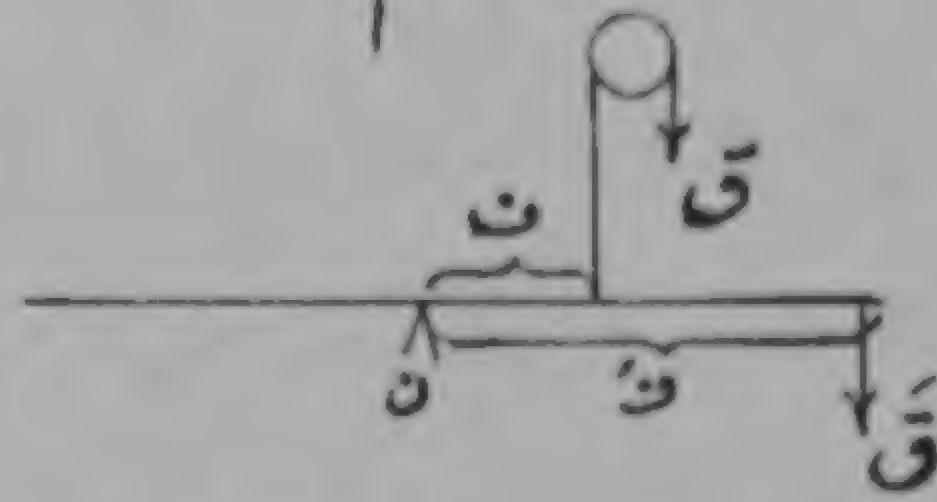
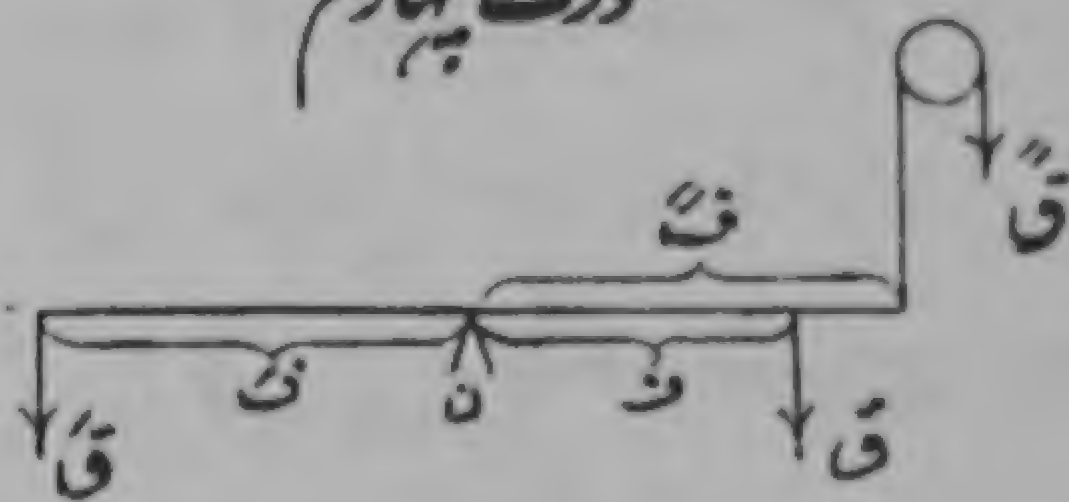
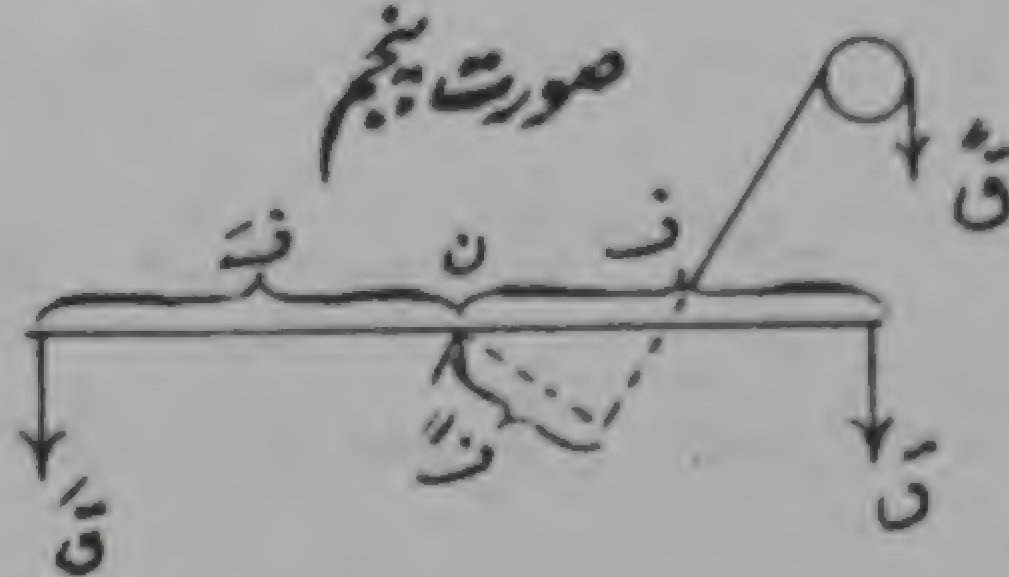
انتباہ۔ پلڑوں کے ذاتی وزن قوائے زیرِ مباحثہ میں شریک رہیں۔

تجربہ ۳۳ - بیرم ــــــ مختلف قوتیں لگاکر جیسا کہ شکل ۳۸ میں دکھایا گیا ہے ذیل کی صورتوں میں سے ہر ایک کے لئے تجربہ کرو:ــ

صورت اوّل:۔ یہ بیرم اکثر پہلی ترتیب کے بیرم سے منسوب

کیا جاتا ہے۔

قوت قً "موافق سمتِ ساعت" گردش پیدا کرتی ہے۔ فرض کرو کہ اِس قوت کا معیارِ اثر قً فً نصاب ن کے گرد **مثبت** ہے۔

صورت اول

صورت دوم

صورت سوم

صورت چہارم

صورت پنجم

شکل ۳۸ - بیرم

قوت قَ "مخالف سمت ساعت" گردش پیدا کرتی ہے اِس لئے اِس کا معیارِ اثر قَ فَ نصاب کے گرد منفی ہے۔

ثابت کرو کہ متذکرۂ بالا دونوں معیارِ اثر کا جبری مجموعہ صِفر ہے یعنی

قً فً + قَ فَ =

مثال —— فرض کرو کہ تجربہ میں

قً = ۳۵۰ گرام وزن

فً = ۴۸ سمر

قً فً = + ۱۶۸۰۰

قَ = ۵۰، گرام وزن

ف َ = ۲۲ سمر

∴ قَ فَ = – ۱۶۵۰۰

∴ ق ف + قَ فَ = ۱۶۸۰۰ – ۱۶۵۰۰ = ۳۰۰

مگر مجموعہ کو صفر ہونا چاہئے۔ اِس لئے تجربہ میں ۲ فیصد کی غلطی ہے۔

صورتِ دوّم - عموماً یہ **دُوسری ترتیب کے بیرم سے منسوب** کیا جاتا ہے۔

قوت ق مخالف سمت ساعت گردش پیدا کرتی ہے یعنی اِس کا معیارِ اثر ق ف نصاب کے گرد منفی ہے۔

قَ موافق سمت ساعت گردش پیدا کرتی ہے یعنی اِس کا معیارِ اثر قَ فَ نصاب کے گرد مثبت ہے۔

تجربہ سے دکھاؤ کہ ق ف + قَ فَ = ۰

صورتِ سوّم تیسری ترتیب کا بیرم۔

یہاں بھی ق ف منفی ہے اور قَ فَ مثبت

پھر ثابت کرو کہ ق ف + قَ فَ = ۰

بیرم کے عام اُصول کا اطلاق کل قوتوں پر ہوسکتا ہے خواہ اُن کی تعداد کچھ بھی ہو اور اُن کے خطوطِ عمل بیرم کے ساتھ کچھ بھی زاویہ بنائیں جیسا کہ ذیل کی دو صورتوں میں دکھایا گیا ہے۔ مندرجۂ بالا قوتوں کے سوا اور دُوسری قوتیں بھی عمل میں لائی جاسکتی ہیں۔ ہر حالت میں نصاب کے گرد مجموعی معیارِ اثر کی قیمت صفر حاصل ہوگی۔

صورتِ چہارم - ق ف مثبت ہے

قَ فَ منفی ہے

قً فً منفی ہے۔

تجربۂ دکھاؤ کہ ق ف + قَ فَ + قً فً = ۰

صورتِ پنجم - ق ف مثبت ہے۔

قَ فَ اور قً فً دونوں منفی ہیں۔

یہاں بھی دکھاؤ کہ ق ن + قَ نَ + قً نً = ۔

جیسا کہ صورت اول کے تحت میں مثال دی جا چکی ہے مندرجۂ بالا پانچوں صورتوں کے کُل نتیجے درج کرو اور دو سمتوں میں سے کسی ایک سمت کے مجموعی معیارِ اثر کے لحاظ سے مشہودہ غلطی کا حساب فیصد لگاؤ۔ تجربہ میں بڑی قوتوں کا استعمال مناسب ہے یعنی بیرم کے سرے پر ۲۰۰ سے ۳۰۰ گرام اور اس کے وسط کے قریب ایک کلو گرام تک وزن استعمال کرنا چاہئے۔ ایسا کرنے سے نصاب پر کی رگڑ کا اثر مقابلۃً معیارِ اثر زیرِ تجربہ کے بہت کم ہو جائیگا اور نتیجہ زیادہ صحت کے ساتھ حاصل ہوگا۔

تجربہ ۳۴۔ بیرم کے اصول سے میٹری پیمانہ کا وزن دریافت کرنا — میٹری پیمانہ کو اس کے اُس نقطہ پر قائم کرو جو ایک سرے سے قریب دس سم کے فاصلے پر واقع ہو۔ پیمانۂ مذکور کے چھوٹے بازو کے آخری سُوراخ سے ترازُو کا ایک پلڑا لٹکاؤ اور اس میں وزن بالتدریج بڑھاتے جاؤ یہاں تک کہ پیمانہ عین اُفق میں آ جائے۔

پیمانہ کا ذاتی وزن اس کے مرکزِ جاذبہ پر نیچے کی طرف عمل کرتا ہے۔ مرکزِ جاذبہ مذکورہ پیمانہ کے وسط میں واقع ہے۔ فرض کرو کہ میٹری پیمانہ کا وزن و گرام ہے اور پلڑے پر کا وزن مع پلڑے کے ذاتی وزن کے و گرام ہے۔ نصاب کا فصل پیمانہ کے مرکز سے ف اور پلڑے سے (نقطۂ تعلیق سے) ن ہے۔

اس لئے و ف = و ن

ف اور ن کو پیمائش سے اور و کو مشاہدہ سے دریافت کرو اور مندرجۂ بالا مساوات سے و کی قیمت محسوب کرو۔

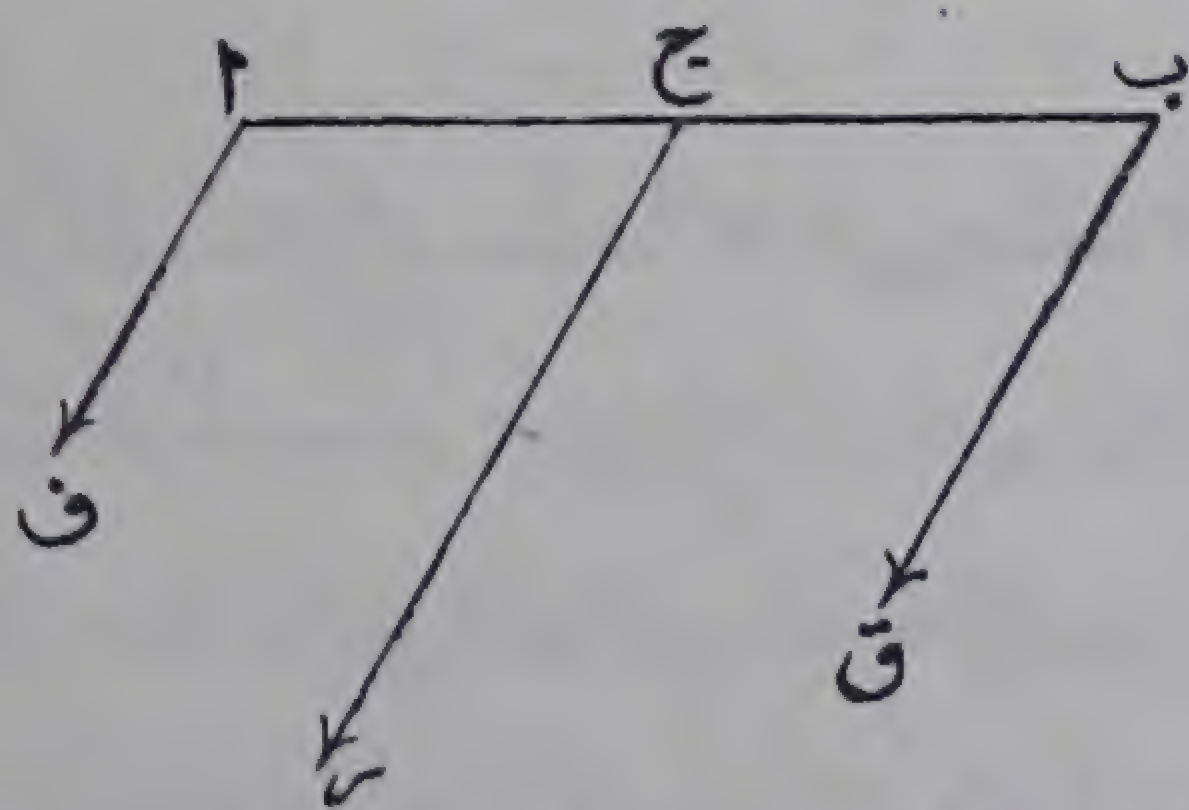
اس تجربہ کو دو تین بار نصاب کے مقام کو بدل بدل کر دہراؤ اُس کے بعد پیمانہ کو ترازُو پر براہِ راست تول کر اُس کے وزن کو مندرجۂ بالا تجربہ کے حاصل شدہ نتیجہ سے مقابلہ کرو۔

۴۔ مراکزِ جاذبہ (ثقل)

جب کسی اُستوار جسم پر دو متوازی قوتیں عمل کریں تو اُن کے عوض بالعموم ایک واحد حاصل قوت لگائی جاسکتی ہے۔ شکل ۳۹ پر غور کرو۔ دو متوازی قوتیں ف اور ق نقاطِ ا اور ب پر بالترتیب عمل کررہی ہیں اور وہ ایک واحد قوت س کے مماثل ہیں یعنی

س = ف + ق

ا ج ب

ف س ق

شکل ۳۹۔ متوازی قوتوں کا حاصل

اِس قوت س کا خطِ عمل خط ا ب کو نقطۂ ج پر اِس طرح قطع کرتا ہے کہ

ف × ا ج = ق × ج ب

نقطۂ ج کا مقام متذکرہ بالا قوتوں کی سمتوں پر موقوف نہیں۔ یہ نقطۂ ج مذکورہ متوازی قوتوں کا مرکز کہلاتا ہے۔

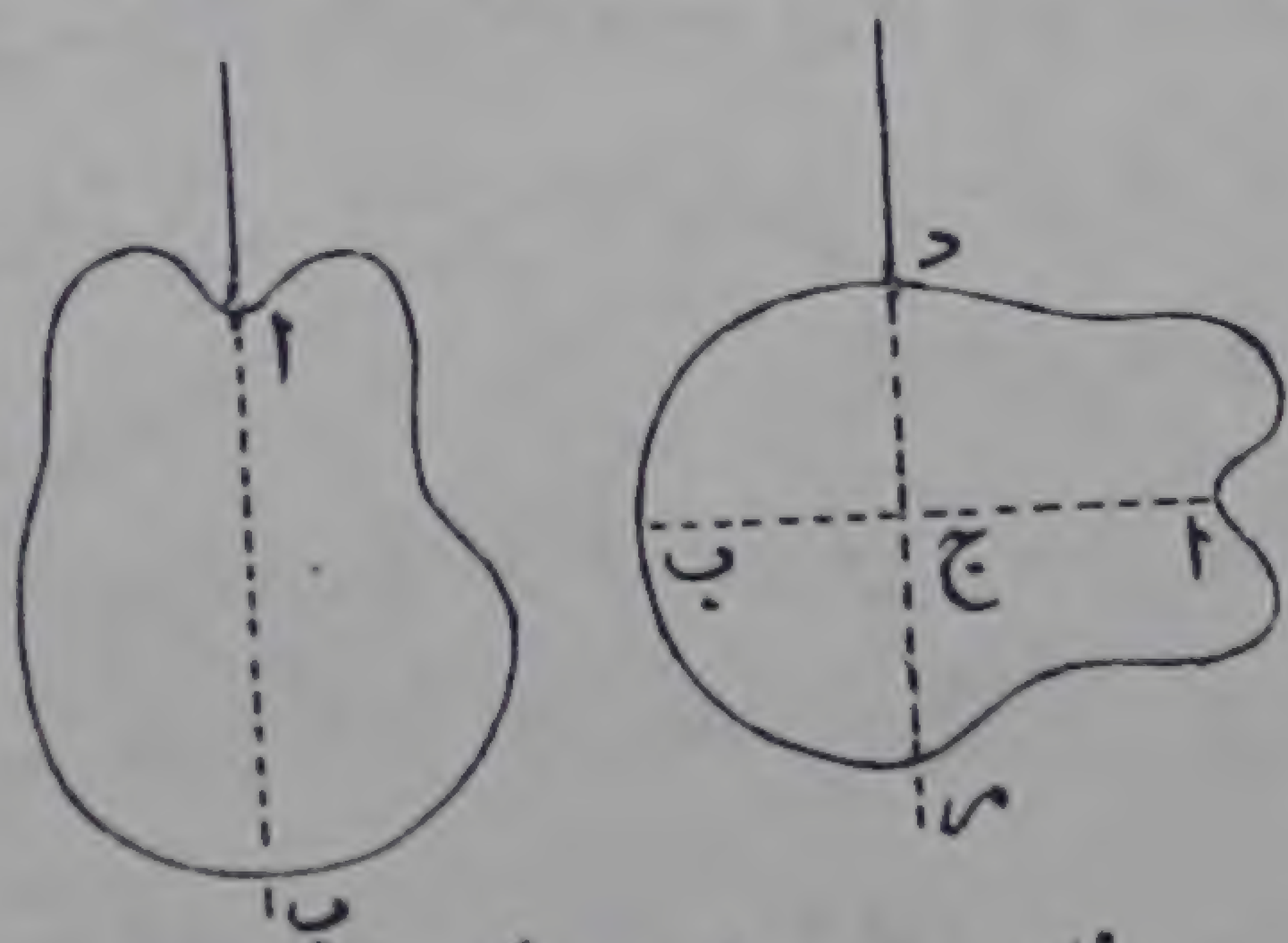
اِسی طرح جب متوازی قوتیں خواہ اُن کی تعداد کچھ بھی ہو کسی اُستوار جسم پر عمل کرتی ہیں تو اُن کا حاصل کسی خاص نقطہ سے گزرتا ہے اور نقطۂ مذکور کا مقام مذکورۂ بالا قوتوں کی سمتوں پر موقوف نہیں۔ لہذا اگر قوتوں کے صرف نقاطِ عمل اور مقداریں معلوم ہوں تو اُن کے مرکز کا مقام مقرر ہوجاتا ہے۔

زمین اپنی قوتِ جاذبہ کی وجہ سے کُل اجسام کو اپنے مرکز کی طرف

کھینچتی ہے۔ یہ تصور کیا جاسکتا ہے کہ اُستوار جسم چھوٹے ذرّات کے اجتماع کا نتیجہ ہے اور زمین جسمِ مذکورہ کے ہر ذرّہ کو اپنے مرکز کی طرف کھینچتی ہے۔ پس ہم کو جسم پر عمل کرنے والی تقریباً متوازی قوتوں کا ایک نظام حاصل ہوتا ہے۔ اِن متوازی قوتوں کے مرکز کو جسمِ مذکور کا مرکزِ جاذبہ یا مرکزِ ثقل کہتے ہیں۔

بناءبریں کسی جسم کے مرکزِ جاذبہ سے وہ نقطۂ مقررہ مُراد ہے جس سے جسمِ مذکور کے کُل ذرّوں پر عمل کرنے والی جاذبۂ زمین کا حاصل گزرتا ہے خواہ جسم کی ہیئت کچھ بھی ہو۔

جب کوئی بھاری جسم ایک نقطۂ واحد پر سہارا جائے تو اِس پر عمل کرنے والی صرف دو قوتیں ہیں۔ ایک تو اِس کا وزن ہے اور دُوسری قوت ٹیکن کا ردِّ عمل۔ اگر جسمِ مذکور ساکن رہے تو یہ قوتیں تعادل میں ہونگی اور اِس صورت میں اِن کے خطوطِ عمل ایک ہی خط میں ہُونگے۔ لہذا ضرور ہے کہ ٹیکن کا نقطہ اُسی انتصابی خط میں رہیگا جس میں مرکزِ جاذبہ واقع ہے۔

تجربہ ۳۵۔ مرکزِ جاذبہ کی عملی تعیین —— کسی جسم کا مرکزِ جاذبہ دریافت کرنے کے لئے اُس جسم کو اُس کے کسی نقطہ ا سے لگی ہوئی ڈوری سے لٹکاؤ اور شاقول کے ذریعہ سے انتصابی خط ا ب

شکل ۵۶۔ مرکزِ جاذبہ کی تعیین

(شکل ۱۲۰) کا نشان کرلو۔ بعد اُس کے جسمِ مذکور کو اُس کے کسی دوسرے نقطۂ د سے لٹکاؤ اور پھر اُسی طرح انتصابی خط د ر کا نشان کرلو۔ مرکزِ جاذبہ ضرور ا ب میں ہوگا اور د ر میں بھی۔ اس لئے وہ دونوں خطوط کے نقطۂ تقاطع ج پر واقع ہوگا۔ اگر جسمِ مذکور کسی تیسرے نقطہ سے لٹکایا جائے تو انتصابی خط کو نقطۂ ج سے گزرنا چاہئے۔ اِس امر کی عملی تصدیق کرو۔

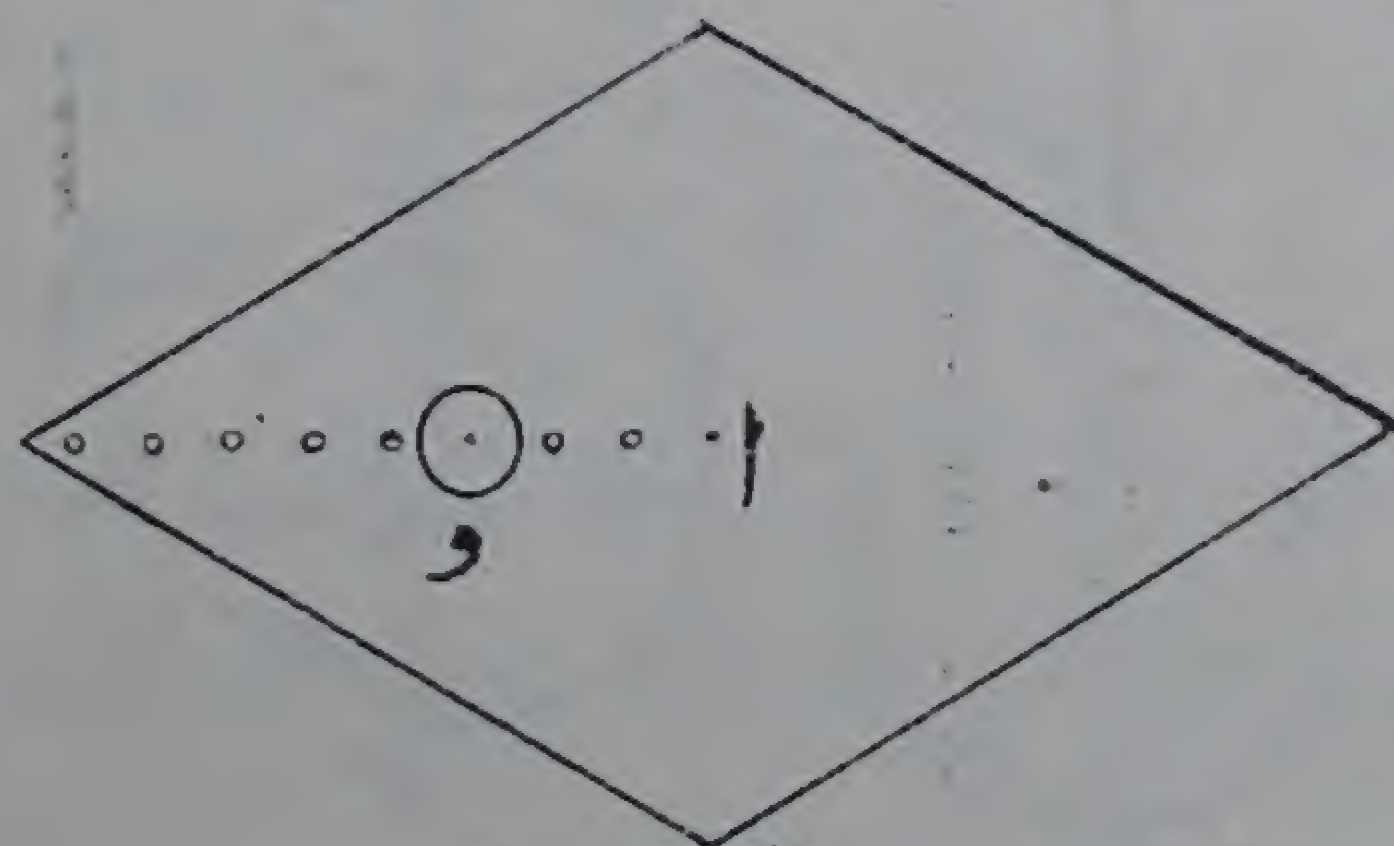
کسی جسم کے مرکزِ جاذبہ کا محل جسمِ مذکور کے اندر مادّہ کی تقسیم پر منحصر ہے۔ اِس امر کا ثبوت حسبِ ذیل دیا جاسکتا ہے:۔

اِس تجربہ کے لئے جو جسم لیا جاتا ہے وہ یکساں و ہموار معین کی شکل کی لکڑی کی ایک ایسی پتلی تختی پر مشتمل ہے جس کے کسی مقام پر ڈھبری کی شکل کا پیتل کا وزن و کسی پیچ کے ذریعہ سے لگا دیا جاسکے۔ اِس انتظام سے تختی کے اندر مادّہ کی تقسیم میں تبدیلی پیدا کی جاسکتی ہے۔

سب سے پہلے صرف تختی کا مرکزِ جاذبہ دریافت کرو۔ فرض کرو کہ ا مرکزِ جاذبہ ہے۔ بعد اِس کے تختی کے کسی خاص مقام پر وزن لگا کر مشترک مرکزِ جاذبہ دریافت کرو۔

تختی کے وتر کے مختلف مقامات پر وزن لگا لگا کر مختلف مرکزِ جاذبہ دریافت کرو۔

بعد اِس کے ا و کو یعنی تختی کے مرکز سے وزن و کے فصل کو فصلہ اور تختی کے مرکز سے مشترک مرکزِ جاذبہ کے فصل کو معین مان کر ایک منحنی تیار کرو۔

ا و

شکل ۱۲۱۔ بوجھ لگی ہوئی تختی

مُنحنی پر غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ تختی کے ذاتی مرکزِ جاذبہ ا سے مرکب تختی کے مرکزِ جاذبہ کا فصل تختی کے ذاتی مرکزِ جاذبہ سے لگائے ہوئے وزن و کے فصل کے متناسب ہے اور پیتلی وزن اور چوبی تختی کے وزن کی باہمی نسبت مرکب تختی کے مرکزِ جاذبہ سے اُن کے مرکزوں (پیتلی وزن اور چوبی تختی کے) کے فصل کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتی ہے۔ عملاً اس کی تصدیق کرو۔

۵۔ تحسیب کے ترسیمی طریقے

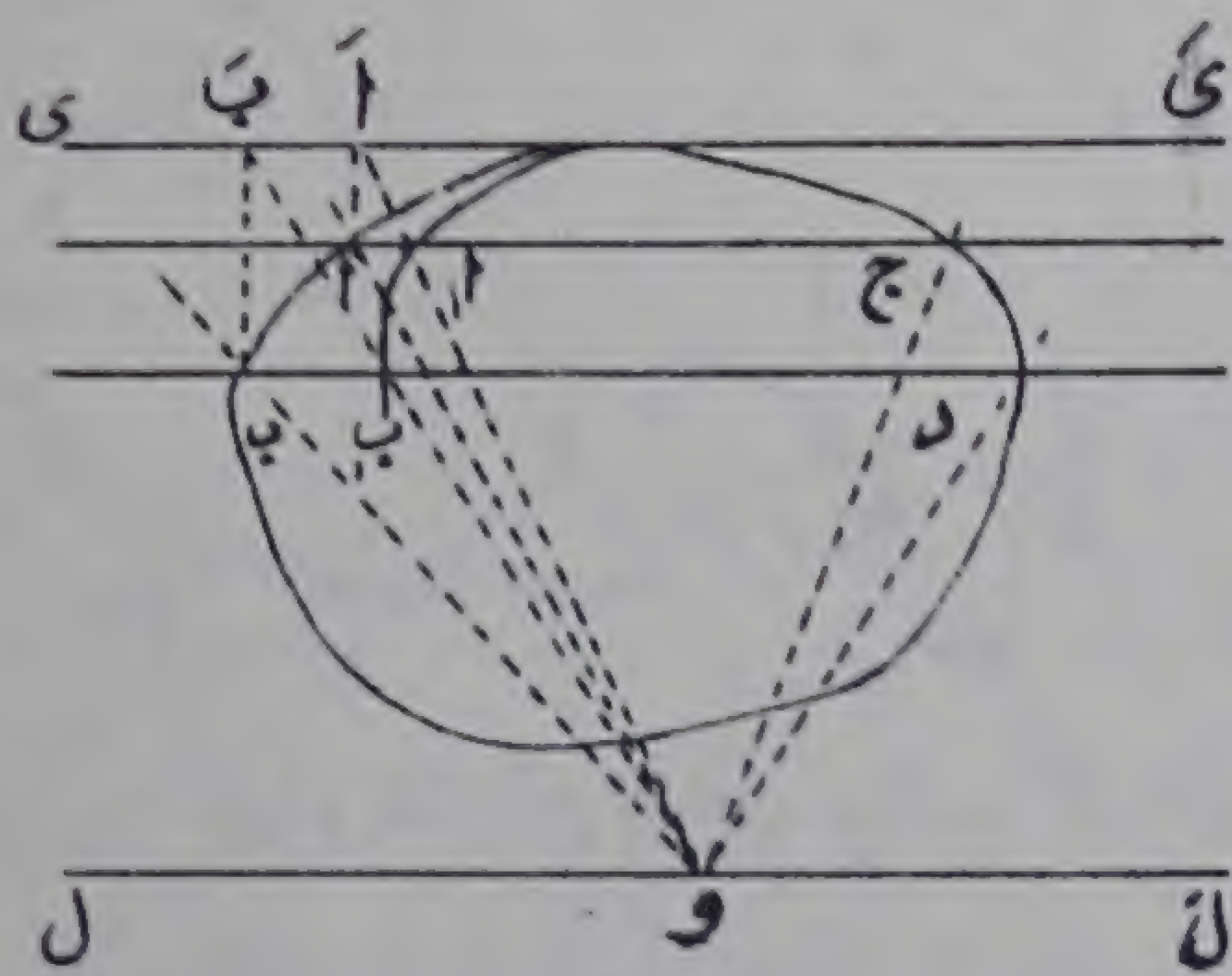
کمیتوں کی ایک کثیر تعداد عددی طریقہ سے بالکل متمائز محض ترسیمی طریقہ سے بھی دریافت کی جاسکتی ہے۔ موخرالذکر طریقوں سے یہ بھی ممکن ہے کہ کسی جسم کے تعادل کے شرائط یا جسمِ مذکور کو تعادل میں رکھنے والی قوتیں دریافت ہو جائیں۔ یہ طریقے **ترسیمی سکونیات** کے نام سے موسوم کئے جاتے ہیں۔

ہموار چپٹے اجسام کے دو خواص جو ترسیمی عمل سے بآسانی دریافت ہو جاتے ہیں حسبِ ذیل ہیں:-

ایک تو ہموار تختی کے مرکزِ جاذبہ کا محل اور دُوسری خاصیت کسی محور کے گرد تختی مذکور کے جمود کے معیارِ اثر کی قیمت۔ ان طریقوں سے نہ صرف کسی شہتیر کی تراشِ عمودی کے جمود کا معیارِ اثر دریافت کیا جاسکتا ہے بلکہ اِن کی مدد سے سطح پیما کے استعمال میں بکار آمد مشق حاصل ہوتی ہے۔

ہموار تختی کا مرکزِ جاذبہ دریافت کرنے کا ترسیمی طریقہ

کسی شکل کی تختی کے خاکے پر غور کرو جیسا کہ شکل ۴۲ میں دکھایا گیا ہے۔

اِس کی ایک طرف خط ل لَ کھینچو اور دُوسری طرف تختی کے منحنی کنارے
کے بالکل سرے پر ایک مماسی خط ی یَ خط ل لَ کے متوازی کھینچو۔
خط ل لَ کے کسی نقطہ و سے مختلف سمتوں میں متعدد خطوط کھینچو۔ اِن

شکل ۴۲ ۔ مرکزِ جاذبہ کا ترسیمی طریقہ

خطوط کو اِس طرح ترتیب دینا مناسب ہوگا کہ اِن کے جوڑے مثلاً و ا
اور و ج تختی کے گھیرے کو ابتدائی خط ولَ سے مساوی فاصلوں پر
قطع کریں۔

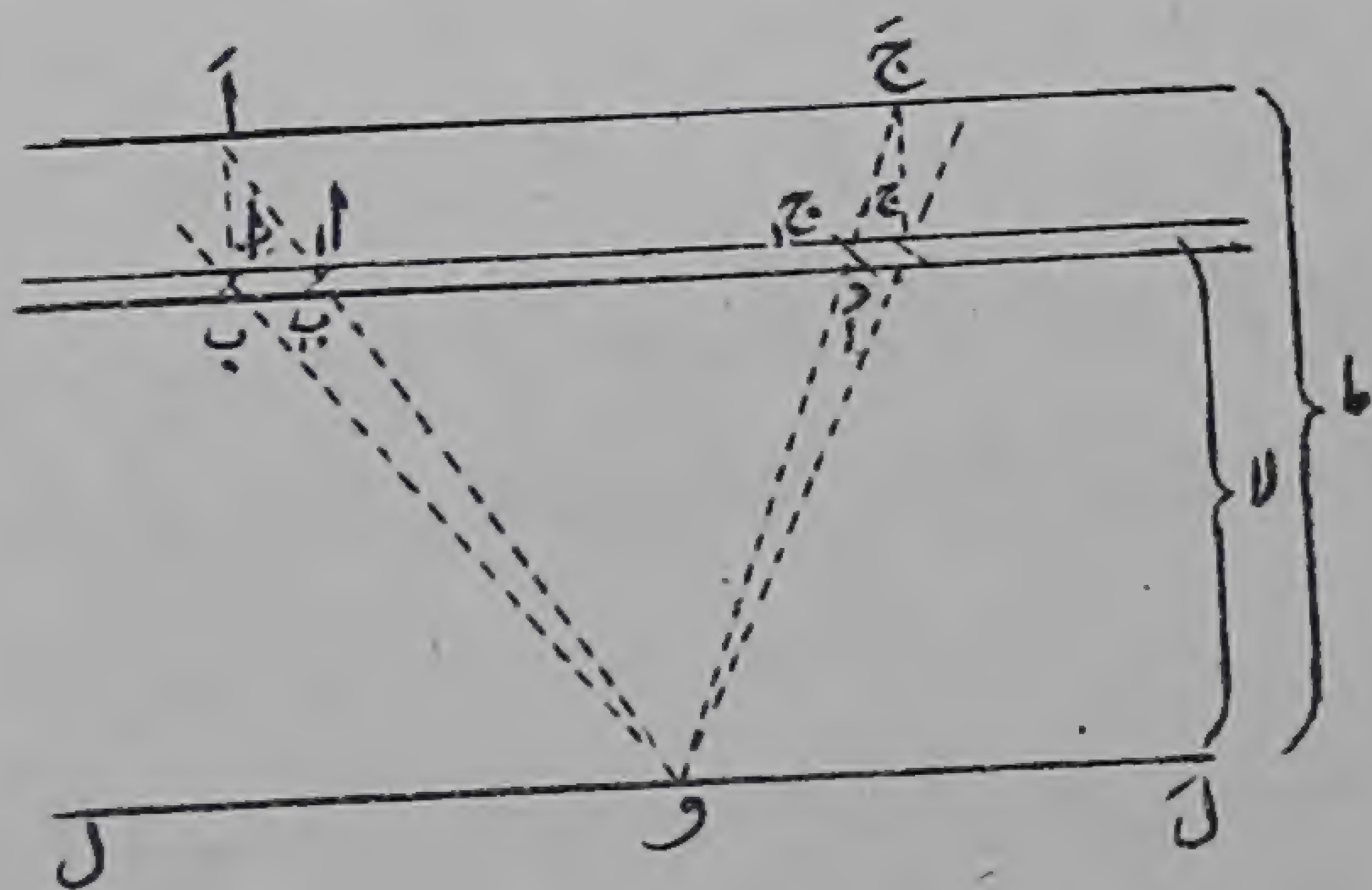
نقاطِ تقاطع اَ، بَ، جَ وغیرہ ہو کر خط ولَ کے متوازی خطوط کھینچو
اور ہر نقطہ اَ، بَ، جَ، وغیرہ سے خطِ مذکور کے عمود وار دُوسرے خطوط
اِس طرح کھینچو کہ وہ خط ی یَ سے بالترتیب نقاط اُ، بُ، جُ، وغیرہ،
پر ملیں۔

نقطہ و کو نقاطِ اُ، بُ، جُ، وغیرہ، سے ملاؤ۔ خطوطِ و اُ،
و بُ، و جُ میں سے ہر ایک خط، اپنے اپنے جوابی
متذکرہ بالا متوازی خطوں کو بالترتیب نقاط ا، ب، ج میں قطع کرتا
ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اِن نقاطِ اَ، بَ، جَ، وغیرہ ہو کر
ایک منحنی کھینچو اور اِس منحنی سے جو شکل حاصل ہو اُس کا رقبہ اور تختی کا

بھی رقبہ دریافت کرو۔

یہ ثابت کیا جا سکتا ہے کہ تختی کا مرکزِ جاذبہ خط ل وَ لَ سے ایک ایسے فصل ف پر واقع ہے کہ

ف = (شکل ا ب ج وغیرہ، کا رقبہ ÷ شکل اَ بَ جَ وغیرہ، کا رقبہ) × (ل لَ اور ی یَ کا درمیانی فاصلہ)

ثبوت۔ ابتدائی شکل یعنی تختی کے ایک ایسے چھوٹے حصہ پر غور کرو جو متوازیات اج اور ب د کے درمیان واقع ہے اور یہ بھی تصور کر لو کہ متوازیات مذکورہ آپس میں بہت قریب ہیں۔ یعنی رقبہ ا ب ج د پر غور کرو۔ شکل اَ بَ جَ وغیرہ میں رقبہ ا ب ج د کے جوابی رقبہ اَ بَ جَ دَ کا انتصابی بُعد (یعنی عرض) وہی ہے جو رقبہ ا ب ج د کا۔

شکل ۴۲۔ مرکزِ جاذبہ کے ترسیمی طریقہ کا ثبوت

مگر اِس کا طول (اُفقی بُعد) رقبہ اَ بَ جَ دَ کے طول سے $\frac{\text{لا}}{\text{ما}}$ کی نسبت میں کم ہے۔

یعنی $\frac{\text{رقبہ ا ب ج د}}{\text{رقبہ اَ بَ جَ دَ}} = \frac{\text{ما}}{\text{لا}}$

ابتدائی شکل ا ب ج د کی کمیتِ مادہ کا معیارِ اثر محور ل و لَ کے گرد

= رقبہ ا ب ج د × لا

مگر رقبہ ا ب ج د × لا = رقبہ ا, ب, ج, د, × ما اس لئے

معیارِ اثر مذکور = رقبہ ا, ب, ج, د, × ما

لہذا ابتدائی شکل یعنی تختی کے کسی تپلے ٹکڑے ا ب ج د کا معیارِ اثر محورل ولَ کے گرد ساختہ شکل میں ٹکڑے ا ب ج د کے جوابی ٹکڑے کے رقبہ کو ل ولَ اور ی یَ کے درمیانی فاصلہ سے ضرب دینے سے حاصل ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ تختی کا مرکزِ جاذبہ محورل ولَ سے فصل ف پر واقع ہے۔ اس صورت میں پُوری تختی کا رقبہ اور عمودی فصل ف کا حاصلِ ضرب ٹکڑا ا ب ج د کی طرح چھوٹے چھوٹے رقبہ جات اور مذکورۂ بالا خط ل ولَ سے اِن کے فاصلوں (لا) کے حواصلِ ضرب کے مجموعہ کے برابر ہوگا۔ اس امر کو ریاضی کی زبان میں حسبِ ذیل ادا کرسکتے ہیں:—

تختی کا رقبہ × ف = ∑ (ا ب ج د × لا)

= ∑ (ا, ب, ج, د, × ما)

= ما × ∑ (ا, ب, ج, د,)

= ما × ساختہ شکل کا رقبہ

یعنی ف = (ساختہ شکل کا رقبہ ÷ ابتدائی شکل کا رقبہ) × (ل لَ اور ی یَ کا درمیانی فاصلہ)

اگر مذکورۂ بالا بُنیادی خط ل ولَ کے عوض ایک دُوسرا علی القوائم خط لے کر مندرجۂ بالا طریقہ سے شکل کھینچی جائے تو موخر الذکر بُنیادی خط سے مرکزِ جاذبہ کا فصل فَ حسبِ عملِ بالا دریافت ہوسکتا ہے۔ لہذا ف اور فَ کی قیمتوں سے مرکزِ جاذبہ کا ٹھیک محل دریافت ہوجائیگا۔ اگر تختی کسی خط کے دونوں طرف متشاکل ہو تو ضرور ہے کہ مرکزِ جاذبہ

محورِ تشاکل میں واقع ہوگا۔ اِس صورت میں مرکزِ جاذبہ کا محل دریافت کرنے کے لیئے صرف ایک ہی عمل کی ضرورت ہوگی۔ یعنی اگر صرف ف کی قیمت معلوم ہوجائے تو مرکز کا محل دریافت ہوجائیگا۔

تجربہ ۳۶ — مرکزِ جاذبہ کی ترسیمی تعیین۔

ایک مثلث متساوی الساقین کھینچو اور اِس کے قاعدہ کو محور ل دلؔ مان کر عملاً ثابت کرو کہ مثلث مذکور کے مرکزِ جاذبہ کا فصل قاعدہ سے راس کے فاصلے کے $\frac{1}{3}$ کے برابر ہے۔ مذکورۂ بالا امر ثابت کرنے میں جن رقبوں کی ضرورت پڑے اُن کی پیمائش سطح پیما کے ذریعہ سے کرو۔

نصف دائرہ کے مرکزِ جاذبہ کا بھی محل دریافت کرو۔

کسی یکساں ہموار پترے کے جمود کے معیارِ اثر کی ترسیمی تعیین

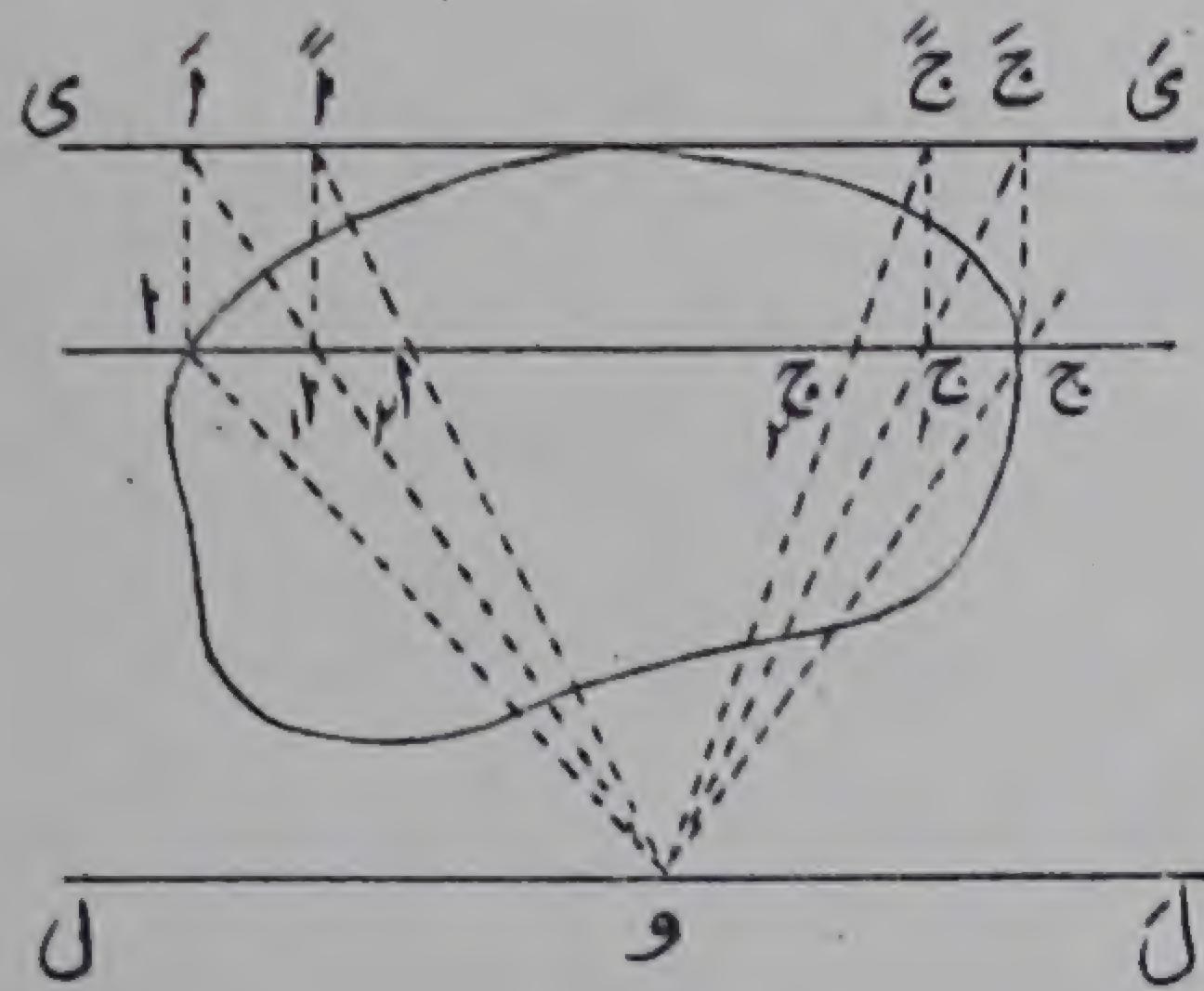
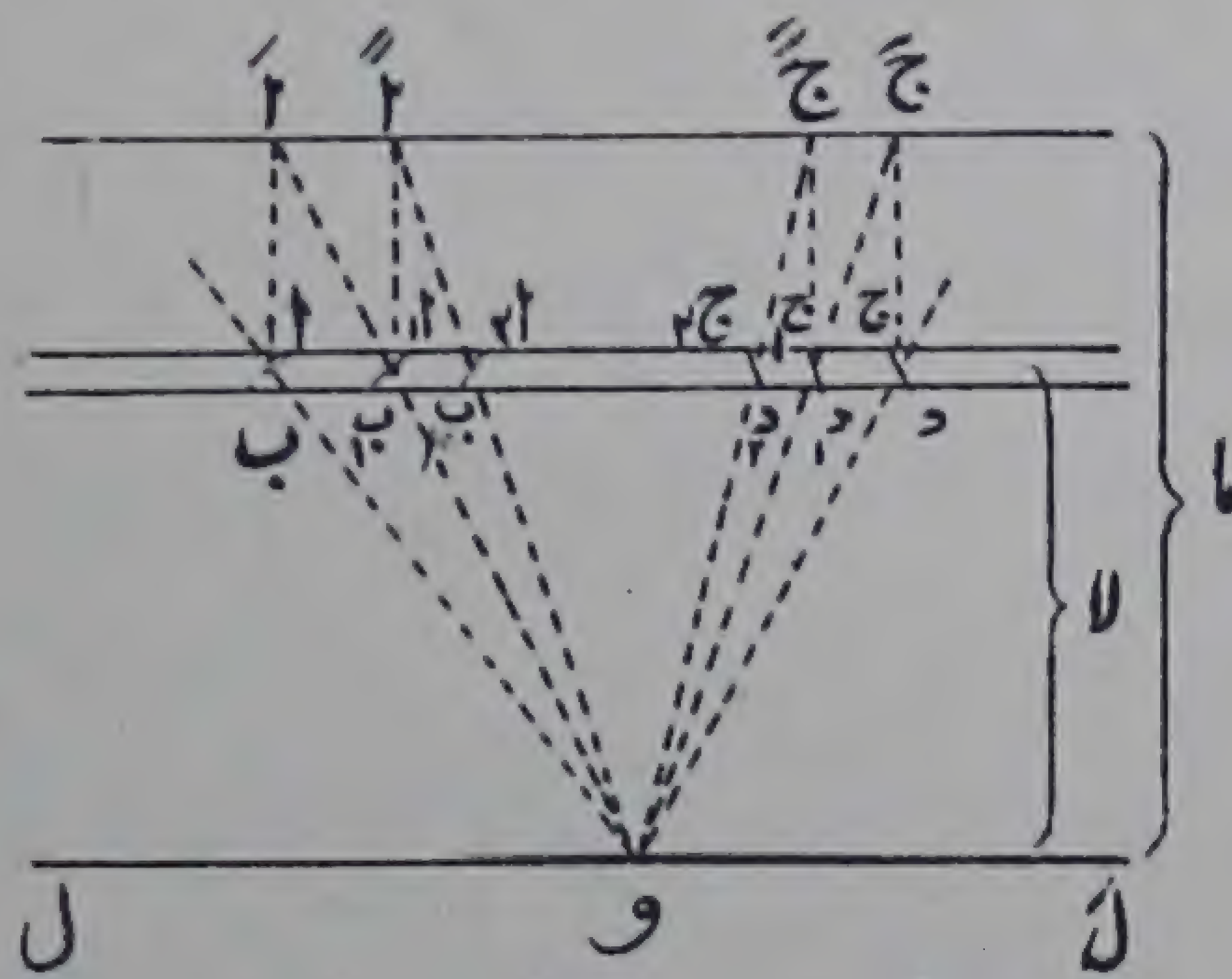
(جمود کے معیارِ اثر کی تعریف صفحہ ۲۲۳ میں کی گئی ہے)

پترے کے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرنے کے لئے ویسا ہی عمل کیا جاتا ہے جیسا کہ اُس کے مرکزِ جاذبہ کے محل دریافت کرنے میں۔

جب نقطے ا، ب، ج، وغیرہ، دریافت ہوجائیں تو اِن نقطوں سے خطِ ل دلؔ کے علی القوائم خطوط کھینچو اور فرض کرو کہ یہ خطوط، خط ی یؔ سے نقاط اؔ، بؔ، جؔ، وغیرہ، پر ملتے ہیں۔ و اؔ، و بؔ، وغیرہ کو ملاؤ۔

یہ خطوط اپنی نظیری متوازیات کو بالترتیب نقاط ا۲، ب۲، ج۲ وغیرہ پر قطع کرتے ہیں (شکل ۶۴ دیکھو) منحنی ا۲ ب۲ ج۲ وغیرہ، کھینچو۔ اور اِس حاصل شدہ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔

تختی (پترے) کے جمود کا معیارِ اثر محور ل دلؔ کے گرد، مذکورۂ بالا شکل (یعنی ا۲، ب۲، ج۲، وغیرہ) کے رقبے اور خطوط ل لؔ اور

ی یَ کے درمیانی فاصلہ کے مربع کے حاصلِ ضرب کے برابر ہے۔

شکل ۴۴ - جمود کے معیارِ اثر کا ترسیمی طریقہ

شکل ۴۵ - جمود کے معیارِ اثر کے ترسیمی طریقہ کا ثبوت

ثبوت - ابتدائی شکل یعنی تختی کے ایک ایسے پتلے ٹکڑے پر غور کرو جو دو قریب ترین متوازیات کے درمیان واقع ہے۔

$ا_1$ اور $ج_1$ کے درمیان ٹکڑے کا طول = $اج \times \frac{لا}{ما}$

$ا_2$ اور $ج_2$ " " " = $ا_1ج_1 \times \frac{لا}{ما}$

اِس لئے $ا_2ج_2 = اج \times \frac{لا^2}{ما^2}$

یعنی $\frac{ا_۲ ج_۲}{ا ج} = \frac{لا^۲}{ما^۲}$

ٹکڑے کے مختلف حصّوں کا انتصابی بُعد (یعنی عرض) ایک ہی ہے

اِس لئے $\frac{\text{تختی کے ٹکڑے کا رقبہ}}{\text{ساختہ شکل میں نظیری ٹکڑے کا رقبہ}} = \frac{ما^۲}{لا^۲}$

$= \frac{\text{رقبہ ا ب ج د}}{\text{رقبہ ا}_۲\text{ ب}_۲\text{ ج}_۲\text{ د}_۲}$

محور ل ولَ کے گرد پُورے پترے کے جمُود کا معیارِ اثر، ہر ٹکڑے کی کمیتِ مادّہ اور محورِ مذکور سے اُس کے فصل کے مربع کے حواصلِ ضرب کے مجموعہ کے برابر ہے۔ یعنی

پورے پترے کے جمود کا معیارِ اثر = مر

$= \Sigma$ (ا ب ج د × لا^۲)

مگر ا ب ج د × لا^۲ = ا_۲ ب_۲ ج_۲ د_۲ × ما^۲

اِس لئے مر = Σ (ا ب ج د × لا^۲)

$= \Sigma$ (ا_۲ ب_۲ ج_۲ د_۲ × ما^۲)

= ساختہ شکل کا رقبہ × ما^۲

تجربہ ۳۷ ـــــ گول پترے کے جمود کے معیارِ اثر کی ترسیمی تعیین۔ ایک نِصف دائرہ کھینچو اور اِس کے قُطر کو محور ل ولَ قرار دے کر قُطر کے گرد نصفِ دائرۂ مذکور کے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو۔ قُطر کے گرد پُورے مدوّر پترے کے جمود کا معیارِ اثر نصف دائرہ کے جمود کے معیارِ اثر کا دوچند ہوگا۔ عملاً ثابت کرو کہ مدوّر پترے کا معیارِ اثر = $\frac{\pi ن^۴}{۴}$ جہاں ن دائرے کا نصف قُطر ہے۔ (اِس تجربہ میں

۱۰ سمر نصف قُطر کا پترا لینا مناسب ہے)۔

تجربہ ۴۸ — مستطیلی پترے کے معیارِ اثر کی تجربی تعیین۔ ایک مستطیل کھینچو جس کا طول ط ہے اور عرض ع (اس تجربہ میں ط کا طول ۱۵ سمر اور ع کا طول ۱۰ سمر لینا مناسب ہے) مستطیل کو دو برابر حصوں میں ایک ایسے خط سے تقسیم کرو جو اس کے طول کے متوازی ہو۔ اس تقسیم کرنے والے خط کو محور ل ول قرار دیکر نصف مستطیل کے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرو۔ ظاہر ہے کہ پُورے مستطیل کے جمود کا معیارِ اثر نصف مستطیل کے جمود کے معیارِ اثر سے دوچند ہوگا۔

عملاً یہ بھی دکھاؤ کہ معیارِ اثر مذکور کی قیمت $\frac{ط ع^3}{12}$ کے برابر ہے۔

تقسیم کرنے والے خط کو مستطیل مذکور کے عرض کے متوازی لے کر اس تجربہ کو دُہراؤ۔

یہ معلوم ہؤا ہوگا کہ متذکرۂ بالا بیان میں پترے کی کمیتِ مادّہ کا مطلق ذکر نہیں کیا گیا ہے۔ پترے کے صرف کنارے کا نشان کاغذ پر کر لیا جاتا ہے اور عمل کو پترے کے صرف رقبہ سے تعلق ہے۔ جو نتیجہ حاصل ہوتا ہے اس کو بالعموم کسی محور کے گرد رقبہ کے جمود کا معیارِ اثر کہتے ہیں۔ فنِ انجنیری میں اسی معیارِ اثر کی عموماً ضرورت پڑتی ہے۔ بہرحال اگر مادّے کے حقیقی پترے کے جمود کے معیارِ اثر کی ضرورت ہو تو اس کی قیمت اس کے رقبہ کے جمود کے معیارِ اثر کی قیمت کے ذریعہ سے حسبِ ذیل دریافت ہوسکتی ہے:—

کسی پترے کے رقبہ کے جمود کا معیارِ اثر عدداً اُس ہمشکل پترے کے جمود کے معیارِ اثر کے برابر ہے جس کے مادّہ کی سطحی کثافت ایک ہے۔ لہٰذا اگر رقبہ کے جمود کا معیارِ اثر مذکورہ بالا تجربی طریقہ سے معلوم ہو تو ایک ہمشکل پترے کے جمود کا معیارِ اثر کسی ایک متشابہ محور کے گرد رقبہ مذکورہ کے جمود کے معیارِ اثر کو پترے کے مادّہ کی سطحی کثافت سے ضرب

دبنے سے حاصل ہو جائیگا۔ یاد رہے کہ سطحی کثافت = قیمت مادہ / رقبہ

۶۔ ترسیمی سکونیات

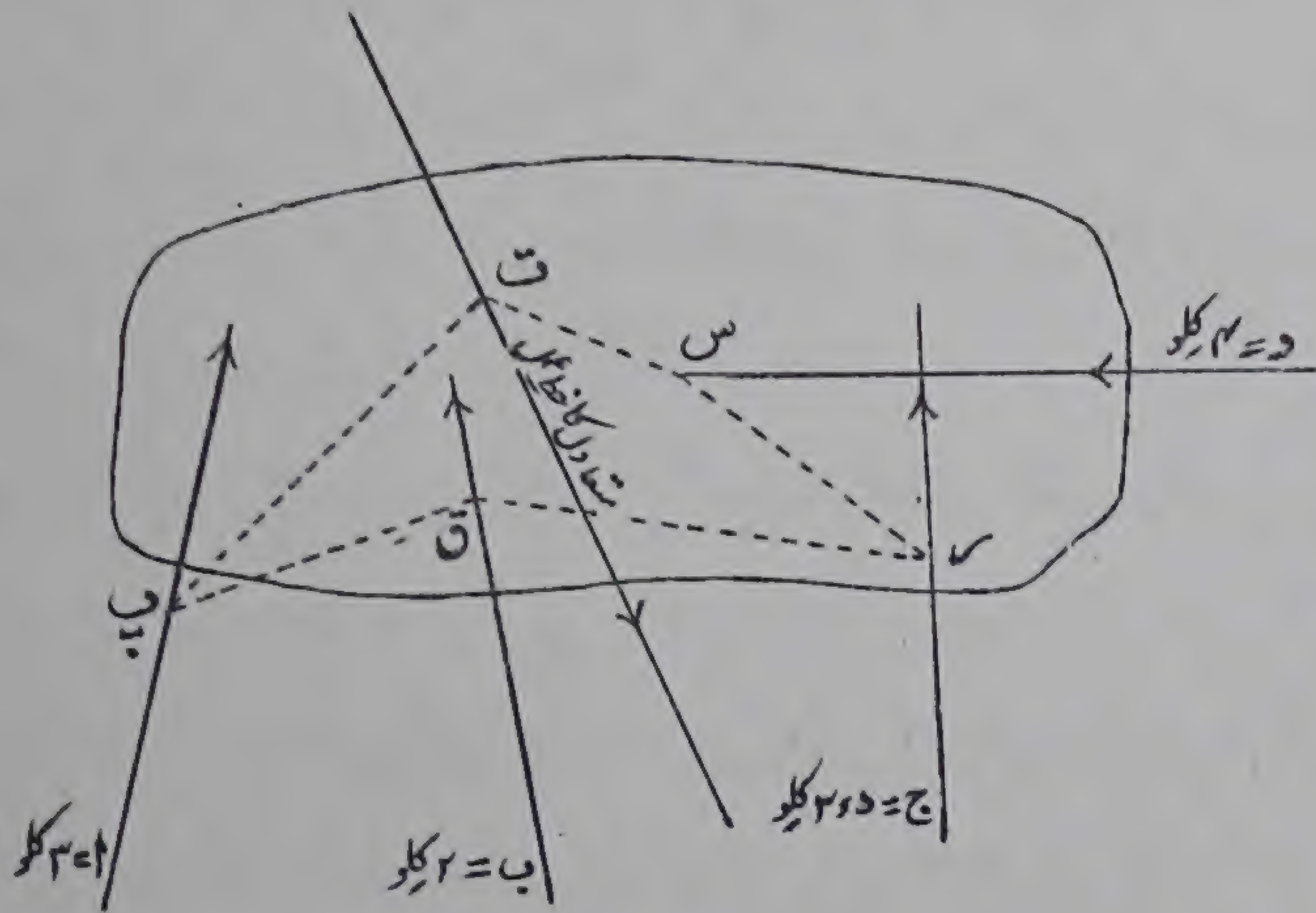
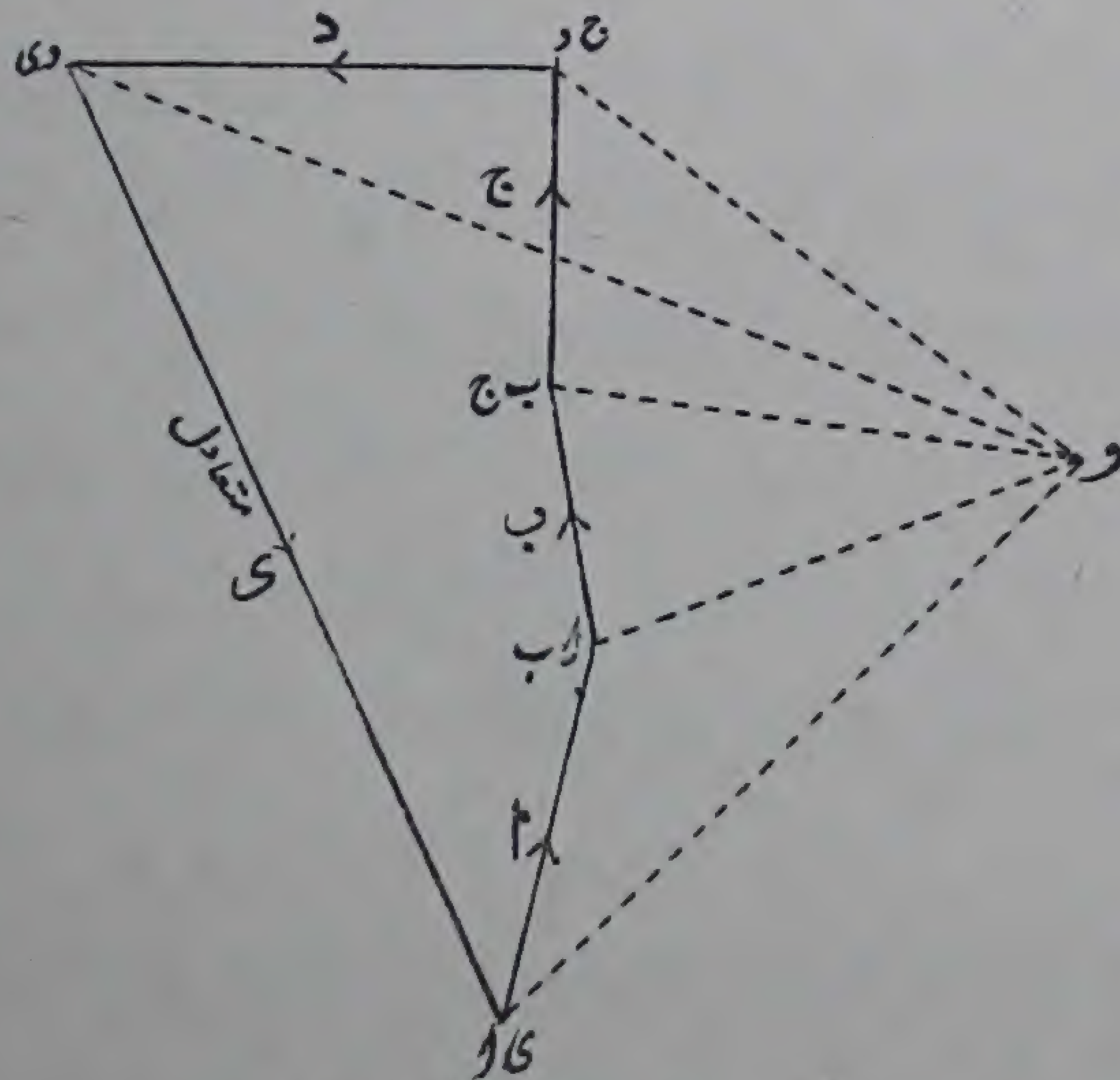
قوتوں کے کسی دئے ہوئے نظام کے زیر عمل کوئی جسم تعادل میں ہوگا یا نہیں اس کی جانچ بالکل ترسیمی عمل سے ہو سکتی ہے۔ قوتیں دو قسم کی حرکتیں پیدا کر سکتی ہیں:-(ا) انتقالی حرکت (ب) محوری حرکت۔ اول الذکر حرکت صفر کے برابر ہوگی اگر کسی سمت میں حاصلِ قوت صفر ہو۔ موخر الذکر حرکت صفر کے برابر ہوگی اگر قوتوں کا حاصل معیارِ اثر کسی محور کے گرد صفر ہو۔

اِس امر کا ترسیماً جانچنا کہ انتقالی حرکت صفر ہے، فی الحقیقت قوتوں کے کثیر الاضلاع کا کھینچنا ہے۔ اگر کثیر الاضلاع مکمل ہے تو حاصلِ قوت کسی سمت میں صفر ہے یعنی جسم میں کوئی انتقالی حرکت نہیں۔

اگر ہمیں ترسیمی عمل کی کوئی ایسی ترکیب مل جائے جس سے یہ بھی معلوم ہو جائے کہ قوتوں کا حاصل معیارِ اثر کسی محور کے گرد صفر ہے تو قوتوں کے کسی نظام کے زیرِ عمل جسم تعادل میں ہے یا نہیں اُس کے جانچنے کا ایک مکمل ترسیمی طریقہ حاصل ہو جائے گا۔

معیارِ اثر کی قیمت صفر ہے یا نہیں اِس کو جانچنے کے لئے جو ترسیمی طریقہ اختیار کیا جاتا ہے اس کو ربطی کثیر الاضلاع یا رسیمانی کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔

فرض کرو کہ شکل ۴۶ میں ا، ب، ج، د اور ی قوتوں کے کسی ایک نظام کی تعبیر کرتے ہیں اور جسم میں اِن قوتوں کے زیرِ عمل نہ انتقالی حرکت ہے اور نہ محوری۔ قوائے کثیر الاضلاع اُس شکل کا ہوگا جیسا کہ شکل ۴۷ میں پورے کھینچے ہوئے خطوں سے دکھایا گیا ہے اور یہ کثیر الاضلاع مکمل ہوگا۔

کوئی نقطہ و مقرر کرلو اور نقطۂ مذکور سے قوائی کثیر الاضلاع کے کونوں ا ب، ب ج، ج د، وغیرہ تک خطوط کھینچو جیساکہ شکل ۴۷ء میں نقطہ دار خطوں سے دکھایا گیا ہے۔

شکل ۴۶ء ۔ ربطی کثیر الاضلاع

شکل ۴۷ء ۔ قوائی کثیر الاضلاع

قوت ا کے خطِ عمل (شکل ۴۶ء) پر کے کسی نقطۂ پ سے خط و ا ب کے

متوازی پ ق کھینچو۔

خط پ ق اور قوت ب کے خطِ عمل کے نقطۂ تقاطع ق سے قوتوں ب اور ج کے درمیان خط و ب ج کے متوازی خط ق ر کھینچو۔ قوت ج سے قوت د تک و ج د کے متوازی خط ر س کھینچو اور علیٰ ہذا۔ اِس عمل سے ایک شکل حاصل ہوگی جیساکہ ا، ب، ج، د اور ی قوتوں کے خطوطِ عمل کے درمیان نقطہ دار خطوں سے شکل ۴۶ میں دکھایا گیا ہے۔

اس شکل کو ربطی کثیر الاضلاع یا رسیمانی کثیر الاضلاع کہتے ہیں۔ اگر یہ شکل مکمل ہو تو عمل کرنے والی قوتیں جسم پر گردشی معیارِ اثر نہیں پیدا کرینگی۔

لہذا جسم کے تعادل کے شرائط حسبِ ذیل بیان کئے جاسکتے ہیں:-

کسی جسم کے تعادل کے لئے قوائے کثیر الاضلاع کو مکمل ہونا چاہیے اور ربطی یا رسیمانی کثیر الاضلاع کو بھی مکمل ہونا چاہیے۔

اگر مذکورۂ بالا دونوں کثیر الاضلاع کے کھینچے جانے پر یہ معلوم ہو کہ وہ مکمل نہیں ہیں تو قوائے کثیر الاضلاع کو مکمل کرنے والے خط کا کھینچنا ضرور ہے۔ یہ خط متعادل قوت کی مقدار اور سمت عمل بتلائیگا۔ رسیمانی کثیر الاضلاع کے کھلے سِروں کو یہاں تک بڑھاؤ کہ وہ آپس میں مِل جائیں۔ نقطۂ تقاطع قوتِ زیرِ بحث کے خطِ عمل پر واقع ہوگا۔ قوتِ مذکور کی مقدار اور سمتِ عمل قوائے کثیر الاضلاع سے معلوم ہوچکی ہیں لہذا جسم کو تعادل میں رکھنے والی قوت مکمل طور سے دریافت ہو جائے گی۔

قوتیں ا، ب، ج اور د معلوم فرض کر کے شکل ۴۶ میں قوت ی کی مقدار اور سمت عمل انھیں طریقوں سے دریافت کی گئی ہیں۔

رسیمانی کثیر الاضلاع کے متعلق جو کچھ اُوپر بیان کیا گیا ہے اس کے ثبوت یا اُس کے متعلق مزید معلومات حاصل کرنے کے لئے عملی ریاضیات کی کتابیں دیکھو۔

تجربہ ۳۹۔ قوائے کثیر الاضلاع اور

ربطی کثیر الاضلاع کا کھینچنا۔۔۔

ہلکے پٹھے کا ایک ٹکڑا یا دھات کا ایک پترا لو اور اُس کے کسی چار نقطوں سے ڈوریاں لگاؤ اور اُن ڈوریوں کے دُوسرے سروں پر مختلف وزن باندھو۔ بعد اس کے قوتوں کے کثیر الاضلاع کی تصدیق کے لئے جو آلہ استعمال کیا گیا تھا اُس کی چرخیوں پر۔ مذکورۂ بالا ڈوریوں کو گزار کر پترے کو لٹکاؤ۔ چرخیوں کو اِس طرح مرتّب کرو کہ پترے پر قوتیں مختلف سمتوں میں عمل کر سکیں۔ نقشہ کشی کے تختہ کے کاغذ پر مذکورۂ بالا پترے کا خاکہ کھینچو اور پترے پر عمل کرنے والی چار قوتوں میں سے کسی تین قوتوں کی مقداروں اور سمتوں کی تعبیر کرنیوالے خطوط کھینچو۔

مذکورۂ بالا تین قوتوں سے قوائی کثیر الاضلاع اور ریسمانی کثیر الاضلاع تیار کرو۔ اِن قوتوں کے زیرِ عمل پترے کو ساکن رکھنے کے لئے جس چوتھی قوت کی ضرورت ہوگی اُس کی مقدار و خطِ عمل دریافت کرو۔ اِس امر کی تصدیق کرو کہ وہ چوتھی قوت جو پترے پر فی الحقیقت عمل کر رہی ہے مقدار میں اول الذکر قوت کے برابر ہے اور اِس کا خطِ عمل وُہی ہے جو ترسیمی طریقہ سے حاصل ہوا ہے۔

تجربہ ۲۷۔ کسی پترے کے وزن کی ترسیمی تعیین۔۔۔ ترسیمی سکونیات میں مزید مشق حاصل کرنے کے لئے ایک بھاری پترا استعمال کیا جاسکتا ہے۔ پترے کو چرخیوں پر گزرنے والی تین ڈوریوں سے اِس طرح لٹکاؤ کہ تین قوتیں مختلف سمتوں میں اور ایک ہی سطح پر کے مختلف نقطوں پر عمل کریں۔ جسمِ مذکور کو قوائے مذکورہ کے زیرِ عمل تعادل میں رکھنے کے لئے جس قوت کی ضرورت ہوگی اُس کو دریافت کرو۔ یہ حاصل شدہ قوت پترے کے وزن کے برابر ہوگی۔ یہ ضرور ہے

کہ ترسیمی طریقہ سے جو خطِ عمل حاصل ہوگا وہ پترے کے مرکزِ جاذبہ سے انتصاباً گذریگا۔

حسب بیان مندرجۂ صفحہ (۱۲۱) پترے کا مرکزِ جاذبہ دریافت کرو اور پترے کو براہِ راست تول کر اُس کا وزن بھی دریافت کرو۔ اِن معلومات سے متذکرۂ بالا نتیجوں کی تصدیق کرو۔

۷۔ رگڑ

جب کبھی دو مَس کرنے والے اجسام کو ایک دوسرے کی اضافت سے متحرک کرنے کی کوشش کی جاتی ہے تو اُس وقت ایسی قوتیں پیدا ہوجاتی ہیں جو حرکت کی مخالف سمت میں عمل کرنے لگتی ہیں اگرچہ ایسی قوتیں خاصیت کے لحاظ سے آپس میں بالکل جُداگانہ قسم کی ہوتی ہیں مگر وہ بالعموم **فرکی قوتوں** یا رگڑ کی قوتوں کے نام سے موسوم کی جاتی ہیں۔ سیالی رگڑ کی تحقیقات عموماً لزوجت کے تجربوں کے تحت میں ہوتی ہے اور اِس کتاب میں اُس کے بیان کرنے کی گنجائش نہیں۔

ٹھوس اجسام کے درمیان رگڑ

جب دو ٹھوس اجسام آپس میں مَس کرتے ہیں تو اُن کے درمیان عمل کرنے والی قوتیں بالعموم دو اجزائے ترکیبی میں تحلیل ہوسکتی ہیں۔ دونوں اجسام کے باہمی عمود کی سمت والے جزو کو اجسامِ مذکورہ کے درمیان کا دباؤ کہہ سکتے ہیں اور دُوسرے جزو کو جو عمودِ مذکور کے علی القوائم سمت میں عمل کرتا ہے **رگڑ کی قوت** سے موسوم کرسکتے ہیں۔ جب کوئی خارجی قوت متذکرۂ بالا اجسام میں سے کسی ایک پر اِس طرح لگائی جائے کہ اُس کا تقاضا یہ ہو کہ وہ جسم عمود کے علی القوائم

سمت میں حرکت کرے تو اِس صورت میں ایسی رگڑ کی قوت ظہور پذیر ہوتی ہے جو پھسلنے والی حرکت کو روکنے کا تقاضا کرتی ہے۔ اُس وقت تک کہ اضافی حرکت واقع نہ ہو رگڑ کی قوت اور لگائی ہوئی خارجی قوت آپس میں متوازن رہتی ہیں۔ اگر خارجی قوت بتدریج بڑھائی جائے تو ایک حد ایسی آئیگی کہ پھسلنے والی حرکت عین شروع ہونے کے موقع پر ہوگی۔ اِس حالت میں جو رگڑ کی قوت ظہور پذیر ہوتی ہے اُس کو انتہائی رگڑ کہتے ہیں۔

آپس میں مَس کرنیوالی دو ٹھوس سطحوں کے درمیان انتہائی رگڑ کی مقدار مَس کرنیوالی سطحوں کے رقبہ پر موقوف نہیں بشرطیکہ سطحوں کو آپس میں دبانے والی قوت بہت بڑی نہ ہو اور رقبہ جس پر قوت عمل کرے اِس قدر چھوٹا نہ ہو کہ دبانے والی قوت کے زیرِ عمل سطحوں کی شکل صریحاً بگڑ جائے۔

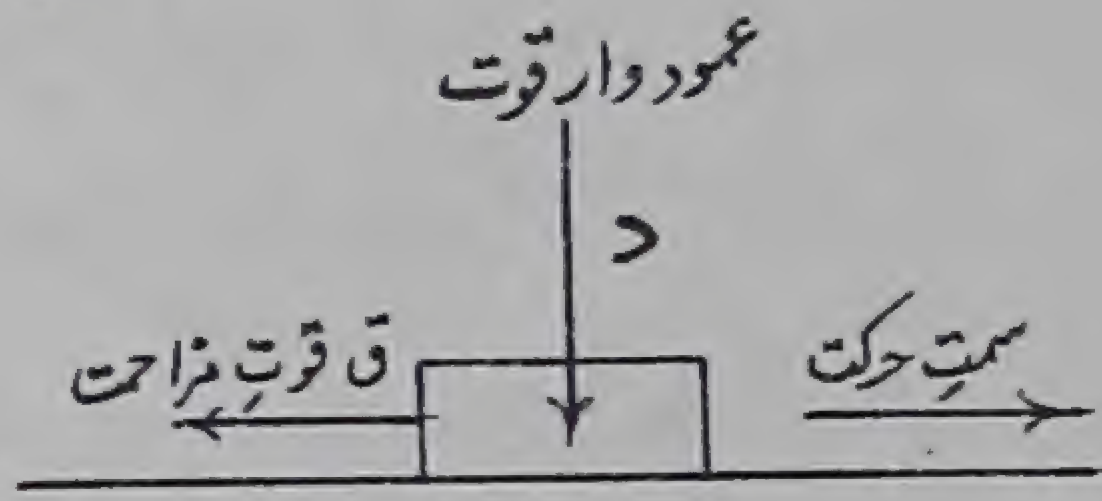
حرکت کی حالت میں دو ٹھوس اجسام کی سطحوں کے درمیان رگڑ کی مقدار اُن دو سطحوں کی اضافی رفتار پر بھی موقوف نہیں۔

انتہائی رگڑ مَس کرنے والی ٹھوس سطحوں کی نوعیت اور حالت پر اور سطوحِ مذکورہ کو آپس میں دبانے والی قوت پر مبنی ہے۔ یہ انتہائی رگڑ دو سطحوں کو آپس میں دبانے والی قوت کے متناسب ہے اور اِس نسبت سے ہم کو دونوں سطحوں کے درمیان رگڑ کا مکرّر ملتا ہے۔

رگڑ کے مکرّر

دو سطحوں کے درمیان رگڑ کے مکرّر سے وہ نسبت مُراد ہے جو رگڑ کی قوت کو سطوحِ مذکورہ کو آپس میں دبانے والی قوت کے ساتھ ہے۔ مثلاً شکل ۸۳ پر غور کرو دونوں سطحوں پر عموداً عمل کرنے والی قوت (دباؤ کی قوت) د ہے اور اُن کی اضافی حرکت روکنے والی قوت ق ہے

تو سطوح مذکورۂ بالا کے درمیان رگڑ کا مکرّر = $\frac{ق}{د}$۔ اس مکرّر کو عموماً

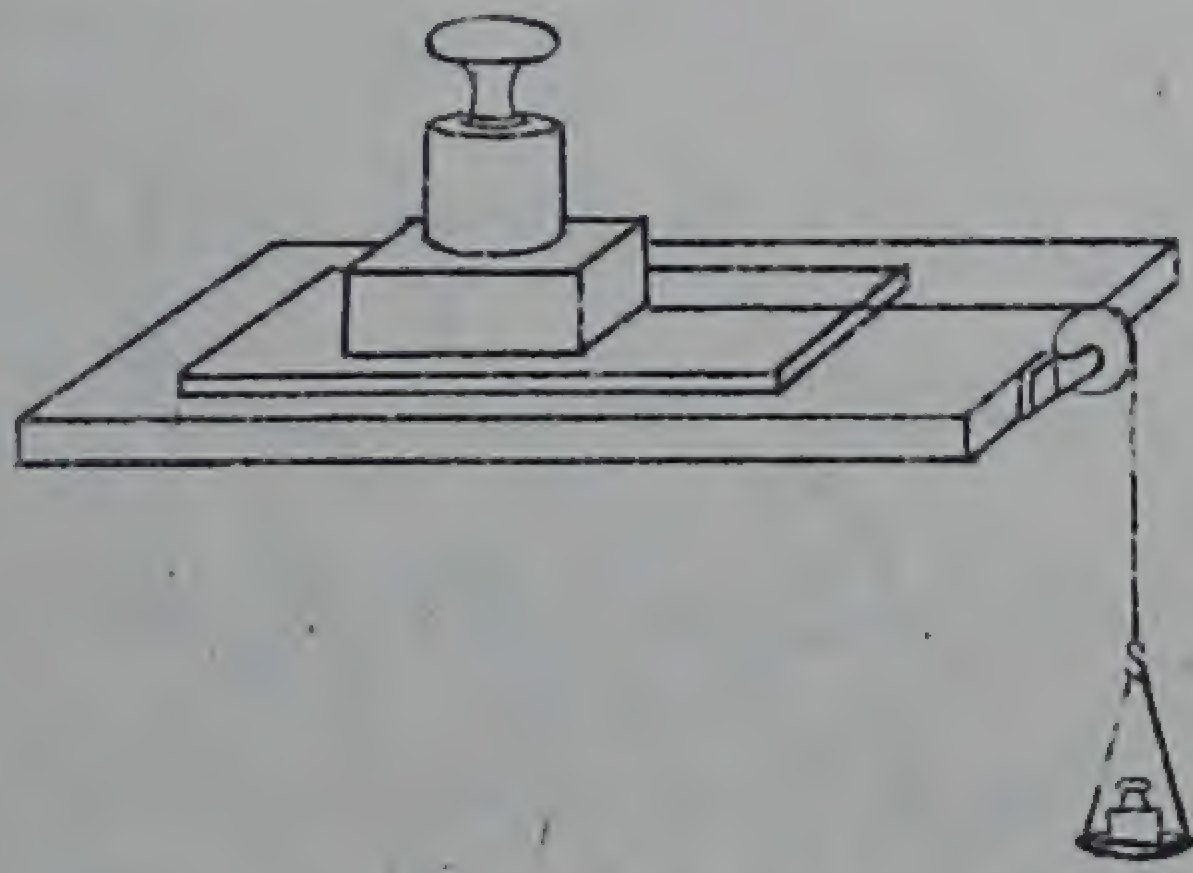
عمود دار قوت
د
ق قوتِ مزاحمت
سمتِ حرکت

شکل ۴۸۔ رگڑ کی قوت

مہ کے نشان سے ظاہر کرتے ہیں۔
یعنی مہ = $\frac{ق}{د}$

سکونی اور حرکی رگڑ

ایک دی ہوئی قوت سے دبائی ہوئی دو سطحوں میں سے ایک کو دوسری پر عین پھسلانے کے لئے جس قوت کی ضرورت پڑتی ہے وہ اس قوت سے زیادہ ہے جو حرکت شروع ہو جانے کی حالت میں حرکت کو جاری رکھنے کے لئے درکار ہے۔ لہذا سطحوں پر کسی ایک عمودی قوت (دبانے والی قوت) کے لحاظ سے رگڑ کی دو قوتیں عمل میں آتی ہیں۔ ایک تو سکونی رگڑ کی قوت کے نام سے موسوم ہے اور دوسری حرکی رگڑ کی قوت کے نام سے۔ اول الذکر قوت اس قوت کے برابر ہے جو حرکت شروع کرنے کے لئے لگانی پڑتی ہے یعنی وہ باہمی قوت ہے جو ساکن سطحوں پر عمل کرتی ہے۔ موخر الذکر قوت یعنی حرکی رگڑ کی قوت اس قوت کے برابر ہے جو حرکت شروع ہو جانے کے بعد مَس کرنے والی سطحوں میں سے ایک سطح کو دوسری سطح پر مستقل حرکت میں قائم رکھنے کے لئے درکار ہے۔ ان دو قوتوں کے لحاظ سے رگڑ کے دو مکرّر ہونگے۔ سکونی رگڑ کا مکرّر بلا استثناء ہمیشہ حرکی رگڑ کے مکرّر سے بڑا ہوگا۔

تجربہ ۱۴۱ - اُفقی میز پر ایک کُندے کو حرکت دیکر رگڑ کے مکرّر کی تعیین — میز کی سطح اُفق میں درست کرلو۔ لکڑی یا دھات کا ایک مستطیلی کُندا لے کر اُس کے پہلو میں ایک چھوٹا سا کُنڈا یا ہُک گاڑدو۔ کُندے کو تول کر اُس کو میز کی سطح پر رکھو۔ کُنڈے سے ایک ڈوری لگاؤ اور ڈوری کو ایک ایسی چرخی پر سے گذارو کہ ڈوری کا وہ حصہ جو کُندے اور چرخی کے درمیان واقع ہے اُفق کے متوازی ہو۔ ڈوری کے آزاد سرے سے ترازو کا ایک ایسا چھوٹا پلڑا لٹکاؤ جس پر مختلف وزن رکھے جاسکیں۔

(ا) **سکونی رگڑ کے مکرّر کی تعیین** — کُندے پر ایک معلوم باٹ رکھو۔ یہ باٹ دبانے والی قوت کا کام دیگا۔ بعد اِس کے پلڑے پر وزن رکھکر اِسکو بالتدریج بڑہاتے جاؤ یہاں تک کہ کُندا عین حرکت کرنے لگے۔ کُندے کو متحرک کرنے والی قوت اور سطحوں کو دبانے والی قوت کے درمیان جو نسبت ہے اُس کو دریافت کرو۔ یہ نسبت مَس کرنے والی دو سطحوں کے درمیان

شکل ۴۹ - رگڑ کے مکرّر کی تعیین

سکونی رگڑ کا مکرّر ہے۔ کُندے پر مختلف باٹ رکھ کر تجربہ کو دُہراؤ اور دکھلاؤ کہ نسبت مذکورۂ بالا تقریباً مستقل ہے۔

پلڑے پر جو قوت ق عمل کرتی ہے اُس میں پلڑے کا ذاتی وزن بھی شامل ہے اور قوت د میں کُندے کا اپنا وزن بھی شریک ہے۔

مشاہدات کو حسبِ ذیل جدول کی صورت میں قلمبند کرو:۔

شمار تجربہ	د	ق	رگڑ کا مکرّر مہ

اوسط قیمت مہ =

مہ کی اوسط قیمت سکونی رگڑ کا مکرّر ہے۔

(۲) **حرکی رگڑ کے مکرّر کی تعیین** ــــ سکونی رگڑ کے تجربہ کی طرح کُندے پر باٹ رکھکر پلڑے پر وزن بتدریج بڑھاتے جاؤ یہاں تک کہ خفیف سا دھکا دینے پر کُندا مستقل رفتار سے (یعنی **بغیر اسراع**) میز پر متحرک ہونے لگے۔ کُندے کو حرکت میں قائم رکھنے والی قوت اور سطحوں کو دبانے والی قوت کے درمیان جو نسبت ہے اُس کو دریافت کرو۔ اِس نسبت کو مَس کرنیوالی دو سطحوں کے درمیان **حرکی رگڑ کا مکرّر** کہتے ہیں۔ اِس تجربہ کو کُندے پر مختلف باٹ رکھ کر دُہراؤ اور ثابت کرو کہ مذکورہ بالا نسبت تقریباً مستقل ہے مگر اِس کی قیمت سکونی رگڑ کے مکرّر سے کم ہے۔ مشاہدات کو مندرجۂ بالا جدول کی صورت میں درج کرو اور حرکی رگڑ کے مکرّر کی اوسط قیمت دریافت کرو۔

اگر تجربات مندرجۂ بالا میں میز کی سطح پر پیتل یا جست کا چپٹا پترا لگا دیا جائے اور مختلف اشیاء کے بنے ہوئے کُندے لئے جائیں تو مَس کرنیوالی سطحوں کے چند مختلف اقسام کے جوڑوں کے درمیان رگڑ کے مکرّر دریافت کئے جا سکتے ہیں۔ مکرّر کی مختلف قیمتیں حاصل کرنے کے لئے اشیاء کا ایک مناسب انتخاب

حسبِ ذیل ہے:۔

(۱) لکڑی پر لکڑی (ریشے متوازی ہوں)

(۲) لکڑی پر لکڑی (ریشے علی القوائم ہوں)

(۳) جست پر جست۔

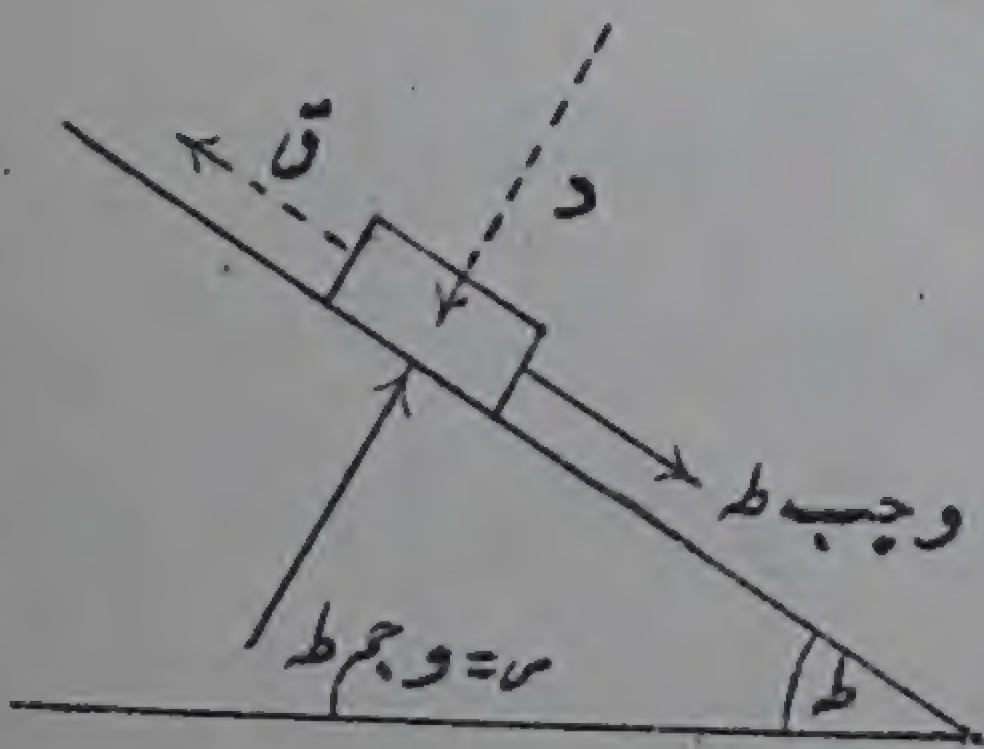
(۴) پیتل پر پیتل۔

(۵) پیتل پر لکڑی۔

(۶) جست پر لکڑی۔

مختلف نتیجوں میں مطابقت قائم رکھنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ پٹڑے کی تمام سطح یکساں اور ایک ہی طرح مجلاّ ہو۔ اگر یہ صورت نصیب نہ ہو تو نچلی سطح (میز) کا ہمیشہ ایک ہی حصّہ تجربہ میں استعمال کرنا چاہیئے۔ اِس امر کے لئے ثابت سطح (یعنی میز کی سطح) پر ایک نشان لگا دیا جاتا ہے اور ہر تجربہ میں کُندا اِسی نشان سے متحرک کیا جاتا ہے۔

یہ بھی ضروری ہے کہ سطحوں کے کسی مقرر جوڑے کے ساتھ جتنے تجربے کئے جائیں اُن میں ہمیشہ مس کرنیوالی سطحوں کی حالت یکساں رہے۔ کھینچنے والی قوت لگانے کے قبل اگر سطحیں آپس میں دبائی جائیں تو رگڑ کے مکثرہ میں ایک حد تک تبدیلی واقع ہوگی مگر سطحوں پر رطوبت جم جانے کی حالت میں مکثرہ بالکل بدل جائیگا۔

سطحِ مائل پر انتہائی تعادل

جب کوئی جسم سطحِ مائل پر ساکن رکھا جائے اور سطحِ مذکورہ اور اُفق کے درمیان کا زاویہ طہ بتدریج بڑھایا جائے یہاں تک کہ جسم سطح کے نیچے کی طرف عین پھسلنے کے موقع پر آجائے تو

شکل ۵۰۔ سطحِ مائل پر رگڑ

اِس صورت میں رگڑ کی قوت اپنی انتہائی قیمت اختیار کرلیتی ہے۔جیساکہ سکونی سطح مائل کے بیان کے تحت میں (صفحہ ۱۱۱) دکھلایا گیا ہے جسم کو سطح کے نیچے کھینچنے والی قوت اُس قوت ق کے برابر ہے جو جسم مذکور کو رگڑ کی عدم موجودگی میں سطح پر ساکن رکھنے کے لئے درکار ہے۔ دو سطحوں کی آپس میں دبانیوالی قوت سطح مائل کے ردِّ عمل س کے برابر ہے۔

رگڑ کا مکرر مہ = ق/س

اب شکل ۵۰ پر غور کرو۔

ق = و جب طہ

اور س = و جم طہ

اِس لئے مہ = ق/س = و جب طہ / و جم طہ = مس طہ

یہاں و کُندے کا وزن ہے

تجربہ ۴۲۔سطح مائل کے ذریعہ سے رگڑ کے مکرر کی تعیین۔۔۔۔۔۔کسی شے کا بنا ہُوا ایک مستطیلی کُندا سطح مائل پر رکھو اور سطح مذکور کا میلان بتدریج بڑھاؤ۔میلان کی ایک خاص قیمت پر کُندا پھسلنے لگیگا۔جب کُندا عین پھسلنے کے موقع پر ہو تو زاویۂ میلان قلمبند کرلو۔

اب کُندے پر باٹ رکھ کر تجربہ کو دُہراؤ۔بوجھل کُندا پھر تقریباً اُسی زاویۂ میلان پر پھسلنے لگیگا جیساکہ پہلے تجربہ میں خالی کُندا۔

فرض کرو کہ یہ زاویۂ میلان طہ$_1$ ہے۔

تجربۂ مندرجۂ بالا کو پھر دہراؤ مگر اِس دفعہ وہ زاویۂ میلان دریافت کرو جبکہ کُندے کو ذرا سا دھکا دینے پر سطح کے نیچے اُس کی حرکت جاری رہے یہ دکھلاؤ کہ کُندے پر خواہ باٹ رکھے جائیں یا نہ رکھے جائیں ہر حالت میں سطح مائل کا زاویۂ میلان ایک ھی رہتا ہے۔

فرض کرو کہ یہ زاویۂ میلان طہ$_2$ ہے۔

صورت ہذا میں میلان کی قیمت اِتنی بڑی نہیں ہے جیسا کہ اُس حالت
میں جب کُندا خود بخود بغیر دھکا دئے ہوئے متحرک ہوجاتا ہے۔
لہٰذا سکونی رگڑ کا مکرر مس طہ ہے اور حرکی رگڑ کا مکرّر مس طہ
ہے۔
سطح مائل مذکور پر مختلف اشیاء کی چادریں چڑھاکر اور مختلف اقسام
کے کُندے لے کر حسبِ بالا تجربے کئے جا سکتے ہیں اور اِس طرح
مختلف سطحوں کے درمیان رگڑ کے مکرّر دریافت ہو سکتے ہیں۔

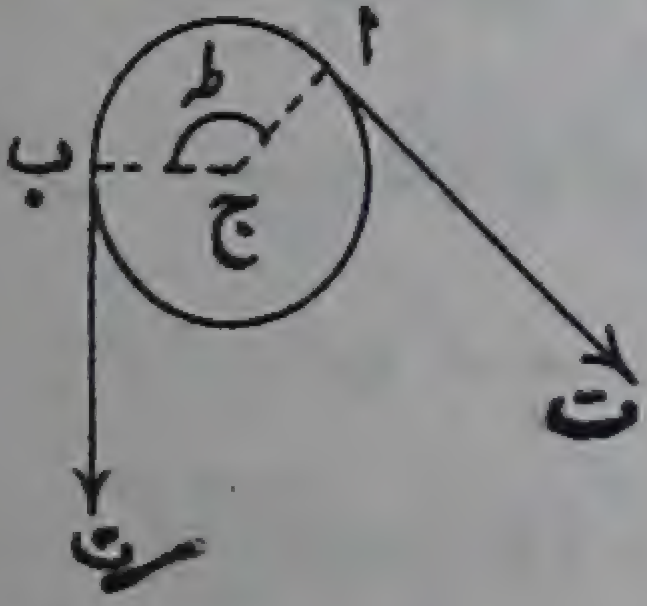
ثابت چرخی پر رسّی کی رگڑ

جب کوئی تسمہ یا رسّی کسی ثابت اُستوانہ پر سے کھینچی جائے تو
رسّی کے دونوں طرف غیر مساوی تناؤ رہنے پر بھی تعادل قائم ہوسکتا
ہے کیونکہ یہاں تناؤ کے سوا ایک دُوسری قوت یعنی دو مَس کرنیوالی
سطحوں کے درمیان رگڑ عمل میں آجاتی ہے۔
فرض کرو کہ شکل ع۱۵ میں رسّی نقطہ ب سے ا کی طرف عین
پھسلنے کے موقعہ پر ہے اور تناؤ ت تناؤ تَ
سے بڑا ہے۔ تو نظری طریقہ سے یہ ثابت
کیا جاسکتا ہے کہ $\text{ت} = \text{تَ}\,\text{و}^{\text{مہ طہ}}$ جہاں
مہ رگڑ کا مکرّر ہے۔ طہ زاویۂ ا ج ب ہے
(شکل ع۱۵) اور یہ رسّی اور اُستوانہ کے درمیان
زاویۂ تماس ہے اور و نیپیری[1] یا طبعی
لوکاردتم کا اساس ہے یعنی

$$\text{و} = ۲٫۷۱۸۲۸$$

ا ب ج طہ ت تَ

شکل ع۱۵۔ چرخی پر رسّی

[1] Napierian

اور و کی تعبیر حسبِ ذیل سلسلہ سے ہوتی ہے :-

$$و = ۱ + \frac{۱}{۱} + \frac{۱}{۲.۱} + \frac{۱}{۳.۲.۱} + \frac{۱}{۴.۳.۲.۱} + \ldots\ldots$$

مساوات ت = تَ و مہ طہ کے طرفین کے لوکارتم اساس و پر لینے سے

$$لوک_و ت = لوک_و تَ + لوک_و (و^{مہ طہ})$$

یعنی $لوک_و ت - لوک_و تَ = مہ طہ$

بغرضِ تحسیب لوکارتم ہذا کو اساس ۱۰ پر کے لوکارتموں میں تبدیل کردو

$$لہذا (لوک_{۱۰} ت - لوک_{۱۰} تَ) لوک_و ۱۰ = مہ طہ$$

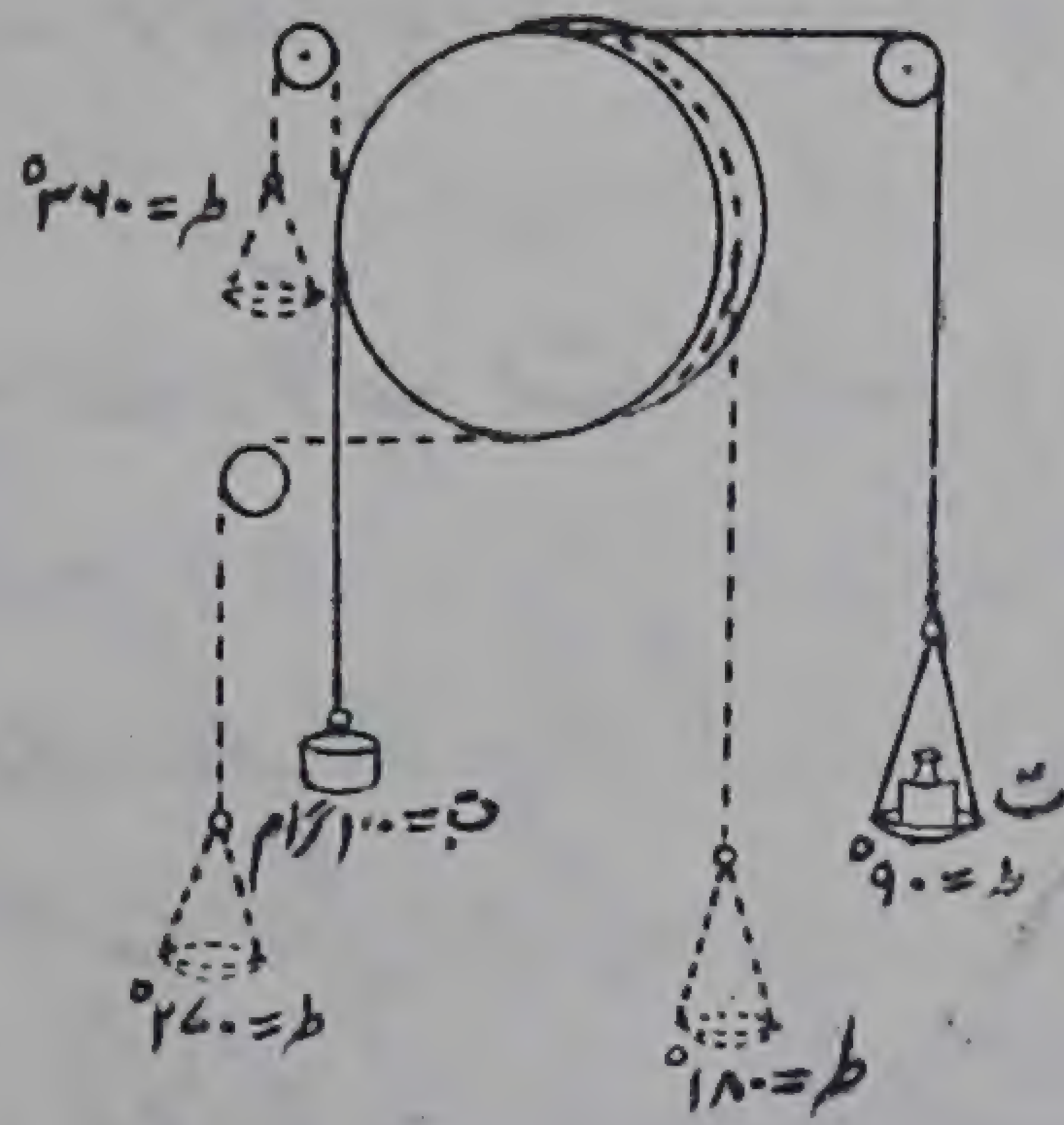
$$لوک_و ۱۰ = ۲٫۳۰۲۵۸$$

موجودہ ضرورت کے لحاظ سے اگر اس کی قیمت صرف ۲٫۳ لی جائے تو کافی صحت حاصل ہوگی۔

$$اس لئے رگڑ کا مکرر مہ = \frac{لوک_{۱۰} ت - لوک_{۱۰} تَ}{طہ} \times ۲٫۳$$

یہاں زاویہ طہ کی پیمائش نیم قطریوں میں ہونی چاہیئے۔
یاد رہے کہ π نیم قطریاں = ۱۸۰ درجے

تجربہ ۴۳ - چرخی اور رسّی کے درمیان رگڑ کے مکرر کی تعیین ——— مندرجۂ بالا نتائج کی تشریح کے لئے جو آلہ استعمال کیا جاتا ہے وہ ایک ایسے دھاتی اُستوانہ پر مشتمل ہے جس کی سطح پر سے تسمہ یا رسّی کھنچی رہتی ہے اور اِس رسّی کے دونوں سروں سے وزن لٹکاکر مختلف تناؤ پیدا کئے جاتے ہیں۔ یہ زیادہ مناسب ہے کہ رسّی کے ایک سرے پر ایک مستقل وزن مثلاً ۵۰۰ گرام کا وزن لگا رہے اور دوسرے سرے سے ترازو کا ایک پلڑا بندھا رہے تاکہ پلڑے پر وزن بتدریج گھٹایا یا بڑھایا جا سکے۔ مگر اِس صورت میں ضروری ہے کہ پلڑے کا ذاتی وزن حساب میں شریک رہے۔ بعض اوقات جب تجربہ میں نزاکت مدِّنظر رہتی ہے تو پلڑے کو لٹکانے والی ڈوری کا وزن بھی محسوب کرلیا جاتا ہے۔

رسّی اور اُستوانہ کے درمیان مختلف "زوایا تماس" پیدا کرنے کے لئے رسّی ایک ایسی چھوٹی چرخی پر ڈالی جاتی ہے جس کا مقام حسبِ ضرورت بدلا جا سکے جیسا کہ شکل ۵۲ میں دکھایا گیا ہے۔ اِس چھوٹی چرخی پر کی رگڑ یہاں نظر انداز کیجا سکتی ہے۔

شکل ۵۲۔ رسّی اور چرخی کے درمیان رگڑ

زوایا ۹۰°، ۱۸۰°، ۲۷۰°، ۳۶۰°، ۴۵۰°، ۵۴۰° وغیرہ کے لحاظ سے اُستوانہ کے محیط پر برابر برابر فاصلوں پر نشانات لگائے جا سکتے ہیں۔ اور اِس کے بعد اُستوانہ پر رسّی اِس طرح لپیٹی جا سکتی ہے کہ مَس کرنے والے قوس کا زاویہ مندرجۂ بالا زاویوں میں سے کوئی ایک ہو۔ کسی خاص زاویۂ تماس کے لحاظ سے یہ دریافت کرو کہ رسّی کو اُستوانے پر عین پھسلانے کے موقع پر لانے کے لئے پلڑے پر کتنے وزن کی ضرورت ہے، حسبِ جدول مندرجۂ ذیل نتائج درج کرو:۔

زاویۂ تماس ط	تناؤ $ت_1$	لوک $ت_1$	تناؤ ت	لوک ت	*۲٫۳ × (لوک ت - لوک $ت_1$) / ط = مہ
۹۰°					
۱۸۰°					
۲۷۰°					
وغیرہ					اوسط قیمت مہ =

* یہاں ط کی پیمائش نیم قطریوں میں ہونی چاہیئے۔

مفصلۂ ذیل دو مُنحنیوں کے ذریعہ اِن نتیجوں کی تعبیر کرو:۔

(۱) (ت۔ ت) کی قیمتوں کو معین اور زاویۂ تماس کی قیمتوں کو فصلے مان کر ایک مُنحنی تیار کرو۔ یہ منحنی اِس امر کی تشریح کریگا کہ تناؤ زاویۂ تماس کے ساتھ ساتھ اِسی طرح بڑھتا ہے جس طرح روپیہ کی رقم مرکب سود کے حساب سے بڑھتی ہے۔

دونوں عملی اور نظری طبیعیات میں اِس مُنحنی کی اہمیت بہت زیادہ ہے۔ مثلاً قصری ارتعاش اور نیوٹن کے کُلیۂ تبرید کے مسئلوں میں حاصل شدہ نتائج سے جو منحنی تیار ہوتا ہے اُس کی شکل بجنسہٖ ایسی ہی ہوتی ہے۔

(۲) (لوک ت۔ لوک ت) کی قیمتوں کو معین اور زاویہ کی قیمتوں کو فصلے مان کر ایک دُوسرا مُنحنی تیار کرو۔ مختلف حاصل شدہ نقطے ایک ہی خطِ مستقیم پر واقع ہونگے۔

فصل ششم

مشینیں

اِستعداد، قوائی نسبت

اور

رفتاری نسبت

مشین اُس آلہ کو کہتے ہیں جس کے ذریعہ داخل کی ہوئی توانائی کے باعث کام حاصل ہوتا ہے۔ جیلی توانائی کے سوا کسی دُوسری توانائی کی رسد سے جب کام حاصل ہوتا ہے تو اُس صورت میں مشین کے بجائے ''اِنجن'' کا لفظ عموماً استعمال کیا جاتا ہے۔ لیکن یہاں پر ہم صرف مشینوں ہی سے بحث کرینگے۔

استعداد

کسی شکل کی مشین میں داخل کی ہوئی توانائی کا صرف ایک حصّہ فی الحقیقت مفید کام کے کرنے میں لگایا جاتا ہے۔ اور توانائی کا بقیہ حصّہ مشین کے اندر رگڑ کے مقابلے میں ضائع ہو جاتا ہے۔ جتنی زیادہ ''استعداد'' والی مشین ہوتی ہے، داخل کی ہوئی توانائی کا

اُتنا ہی زیادہ حصّہ کار آمد کام میں صرف ہوتا ہے۔ پس ہم کہتے ہیں کہ مشین کی استعداد سے وہ نسبت مُراد ہے جو حاصِل شدہ مفید کام کو مجموعی داخل شدہ توانائی کے ساتھ ہے۔ یعنی

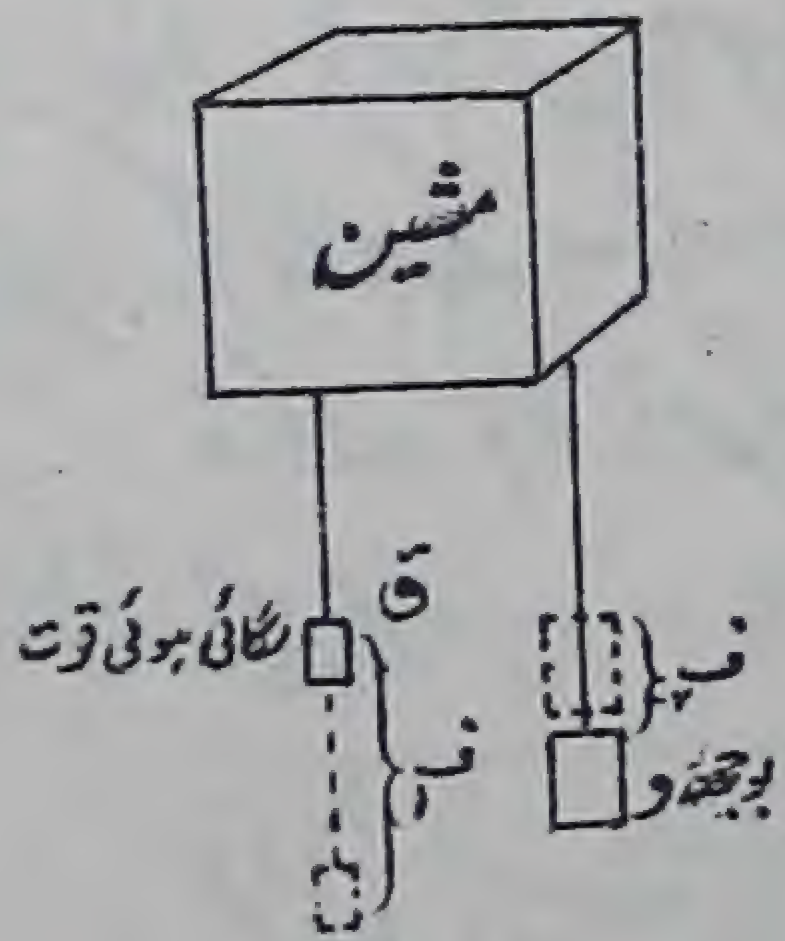
استعداد = حاصل شدہ مفید کام / داخل شدہ توانائی

کامل مشین وہ مشین ہوگی جو داخل شدہ توانائی سے پُورا فائدہ اُٹھائیگی۔ یعنی کامل مشین سے وہ مشین مُراد ہے جس میں حاصل شدہ مفید کام داخل شدہ توانائی کے برابر ہوتا ہے۔ بناء بریں

کامل مشین کی استعداد عدد ایک سے ظاہر کی جاتی ہے۔

ہر ایک قسم کی مشین میں (جیسا کہ شکل ۵۳ سے واضح ہے) فصل ف۱ تک عمل کرنیوالی کوئی قوت ق لگاکر توانائی داخل کی جاتی ہے اور مشین مذکور میں فصل ف۲ تک کسی قوت و کے مقابلہ میں کام حاصل ہوتا ہے۔

جب لگائی ہوئی قوت ق کا نقطۂ عمل فصل ف۱ طے کرتا ہے تو مشین میں ق ف۱ توانائی داخل ہوجاتی ہے۔ اور اِتنے ہی وقت میں اگر قوت و کا نقطۂ عمل فصل ف۲ طے کرے تو حاصِل شدہ مفید کام کی مقدار و ف۲ ہوگی۔

مشین
ق لگائی ہوئی قوت
ف۱
ف۲
بوجھ و

شکل ۵۳۔ مشین کا اصول

پس مشین کی استعداد حسبِ ذیل رشتہ سے حاصل ہوگی:-

استعداد ع = و ف۲ / ق ف۱

مفادِ حیلی یا قوائی نسبت

عموماً مشین اِس ساخت کی بنائی جاتی ہے کہ اُس میں ایک چھوٹی سی قوت ق لگاکر کہیں زیادہ مقدار کا بوجھ و مغلوب کرلیا جاسکے۔

نسبت $\frac{\text{مشین سے مغلوب بوجھ}}{\text{مشین میں لگائی ہوئی قوت}}$ کو مفادِ حیلی کہتے ہیں۔

کیونکہ بالعموم اِس نسبت سے "نفع قوت" کی تعبیر ہوتی ہے۔

مگر یہ صورت ہمیشہ حاصل نہیں ہوتی۔ کیونکہ ایک بہت بڑی قوت ق کو ایک چھوٹے فاصلے تک عمل میں لاکر ایک چھوٹے بوجھ کو ہم کہیں بڑے فاصلہ تک اُٹھا سکتے ہیں۔ حالتِ مذکور میں نسبت $\frac{\text{و}}{\text{ق}}$ ایک سے کم ہوگی۔ یعنی یہاں اِس نسبت سے "نفع قوت" کے بجائے "نقصانِ قوت" کی تعبیر ہوتی ہے۔ لہٰذا مفادِ حیلی کے نام کے غلط استعمال سے بچنے کے لئے بعض اوقات یہ نسبت قوائی نسبت کے نام سے موسوم کی جاتی ہے۔ موخرالذکر نام کُل صُورتوں پر حاوی ہے اور بعض اوقات نسبت $\frac{\text{و}}{\text{ق}}$ کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔

مذکورۂ بالا امر کو ہم ریاضی کی زبان میں حسبِ ذیل بیان کرسکتے ہیں:۔

$$\text{قوائی نسبت یا مفادِ حیلی} = \frac{\text{مغلوب بوجھ}}{\text{مشین میں لگائی ہوئی قوت}}$$

رفتاری نسبت

عموماً یہ دیکھا جاتا ہے کہ لگائی ہوئی قوت اور بوجھ کے

نقاطِ عمل کے طے کیئے ہوئے فاصلے آپس میں برابر نہیں ہوتے۔ مشین کے کامل ہونے کی صورت میں و ف$_۲$ کو ق ف$_۱$ کے مساوی ہونا چاہیئے۔ یعنی

کامل مشین میں $\frac{ف_۱}{ف_۲} = \frac{و}{ق}$

بہرحال ایسی تکمل صورت کبھی نصیب نہیں ہوتی اور ہمیشہ

$و ف_۲ > ق ف_۱$

یعنی $\frac{و}{ق} > \frac{ف_۱}{ف_۲}$

عموماً فاصلے ف$_۱$ اور ف$_۲$ مشین کے پُرزوں کی ساخت کے لاحظہ سے یا مشین کے مختلف حصّوں کی پیمائش سے دریافت ہوسکتے ہیں۔ اگر مشین کے پُرزے بند بھی ہوں تو کسی فاصلہ ف$_۱$ کے جواب میں فاصلہ ف$_۲$ کی پیمائش بہ آسانی ہوسکتی ہے۔ لہذا یہ ہمیشہ ممکن ہے کہ نسبت $\frac{ف_۱}{ف_۲}$ خواہ پُرزوں کے محض معائنہ سے یا براہِ راست پیمائش سے دریافت ہوسکے۔

نسبت $\frac{ف_۱}{ف_۲}$ سے وہ نسبت مُراد ہے جو لگائی ہوئی قوت کے نقطۂ عمل کے طے کردہ فاصلے کو اُتنے ہی وقت میں بوجھ کے نقطۂ عمل کے طے کردہ فاصلے کے ساتھ ہے۔ چونکہ دونوں قوتوں کے اوقاتِ عمل ایک ہی ہیں اس لئے

$$\text{نسبت } \frac{ف_۱}{ف_۲} = \frac{\text{لگائی ہوئی قوت کے نقطۂ عمل کی رفتار}}{\text{بوجھ کے نقطۂ عمل کی رفتار}}$$

فنِ انجنیری کے نقطۂ نظر سے کام کرنے کی شرح 'مقدارِ کام کے مقابلہ میں زیادہ اہمیّت رکھتی ہے اور اِس بناء پر طے شدہ فاصلے کے مقابلے میں حرکت کی شرح' کو انجنیری خیالات کے ساتھ زیادہ موزونیت ہے۔ اس لئے ان طے شدہ فاصلوں کی باہمی نسبت کو عموماً رفتاری نسبت کے نام سے موسوم کرتے ہیں۔

کیونکہ رفتاریں اِن فاصلوں کے تناسب ہیں۔یعنی

$$\text{رفتاری نسبت} = \frac{\text{لگائی ہوئی قوت کا طے کردہ فاصلہ}}{\text{بوجھ کی مزاحمت کا فاصلہ}}$$

اگر کسی خاص غرض کے لئے مشین کا انتخاب منظور ہو تو سب سے پہلے مطلوبہ مفادِ حیلی یا قوائی نسبت کا اندازہ لگا لینا چاہئے۔اور منتخبہ مشین ایسی ہونی چاہیئے کہ اُس کی رفتاری نسبت مذکورۂ بالا مفادِ حیلی سے اِس قدر بڑی ہو کہ مشین کے اندر رگڑ کی وجہ سے جو نقصان ہوتا ہے اُس کی تلافی کافی طور پر ہو جائے۔(ذیل کا نوٹ دیکھو)۔

رفتاری نسبت، مفادِ حیلی (یا قوائی نسبت) اور استعداد کے درمیان باہمی رشتہ

ہم دیکھ چکے ہیں کہ استعداد حسبِ ذیل طریقہ سے ظاہر کی جاسکتی ہے:—

$$ع = \frac{و ف_2}{ق ف_1}$$

اِس نسبت کو ہم ایک مناسب شکل میں یوں بھی لکھ سکتے ہیں:—

$$ع = \frac{\frac{و}{ق}}{\frac{ف_1}{ف_2}}$$

$$\text{یعنی}\quad \text{استعداد} = \frac{\text{مفادِ حیلی یا (قوائی نسبت)}}{\text{رفتاری نسبت}}$$

پس اگر مشین کا مفادِ حیلی تجربۃً دریافت ہو جائے اور اِس کی رفتاری نسبت کی قیمت پیمائش یا ملاحظہ سے معلوم ہو جائے تو اِن دونوں کی خارجِ قسمت سے استعداد کی قیمت قابلِ حصول ہے۔

نوٹ۔ کچھ تجربہ کے بعد مختلف اقسام کی مشینوں کی اِستعدادِ ممکنہ

کا اندازہ کافی صحت کے ساتھ لگایا جا سکتا ہے۔ اگر کسی مشین کی رفتاری نسبت حسبِ متذکرۂ بالا دریافت ہو جائے تو اُس کی ممکنہ قوائی نسبت (مفادِ حیلی) ذیل کے رشتہ سے سرسری طور پر معلوم ہو سکتی ہے:۔

مفادِ حیلی = رفتاری نسبت × استعداد

اور اِس طرح سے، کسی خاص ضرورت کے لحاظ سے، مشینِ مذکور کی موزونیت کا اندازہ لگایا جا سکتا ہے۔

۲۔ مختلف اقسام کی مشینوں کی استعداد، وغیرہ، کی تعیین

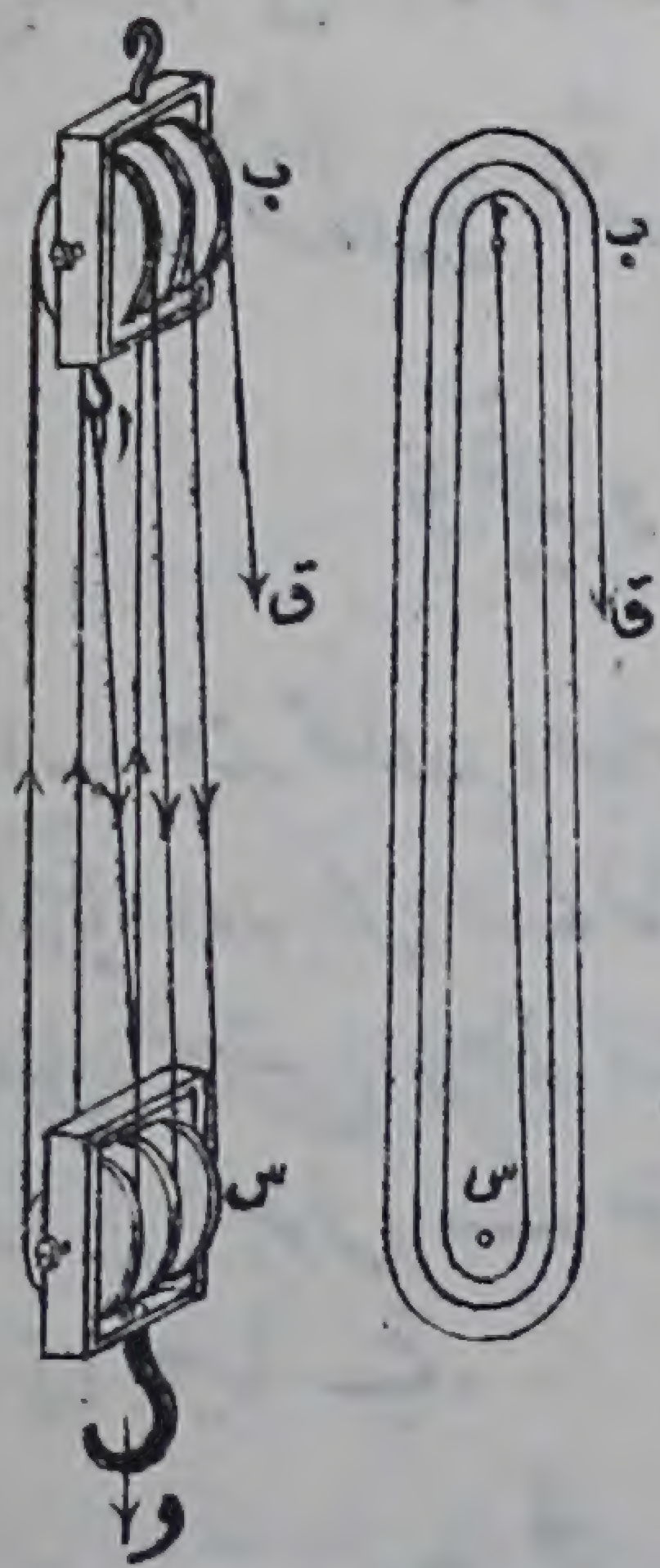
اب چند مختلف اقسام کی مروجہ مشینوں کی ساخت پر بحث کی جائیگی اور اِس کے ساتھ ساتھ یہ بھی بتلایا جائیگا کہ اِن کی رفتاری نسبتیں ملاحظہ سے کس طرح دریافت ہو سکتی ہیں۔ کُل قِسموں کی مشینوں کے مفادِ حیلی دریافت کرنے کا طریقہ تقریباً ایک ہی جیسا ہے۔

چرخی کے بُلاق

چرخیوں کے بلاق کا وہ نظام جس پر یہاں بحث کی جائیگی تین تین چرخیوں کے دو بُلاقوں پر مشتمل ہے (شکل ۵۴)۔ اُوپر والا بلاق ایک شہتیر میں ثابت رہتا ہے اور نیچے والا بلاق اول الذکر بلاق سے ایک ایسی مسلسل ڈوری کے ذریعہ لٹکایا جاتا ہے جو ہر چرخی پر سے گزرتی ہے۔ اِس ڈوری کا ایک سِرا ا اُوپر والے بلاق کے ڈھانچے سے بندھا رہتا ہے۔ اور اُس کا دُوسرا سِرا ب نیچے کی طرف لٹکتا ہے جس کو لگائی ہوئی قوت ق کھینچتی ہے۔

بوجھ و نیچے والے بلاق کے ڈھانچے سے لٹکایا جاتا ہے۔

تجربہ ۴۴۔ چرخی کے بلاق کے ایک جوڑے کی اِستعداد — استعداد کی دریافت کے لئے دو تجربے درکار ہیں:-

(۱) معائنہ سے رفتاری نسبت کی تعیین۔ اگر ڈوری کا سرا ب فصل ف ا تک نیچے کی طرف کھینچا جائے تو چرخیوں پر چڑھی ہوئی ڈوری کا مجموعہ طول، فصل ف، کے مساوی کم ہو جائیگا۔ طول کی یہ کمی ب اور ا کے درمیان ڈوری کے کُل انتصابی حصّوں پر برابر برابر تقسیم ہوجائیگی کیونکہ نیچے والی کُل چرخیاں اُوپر کی طرف ایک ساتھ اُٹھتی ہیں۔ لہذا چونکہ ڈوری کے انتصابی حِصّے تعداد میں چھ ہیں اِس لئے نیچے اور اُوپر والے بلاق کے درمیان ڈوری کے ہر حصہ میں طول $\frac{ف}{۶}$ کی کمی واقع ہوگی۔

شکل ۵۴۔ چرخی کے بلاق

اگر نیچے والے بلاق کا مرکز س ہو تو س، فصل $\frac{ف}{۶}$ تک اُوپر کی طرف اُٹھ جائیگا۔ اور یہ وہ فصل ہے جہاں تک بوجھ و اُوپر اُٹھیگا یعنی

$$ف_۲ = \frac{ف}{۶}$$

اِس لئے رفتاری نسبت = $\frac{ف}{ف_۲}$ = ۶

اِسی طریقہ سے چرخیوں کے کسی اور نظام کی "رفتاری نسبت" بہ آسانی دریافت کی جاسکتی ہے۔

(۲) **مفادِ حیلی کی عملی تعیین** — تجربہ خانہ کے استعمال کے لئے

جو آلات بنائے جاتے ہیں اُن میں اکثر اقسام کے آلات میں نیچے والے بلاق کا وزن "بوجھ" کی مناسبت سے بہت زیادہ ہوتا ہے۔ لیکن فنِ انجنیری میں جو بلاق استعمال ہوتے ہیں اُن کا وزن اُٹھنے والے "بوجھ" کے مقابلے میں کہیں کم رہتا ہے۔

اِس لئے نیچے والے بلاق کا وزن اگر بوجھ میں نہ محسوب کرلیا جائے یا لگائی ہوئی قوت کا وہ حصّہ جو صرف بلاق کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے قوت ق سے نہ گھٹا لیا جائے تو ایسے نظام کی عملی استعداد کے متعلق غلط معلومات حاصل ہونگی اور استعداد کی حاصل شدہ قیمت عملی استعداد کی قیمت سے کم ہوگی۔

اِس لئے مفادِ حیلی محسوب کرنے کے وقت آیا وہ قوتِ قب جو صرف نیچے والے بلاق کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے ق سے گھٹا لی جاتی ہے یا بوجھ و میں بلاق کا ذاتی وزن شریک کرلیا جاتا ہے۔ مگر یاد رہے کہ بلاق کے اُٹھانے میں جو کام صرف ہوتا ہے وہ کارآمد نہیں۔

اگر چرخی کے بلاق کا وزن معلوم ہو تو ظاہر ہے کہ نسبت $\frac{و}{ق}$ کے دریافت کرنے کا طریقہ یہ ہوگا کہ بلاق کا ذاتی وزن بوجھ و میں شریک کرلیا جائے۔ اِس صورت میں بلاق کا وزن، بوجھ کا ایک حصّہ تصوّر کیا جائیگا۔

اگر چرخی کے بلاق کا وزن معلوم نہ ہو تو وہ قوت قب دریافت کرو جو صرف بلاق کو اٹھانے کے لئے درکار ہے اب بلاق سے و وزن کا ایک بوجھ لٹکاؤ تو بلاق اور بوجھ کو اٹھانے کے لئے ایک دُوسری قوت ق۱ درکار ہوگی۔ اِس لئے قوت ق جو صرف بوجھ و کو اُٹھانے کے لئے درکار ہے
ق۱ ـ قب کے مساوی ہوگی۔

تو تم قب اور ق۱ اِس طرح درست کرو کہ اگر مشین کو خفیف سی بھی حرکت دی جائے تو وہ عمل کرنے لگے۔

اِس طرح پانچ یا چھ مختلف بوجھ لے کر مندرجۂ بالا چرخیوں کے بلاقوں کے جوڑے کا مُفادِ حیلی دریافت کرو۔ اور مُشاہدات کو مندرجۂ ذیل جدولوں کی شکل میں ترتیب دو :-

(ا) اگر بُلاق کا وزن معلوم ہو (مثلاً ۷۰ گرام)

شمار تجربہ	بلاق سے لٹکا ہوُا بوجھ و۱ گرام	لگائی ہوئی قوت ق	مجموعۂ بوجھ بلاق مع و	و/ق
۱	۲۰۰	۱۱۰	۲۷۰	۲٫۴۵
۲	۴۰۰	۱۹۰	۴۷۰	۲٫۴۷
۳	۶۰۰	۲۷۰	۶۷۰	۲٫۴۸
۴	۸۰۰	۳۷۰	۸۷۰	۲٫۳۵
۵	۱۰۰۰	۴۵۰	۱۰۷۰	۲٫۳۸

آخیر خانے کی رقموں کا اوسط = اوسط مفادِ حیلی = ۲٫۴۴

(ب) اگر بلاق کا وزن معلوم نہ ہو۔

صرف بلاق کو اُٹھانے کے لئے جو قوت درکار ہے = ق۱ = ۳۰ گرام (مثلاً)

شمار تجربہ	بلاق سے لٹکا ہوُا بوجھ و گرام	لگائی ہوئی مجموعہ قوت ق	بوجھ و کے لئے جو قوت درکار ہے ق = ق - ق۱	و/ق
۱	۲۰۰	۱۱۰	۸۰	۲٫۵۰
۲	۴۰۰	۱۹۰	۱۶۰	۲٫۵۰
۳	۶۰۰	۲۷۰	۲۴۰	۲٫۵۰
۴	۸۰۰	۳۷۰	۳۴۰	۲٫۳۵
۵	۱۰۰۰	۴۵۰	۴۲۰	۲٫۳۸

آخیر خانے کی رقموں کا اوسط = اوسط مفادِ حیلی = ۲٫۴۵

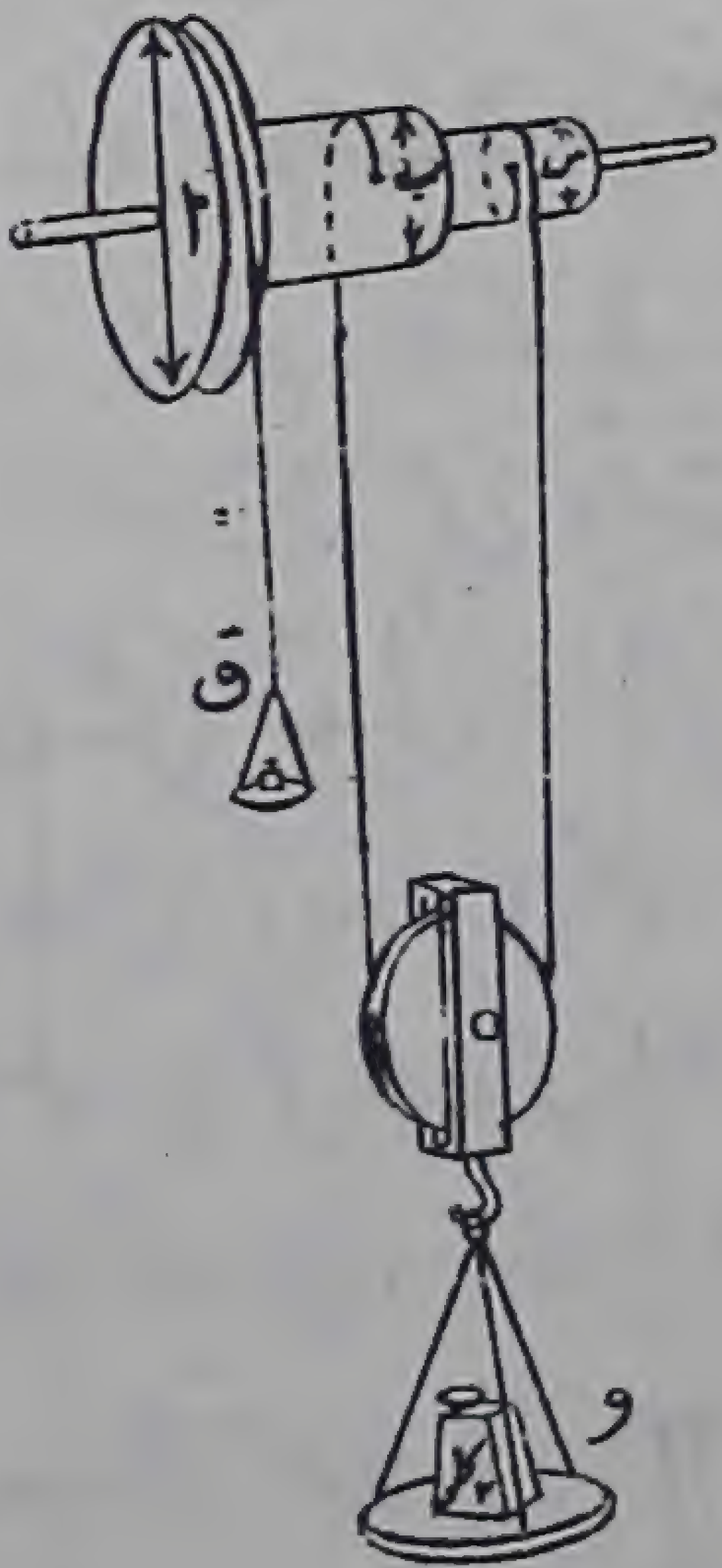
نوٹ۔ اگر بوجھ و یا قوت ق لگانے کے لئے ترازو کا پلڑا درکار ہو تو اِس پلڑے کا وزن بھی شریک حساب رہے۔

ٹبلاق کے جوڑے کے مفادِ حیلی اور رفتاری نسبت دریافت کرلینے کے بعد استعداد کو مندرجہ ذیل مساوات سے ظاہر کرو:۔

ع = مفادِ حیلی / رفتاری نسبت

= ۲٫۴۵ / ۶ = ۰٫۴۱ = ۴۱ فیصد

تفریقی چرخ اور محور

چونکہ اِس آلہ سے تجربہ خانوں میں اکثر کام پڑتا ہے اور اِس کے "تفریقی" اصول کا اطلاق عموماً بندش (Gearing) کی تمام عملی شکلوں پر ہوتا ہے اِس لئے ہم اِس آلہ کو ایک مناسب اور بکارآمد قسم کی مشین تصور کرکے اِس پر بالتفصیل بحث کرینگے شکل ۵۵ پر غور کرو۔ لگائی ہوئی قوت ق ایک ایسی ڈوری پر عمل کرتی ہے جو بڑے قطر کے چرخ پر لپٹی ہوئی ہوتی ہے۔ یہ چرخ ایک ایسے محور سے جُڑا ہُوا ہوتا ہے جس کے دو حصّوں کے قطر مختلف ہیں اور محور مذکور کے اِن دو حصّوں پر ایک دُوسری ڈوری کے دونوں سرے متضاد سمتوں میں لپیٹے جاتے ہیں۔ اِس ڈوری کے لٹکتے ہوئے حلقے پر ایک ایسی

شکل ۵۵۔ مرکب چرخ اور محور

چرخی چڑھی رہتی ہے جس کے ڈھانچے سے بوجھ و لٹکایا جاتا ہے۔
تمام آلہ کو ایک دھاتی نکلے پر چڑھا کر دو مناسب براکٹوں (Brackets)
پر اِس طرح سہارا دیا جاتا ہے کہ وہ آزادی سے گھُوم سکے۔

تجربہ ۸ ء ۴۵ ۔ مرکب چرخ اور محور یا تفریقی چرخ اور محور ـــ

تجربہ دو حصّوں پر منقسم ہے:۔

(۱) **رفتاری نسبت کی تعیین** ـــ جب چرخ پر لپٹی ہوئی ڈوری نیچے کی طرف یوں کھینچی جاتی ہے کہ ڈوری چرخ سے کھُلتی جائے تو آلہ اِس طرح گردش کرتا ہے کہ دُوسری ڈوری بڑے قطر کے محور پر لپٹتی جاتی ہے اور چھوٹے قطر کے محور پر سے کھُلتی جاتی ہے۔
آلے کی ایک پُوری گردش پر غور کرو۔ فرض کرو کہ چرخ کا قطر ا ہے اور محور کے موٹے اور تپلے حصّوں کے قطر بالترتیب ب اور س ہیں۔

جب آلہ ایک مکمل گردش کر چکتا ہے تو لگائی ہُوئی قوت چرخ کے محیط کے برابر فصل تک عمل کرتی ہے۔ یعنی

$$ف_ا = \pi ا$$

اِتنے ہی وقت میں دُوسری ڈوری کے اُس حصّہ کی لمبائی میں بھی تبدیلی واقع ہوتی ہے جو محور سے باہر لٹکتا ہے۔ π ب طول کی ڈوری محور کے موٹے حصّہ پر لپٹ جاتی ہے مگر π س طول کی ڈوری محور کے تپلے حصّہ پر سے کھُل جاتی ہے اِس لئے ڈوری کے آزاد حصّے کے طول میں فی الحقیقت π ب ۔ π س یا π (ب ۔ س) کی کمی واقع ہوتی ہے۔ یہ کمی حلقہ کے دونوں طرف برابر برابر تقسیم ہوجاتی ہے۔ اِس لئے چھوٹی چرخی مذکورہ بالا حلقہ کی کمی کے صِرف نصف فاصلہ تک اُوپر اُٹھتی ہے۔ یعنی بوجھ فاصلہ $\frac{1}{2}$ π (ب ۔ س) تک اُوپر

اٹھتا ہے۔ یا

$$ف\,م = \text{۱۱}\frac{(ب-س)}{۲}$$

اِس لئے رفتاری نسبت $= \frac{\text{۱}\,\text{۱۱}}{\frac{\text{۱۱}}{۲}(ب-س)}$

$$= \frac{\text{۲}\,\text{۱}}{ب-س}$$

چرخ کا قُطر اور محور کے دو حِصّوں کے قُطر سرل چاپ کی مدد سے ناپو یا محیطوں کی پیمائش براہ راست خواہ ڈوری اور پیمانے کی مدد سے یا کسی لچکدار پیمائشی فیتہ کے ذریعہ کرو۔ اور ان معلومات سے رفتاری نسبت دریافت کرو۔

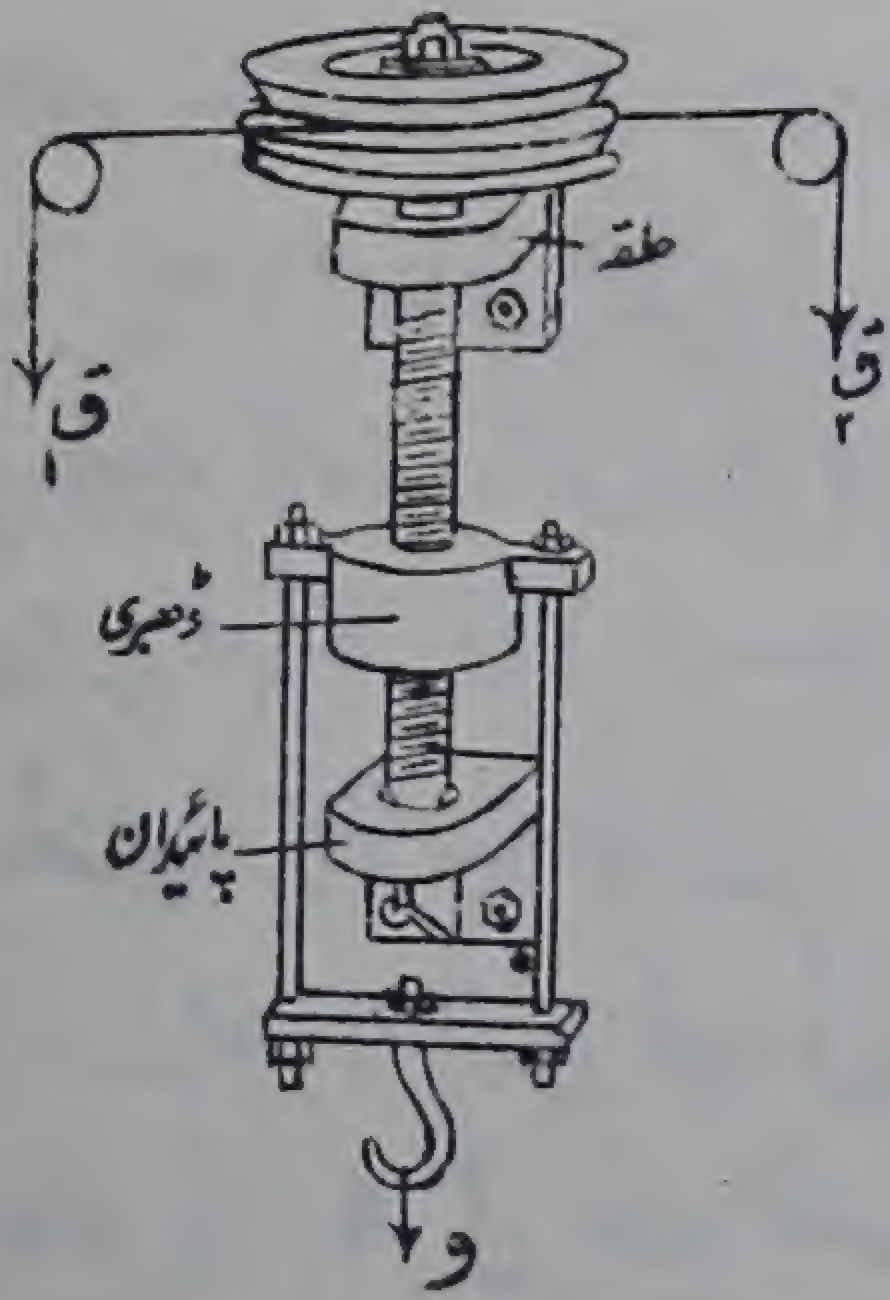
(۲) مفادِ حیلی کی تعیین۔ جیساکہ چرخیوں کے بلاق کے بیان کے تحت میں (تجربہ ۴۲) بتایا جا چکا ہے مفادِ حیلی دریافت کرو۔ اِس امر کا لحاظ رہے کہ چرخی اور ترازو کے پلڑوں کے وزن بھی شریکِ حساب ہوں۔

بعد ازاں آلہ کی اِستعداد دریافت کرو۔ اِس کی قیمت غالباً ۸۵ یا ۹۰ فی صد تک ملیگی۔

پیچ

مختلف اقسام کی مشینوں میں پیچوں کی ترکیب کا استعمال بہت ہی عام ہوتا ہے بالخصوص جبکہ بہت بڑا مفادِ حیلی مطلوب ہو۔ عملیات میں پیچ اکثر اوقات پیچیدہ کل کا ایک جزو ہوتا ہے۔ اگرچہ بعض اوقات یہ بذاتِ خود بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ اِس کل کی عام مثال شہ پیچ ہے جو ٹائیر (Tyre) چڑھانے کے وقت موٹر گاڑی کے دُھرے کو یا کسی اور بھاری وزن کو اُٹھانے میں اِستعمال کیا جاتا ہے۔ خصوصاً جہاں صرف دستی مزدوری (Hand Labour)

میسّر ہوتی ہے۔

تجربہ میں جو پیچ استعمال ہوتا ہے اُس میں عموماً بڑے قُطر کی ایک چرخی لگی رہتی ہے جس کے گرد ڈوری لپیٹی جاتی ہے۔ اس ڈوری کے دونوں سرے آلہ کے بازوؤں میں دو چھوٹی ثابت چرخیوں پر سے گزرتے ہیں (جیسا کہ شکل ۵۶ سے واضح ہے) اور اِن سروں پر بندھے ہوئے پلڑوں میں رکھے ہوئے وزن کی وجہ سے ڈوری کھنچتی ہے۔ اکثر اوقات عملیات میں متذکرۂ بالا بڑے قطر والی چرخی اور ڈوری کے عوض T شکل کا ایک دستہ استعمال کیا جاتا ہے۔

پیچ پر ایک بڑی ڈھبری چڑھی رہتی ہے اور اِس ڈھبری میں ایک جُوا لگا رہتا ہے جو بوجھ و کو اُٹھاتا ہے۔ پیچ کا نیچے والا سِرا ایک ثابت پائیدان پر اِس طرح قائم ہے کہ وہ آزادی سے گھوم سکے اور اُوپر کا سِرا (جس پر بڑی چرخی لگی ہے) ایک ثابت حلقے میں سے آزادانہ گزرتا ہے۔ آلہ کے ایک مروج نمونہ کی تصویر شکل ۵۶ سے واضح ہے۔ مگر اِس شکل میں وہ ڈھانچہ جس پر چھوٹی چرخیاں قائم ہیں نہیں دکھایا گیا ہے۔ اِس کے سوا دُوسری قسم کے اَور نمونے بھی اکثر اوقات تجربہ خانوں میں مستعمل ہوتے ہیں۔ بعض اوقات بڑی چرخی صرف ایک وزن سے کھینچی جاتی ہے۔ اور کبھی کبھی دو ڈوریاں لگائی جاتی ہیں اور اِن سے دو وزن لٹکائے جاتے ہیں۔ جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

حلقہ
ق
ق
ڈھبری
پائیدان
و

شکل ۵۶۔ پیچ

موخر الذکر نمونہ قابلِ ترجیح ہے۔ کیونکہ اگر ق۱ اور ق۲ مساوی ہوں تو پیچ دائیں یا بائیں کو کھنچنے سے باز رہتا ہے۔ لیکن صرف ایک غیر متوازن قوت کے استعمال کرنے میں پیچ حلقے کے ایک طرف کھنچ جاتا ہے جس کی وجہ سے رگڑ اور گھساؤ میں اضافہ ہوجاتا ہے۔

اگر کوئی مناسب ذریعہ گردشی حرکت کو روکنے کے لئے استعمال نہ کیا جائے تو پیچ کو گھمانے کے وقت ڈِھبری بھی گھومنے کا تقاضا کریگی۔ اِس حرکت کو روکنے کے لئے جو عام بندش استعمال کی جاتی ہے وہ ایک یا دو سلاخوں پر مشتمل ہے۔ یہ سلاخیں آلہ کے ڈھانچے میں جکڑی رہتی ہیں اور سلاخ کا ایک سرا مذکورۂ بالا حلقہ میں ثابت ہوتا ہے اور دوسرا سرا پائیدان میں۔ ڈھبری میں نالیاں بنی رہتی ہیں جن میں سے مذکورۂ بالا سلاخیں ٹھیک پھنس کر گزرتی ہیں۔ ایسے انتظام سے پیچ کے گھومنے کے وقت ڈھبری گھومنے سے باز رہتی ہے۔ اور اِس میں جو کچھ حرکت پیدا ہوتی ہے وہ صرف پیچ کی گھائی کے متوازی ہوتی ہے۔ پیچ کی گردش کی سمت کے لحاظ سے "بوجھ" چڑھتا یا اترتا ہے۔ یہ سلاخیں شکل میں دکھائی نہیں گئی ہیں۔

تجربہ ۴۶۔ پیچ کی استعداد کی تعیین — اگر پیچ سے کارگر کام لینا ہو تو یہ لازمی ہے کہ مذکورۂ بالا حلقہ، اور پائیدان، سلاخ اور ڈھبری، وغیرہ، میں اچھی طرح تیل دیا جائے خاص کر پیچ کی چوڑیوں میں تیل دینا نہایت ضروری ہے کیونکہ رگڑ کا زیادہ تر حصہ پیچ اور ڈھبری ہی کے درمیان عمل کرتا ہے۔

(۱) رفتاری نسبت کی تعیین — فرض کرو کہ پیچ کے اوپر والے سرے کی چرخی کا قطر ا ہے۔ تب پیچ کی

ایک کامل گردش میں لگائی ہوئی قوت (یا قوتیں) چرخی کے محیط کے برابر فاصلہ نیچے کی طرف طے کرتی ہے۔ یعنی پیچ کی ایک گردش کا لحاظ کرتے ہوئے۔

ف = ۲π ر

اتنے ہی وقت میں پیچ، ڈھبری کے اندر ایک گردش کرکے آگے بڑھتا ہے یعنی ڈھبری اتنے فصل تک اُٹھ جاتی ہے جو پیچ کی گھائی کے مساوی ہوتا ہے اگر پیچ کی گھائی = گھ تو ظاہر ہے کہ ف۲ = گھ

اور رفتاری نسبت = ۲π ر / گھ

چرخی کا قُطر ایک بڑے سرل چاپ کی مدد سے ناپو لیکن اِس بات کی احتیاط رکھی جائے کہ پیمائش شدہ قُطر اُس مقام کا قُطر ہو جہاں ڈوریوں کی نیچے والی سطحیں مس کرتی ہوں۔ اگر سرل چاپ میسّر نہ ہو تو ڈوری اور پیمانے کی مدد سے چرخی کا محیط براہِ راست دریافت کرلو۔ پیچ کی گھائی ناپنے کے لئے مندرجۂ ذیل طریقہ اختیار کرو:—

صاف کاغذ کا ایک ٹکڑا لے کر اُس کو پیچ کی کچھ لمبائی تک اِس طرح دباؤ کہ کاغذ پر چوڑیوں کے نشان پڑجائیں۔ اب اُس کاغذ پر تقریباً ۲۰ چوڑیوں کا درمیانی فاصلہ ناپ لو۔ اِس پیمائش سے گھائی دریافت ہوجائیگی۔ یاد رہے کہ پیچ کی گھائی سے وہ دو متشابہ نقطوں کا عمودی فاصلہ مُراد ہے جو ایک ہی چوڑی کے دو متواتر گھماؤ (Turns) پر واقع ہیں۔ اِس امر کی توضیح (شکل ۷۰) کے ملاحظہ سے بخوبی ہوجائیگی۔

مذکورۂ بالا معلومات سے رفتاری نسبت محسوب کرو۔

(۲) **مُفادِ حیلی کی تعیین**۔ حسبِ تجربہ ۲۷ مُفادِ حیلی دریافت کرو۔ یہاں پر ڈھبری اور جوے کا وزن معلوم نہیں ہوسکتا

کیونکہ یہ پیچ سے ملحق ہیں۔ لہٰذا یہاں پہلے ف. کی قیمت دریافت کرنا ہوگی۔ یہ وہ قوت ہے جو صرف ڈھبری اور جوے کے اُٹھانے کو درکار ہے۔ اِس کے بعد مجموعی قوت ق۱ دریافت کرنا ہوگی جو "بوجھ"، "ڈھبری" اور جوے کو اُٹھاتی ہے۔ اِس لئے ق۱۔ ق. وہ قوت ق ہے جو صرف "بوجھ" و کے لئے درکار ہوگی۔

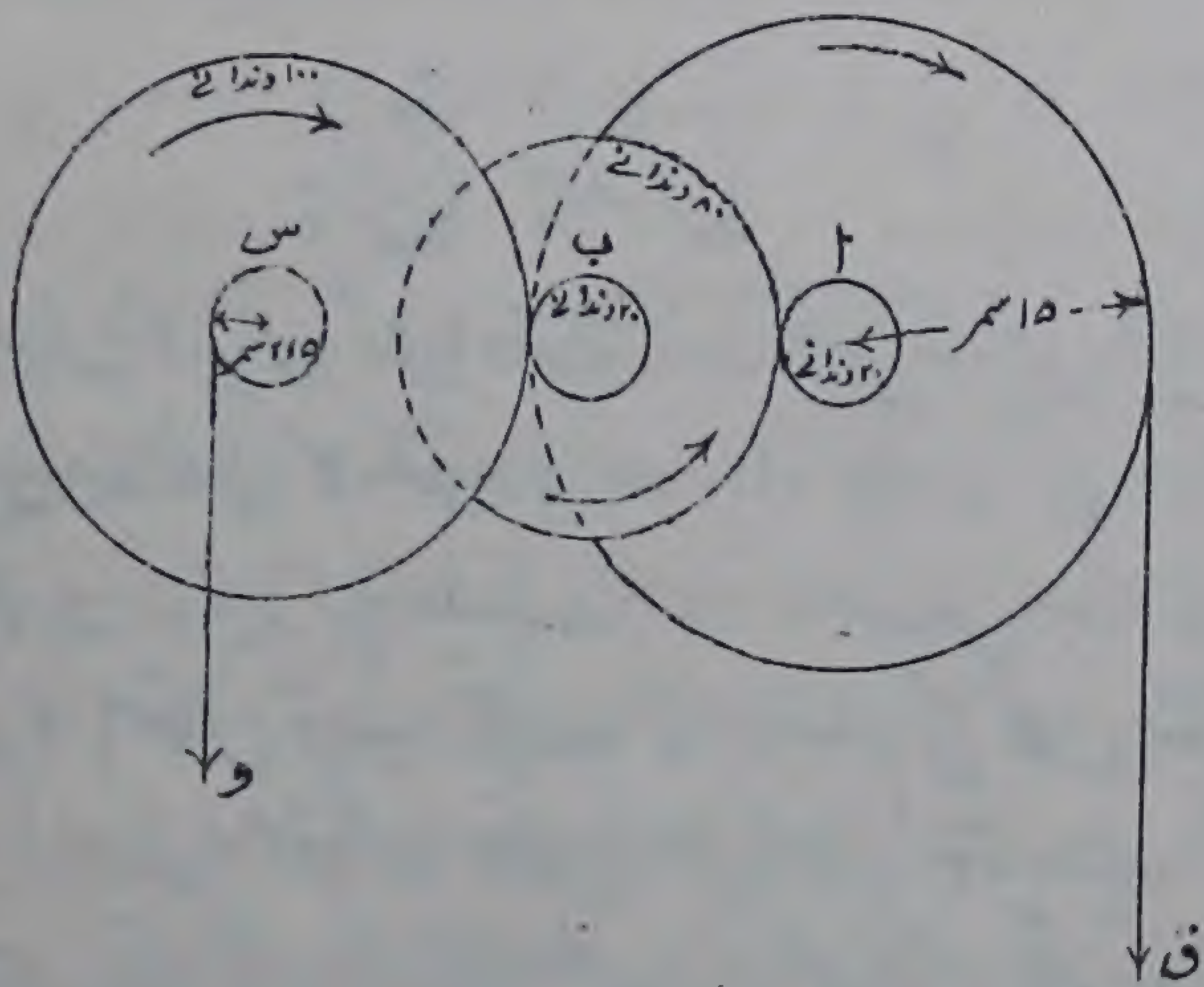
اگر مذکورۂ بالا بڑے قطر کی چرخی پر دو ڈوریاں لگی ہوں تو لگائی ہوئی قوت دونوں ڈوریوں سے لٹکے ہوئے وزن کے مجموعہ کے مساوی ہوگی۔

اب پیچ کی اِستعداد دریافت کرو۔ نتیجہ سے یہ معلوم ہوگا کہ کافی تیل دینے پر بھی پیچ کی اِستعداد بمشکلِ تمام ۲۰ فی صدی تک پہنچتی ہے۔ اور یہ بھی معلوم ہوجائیگا کہ اگر آلہ بد احتیاطی کی وجہ سے زنگ آلود ہوگیا ہو تو اِستعداد کی قیمت صرف ۷ یا ۸ فی صدی رہ جاتی ہے۔

چرخ بندی

مشینوں کا بیان اُس وقت تک تکمیل کو نہیں پہنچ سکتا جب تک کہ عام ترین بندشوں کا مثلاً دندانہ دار چرخوں کی بندش (Gearing) کا کچھ ذکر نہ کیا جائے۔ اِس بندش کی مختلف شکلوں کا اِستعمال قریب قریب تمام اقسام کی کلوں مثلاً گھڑیوں، موٹر گاڑیوں، خرادوں، متحرک حمّالوں، وغیرہ میں ہوتا ہے۔ مگر ہم یہاں صرف چرخ بندی کے ایک آسان سلسلہ پر بحث کرینگے اور پیچیدگی سے بچنے کے لئے صرف عددی مثال دی جائیگی۔

شکل ۵۷ پر غور کرو۔ تکلے ا پر ۱۵ سمر نصف قطر کا ایک بڑا ڈھول چڑھا ہوا ہے۔ اور اُسی تکلے پر ۲۰ دندانوں کا ایک دندانہ دار چرخ ڈھول سے جکڑا ہوا لگا ہے۔

موخرالذکر دندانہ دار چرخ ا تکلے ب پر چڑھے ہوئے ۸۰ دندانوں والے چرخ سے اِس طرح لگا ہُوا ہے کہ اگر ا چار گردشیں پُوری کرے تو ب پر کا بڑا چرخ صرف ایک بار گھُومتا ہے۔ ب پر کے بڑے چرخ میں ۲۰ دندانوں کا ایک چھوٹا چرخ جکڑا ہُوا ہے۔ اور یہ چرخ تکلے س پر کے بڑے چرخ کے دندانوں سے لگا ہوا ہے جس کے محیط میں ۱۰۰ دندانے ہیں۔ اِس لئے جب ا ۲۰ گردشیں پُوری کرتا ہے تو ب ۵ اور س صرف ا۔ تیسرے تکلے س پر ۲،۵ سمر کا ایک چھوٹا ڈھول چڑھا ہُوا ہے جس پر سے "بوجھ" و کو سنبھالنے والی ڈوری گذرتی ہے۔ اِس ڈھول پر ڈوری اِس طرح لپیٹی جاتی ہے کہ

شکل ۸۵ - چرخ بندی

جب ق نیچے اُترتا ہے تو و اُوپر چڑھتا ہے۔ موجودہ مسئلہ میں آسانی کی غرض سے تکلے س کی

صرف ایک گردش پر غور کرو۔

س کی ایک گردش میں "بوجھ" و اِتنے فصل تک چڑھتا ہے جو چھوٹے ڈھول کے محیط کے برابر ہے۔

یعنی ف۲ = ۲ π × ۲٫۵ سمر۔

س کی ہر گردش کے جواب میں ا ۲۰ مرتبہ گھومتا ہے اور اِس لئے ق بڑے ڈھول کے محیط کے بیس گنے فاصلے تک عمل کرتا ہے۔ یعنی

ف۱ = ۲۰ × ۲ π × ۱۵ سمر

اِس لئے رفتاری نسبت

$$= \frac{۲۰ \times ۲ \pi \times ۱۵}{۲ \pi \times ۲٫۵}$$

$$= ۱۲۰$$

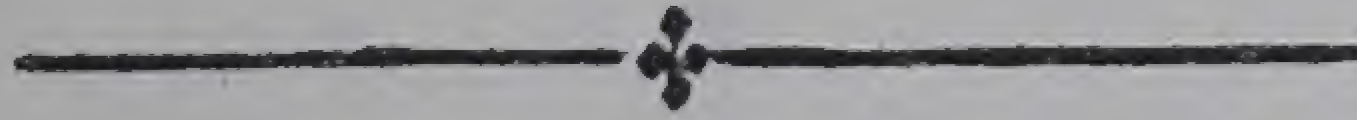
تجربہ ۴۷۔ چرخ بندی کے ایک نظام کی استعداد کی تعیین — چرخ بندی کے کسی نظام کی رفتاری نسبت دریافت کرو جیساکہ مذکورۂ بالا مثال میں بیان کیا جاچکا ہے۔ اور تجربہ ۴۴ کی طرح عملاً اِس کا مفادِ حیلی بھی دریافت کرو۔ اور اِن معلومات سے اِس کی استعداد کی قیمت اخذ کرو۔

چرخ بندی کے سلسلے کی استعداد کا اِنحصار زیادہ تر اِس امر پر ہے کہ دندانے صحت کے ساتھ کاٹے جائیں۔ متذکرۂ بالا سلسلہ کی طرح چرخ بندی کے ایک سادے سلسلے کی جس میں دندانے عمدہ طور پر کٹے ہوں استعداد کی قیمت ۹۵ فی صدی تک پہنچ سکتی ہے۔

نوٹ — فصل ہذا میں بحث کردہ کمیتیں و اور ق بالترتیب "بوجھ" اور "لگائی ہوئی قوت" کے نام سے موسوم کی گئی ہیں لیکن اکثر اوقات اِن کے لئے وزن اور طاقت کے نام بھی استعمال

ہوتے ہیں۔ وزن ایک عام کمیت ہے اِس لئے اِس کو ایک خاص کمیت کی طرح استعمال کرنا اعتراض سے خالی نہیں۔ "بوجھ" سائنس کی زبان میں کوئی خاص معنی نہیں رکھتا اِس لئے اِس نام کو یہاں وزن کے نام کے بجائے اِستعمال کرنا قابلِ ترجیح ہے۔ لفظ "طاقت" سائنس کی اصطلاح میں ایک خاص اور محدود معنی رکھتا ہے یعنی طاقت سے کام کرنے کی شرح مُراد ھے اِس لئے طاقت کو قوت کے معنوں میں ہرگز اِستعمال نہیں کرنا چاہیئے۔ بعض اوقات ق کی تعبیر کے لئے زور کا لفظ بھی اِستعمال کیا جاتا ہے لیکن کسی صورت میں اِس کا اِستعمال عام نہیں۔

فصل ہفتم

لچک

١- عام نظریہ۔

جب کوئی سی قوت کسی جسم پر عمل کرتی ہے تو جسم مذکور کی شکل میں کم و بیش بگاڑ پیدا ہوجاتا ہے۔ اور یہ بگاڑ بالعموم قوت کے ہٹا لینے پر غائب ہوجاتا ہے۔ جسم کا اپنی اصلی شکل میں واپس آجانا جسمِ مذکور کی اپنی اُس خاصیت کا نتیجہ ہے جس کو **لچک** کے نام سے موسوم کرتے ہیں۔

کُلیۂ ہوک[1]

اِس مضمون کی بنیاد **رابرٹ بائیل**[2] اور اُس کے مددگار **ھوک** نے ڈالی تھی اور وہ نہایت ہی ضروری اور اہم کُلیہ جو قوتِ عاملہ اور اِس سے پیدا شدہ بگاڑ کا باہمی تعلق بتاتا ہے کُلیۂ ہوک کے نام سے مشہور ہے۔ اِس کُلیہ کو ہم یوں بیان کرسکتے ہیں کہ تناؤ، بڑھاؤ کے متناسب ہے۔

---

[1] Hooke

[2] Robert Boyle

یا ٹھیک علمی زبان میں مذکورۂ بالا امر کو حسبِ ذیل بھی بیان کر سکتے ہیں:۔
زور، فساد کے متناسب ہے۔ (یہاں زور سے بگاڑ پیدا کرنے والی عام قوت مُراد ہے۔ اور فساد سے جسم کی شکل میں عام تغیر) کلیۂ ہوک کی صحت ایک خاص حد تک درست ہوتی ہے۔ چنانچہ اگر جسم پر عمل کرنے والا زور ایک خاص حد سے تجاوز کر جائے تو زور ہٹا لینے پر جسمِ مذکور اپنے ابتدائی ابعاد میں واپس نہیں آئیگا۔ وہ بڑے سے بڑا بگاڑ جو کسی شے میں دوامی بدشکلی پیدا نہیں کرتا شئے مذکور کی لچک کی انتہا کہلاتا ہے۔ ہوک کا کلیہ، لچک کی انتہا تک غایت درجہ کی قربت کے ساتھ درست پایا جاتا ہے۔

لچک کے مقیاس کی تعریف

زور اور فساد

متفرق اقسام کی اشیاء کی لچک والی خاصیتوں کے مقابلہ کرنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ مختلف نوعیت کی قوتوں کے زیرِ عمل جو "بگاڑ" پیدا ہوتے ہیں اُن کے متعلق کمّی علم حاصل کیا جائے۔

زور — جہاں تک پیدا شدہ بگاڑ کی مقدار سے بحث ہے قوت کا اثر، مقدارِ قوت پر اور اُس کے رقبۂ عمل پر بھی مبنی پایا جاتا ہے اور اثرِ مذکور، قوت فی اِکائی رقبہ کے متناسب ہوتا ہے۔ اِس لئے زور کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ

زور سے وہ قوت مُراد ہے جو اِکائی رقبہ پر عمل کرے۔

فساد۔ ایک دیئے ہوئے زور کے زیرِ عمل کسی جسم میں پیدا شدہ بگاڑ جسمِ مذکور کی جسامت پر منحصر ہے۔ مساوی مقدار کے تناؤ والے زور اگر ایک ہی قسم کے مختلف طول والے تاروں پر عمل کریں تو تاروں کے طولوں میں

جو درازیاں واقع ہونگی وہ اُن طولوں کے متناسب ہونگی۔ لہذا زور کا اثر گویا بگڑی ہوئی شکل کے جسم میں بگاڑ فی اِکائی بُعد کا پیدا کرنا ہے۔

فساد کی تعریف عموماً شکل کے بگاڑ فی اِکائی بُعد سے ہوتی ہے یا یوں کہو کہ فساد کسری بگاڑ ہے۔

لچک کے کسی مقیاس کی تعریف عمل کرنے والے زور اور پیدا شدہ فساد کے حاصلِ قسمت سے ہوتی ہے۔

ریاضی کی زبان میں اِس کو یوں لکھتے ہیں کہ

$$\text{لچک کا مقیاس} = \frac{\text{زور}}{\text{فساد}}$$

مختلف مقیاسوں کی تعریفیں:۔

(۱) ینگ[ل] کا مقیاس یا تناؤ والی لچک کی قدر۔

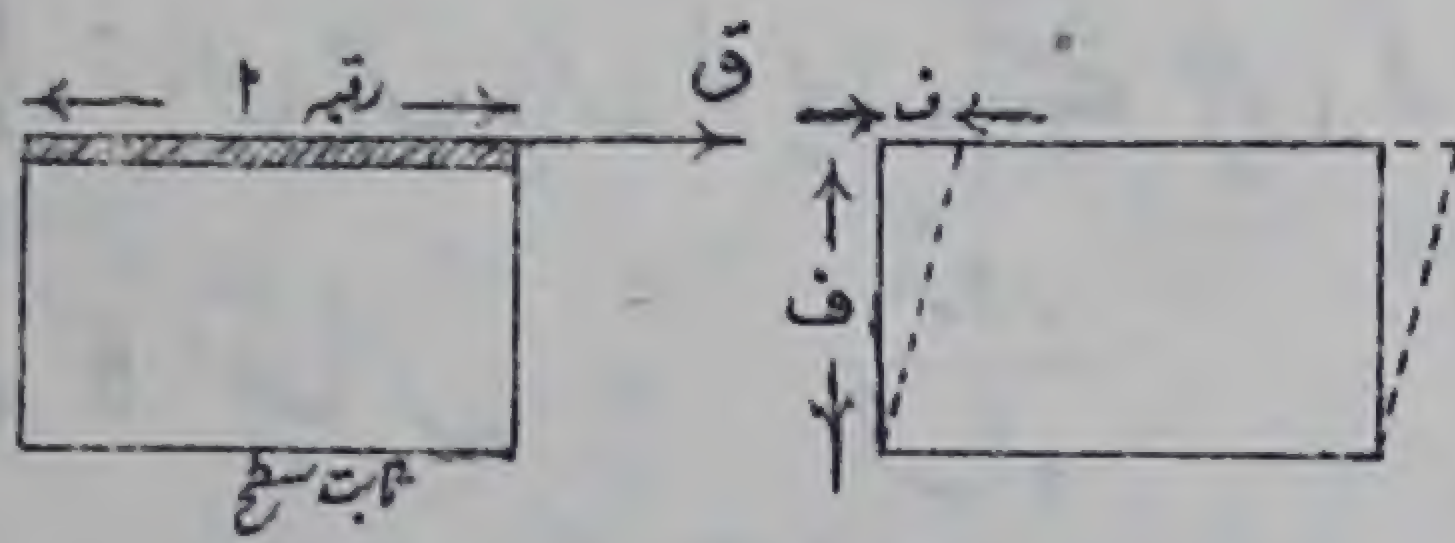
یہاں جو زور مدِّ نظر ہے وہ طولی تناؤ کا زور ہے۔ اور اِس سے جو فساد پیدا ہوتا ہے وہ طول کی درازی فی اِکائی طول ہے۔ (یا طول کا بڑھاؤ فی اِکائی طول ہے)۔

اگر تناؤ کی قوت ق تراشِ عمودی ا والے تار پر عمل کرے تو تارِ مذکور پر عمل کنندہ تناؤ والا زور $\frac{\text{ق}}{\text{ا}}$ کے مساوی ہوگا۔ اگر اِس تار کا طول ط ہو اور زورِ مذکور کے زیرِ عمل اِس کے طول میں لا کا اضافہ پیدا ہوجائے تو فساد $\frac{\text{لا}}{\text{ط}}$ کے مساوی ہوگا۔ اِس لئے ینگ کا مقیاس

$$\text{ی} = \frac{\text{ق}/\text{ا}}{\text{لا}/\text{ط}} = \frac{\text{ق ط}}{\text{لا ا}}$$

[ل] Young

(۲) استواری کا مقیاس، یا جزّی لچک کا مقیاس۔ کسی شے (مثلاً ربڑ) کے مستطیلی متوازی السّطوح کی شکل کے ایک ایسے کُندے کا تصور کرو جس کا ایک پہلو تو کسی ثابت اُفقی سطح سے چسپاں ہو اور دُوسرا مقابل کا اُفقی پہلو ایک پترے سے مضبوطی کے ساتھ جڑا ہُوا ہو۔

اب اگر یہ پترا ایک اُفقی قوت ق سے کھینچا جائے تو تمام کُندا بگڑ کر ایک ایسی شکل اختیار کریگا جیسا کہ نقطہ دار

شکل ۵۸۔ جزّی زور اور جزّی فساد

خطوں سے شکل ۵۸ میں دکھایا گیا ہے۔ قوت ق سارے پترے پر اِس طرح پھیلی ہوئی ہے کہ وہ تمام اُوپر والے رقبہ ا پر ہموارانہ عمل کرے۔ اِس صورت میں زور $\frac{\text{ق}}{\text{ا}}$ کے برابر ہوگا۔ یہ زور جزّی زور کہلاتا ہے۔ ذرّوں کی اُوپر والی تہ اپنے ابتدائی محل سے نیچے والی تہ کے ذرّوں کی اِضافت سے فصل ف تک اُفقاً ہٹ گئی ہے۔ ایسی دو سطحوں کا اضافی بغلی ہٹاؤ جن کا باہمی درمیانی فاصلہ اِکائی ہو، جزّی فساد کہلاتا ہے۔ پس

جزّی فساد = $\frac{\text{ف}}{\text{ف}}$

اس لیے جزّی لچک کا مقیاس = $\frac{\text{ق}/\text{ا}}{\text{ف}/\text{ف}} = \frac{\text{ق ف}}{\text{ا ف}}$

نوٹ۔ صرف ٹھوس اجسام ہی میں تناؤ والی اور جزّی لچکیں ہوسکتی ہیں۔

(۳) حجمی مقیاس، یا حجمی لچک کی قدر —— اگر ح حجم والے کسی جسم پر دباؤ د ڈالا جائے اور اُس کی وجہ سے اگر جسمِ مذکور کے حجم میں ح کا تغیّر واقع ہو تو لگائی ہوئی قوت فی اِکائی رقبہ د ہوگی چونکہ دباؤ سے قوت فی اِکائی رقبہ مُراد ہے پس زور = د

فساد = $\frac{ح}{ح}$ چونکہ پیدا شدہ بگاڑ ح ہے۔ اور بگڑے ہوئے بُعد کی قیمت ح ہے۔

اِس لئے حجمی مقیاس

$$ج = \frac{د}{ح/ح} = \frac{د ح}{ح}$$

چونکہ یہ ہمیشہ ممکن نہیں کہ جسم زیرِ تجربہ پر کچھ نہ کچھ ابتدائی زور موجود نہ ہو اِس لئے اِس کی ضرورت ہے کہ لچک کے مقیاس کی مذکورۂ بالا تعریف میں کچھ ترمیم کی جائے۔

اگر کلیۂ ہوک درست ہے تو لچک کا مقیاس مقررہ حالتوں کے تحت میں شئے زیرِ تجربہ کی ایک مستقل خاصیت ہوگا۔ بناءبریں یہ کہنا صحیح ہوگا کہ اگر زور میں اضافہ کیاجائے تو

$$\frac{\text{اضافہ زور}}{\text{اضافہ فساد}} = \frac{\text{زور}}{\text{فساد}} = \text{لچک کا مقیاس}$$

کسورِ مندرجۂ بالا میں سے پہلی کسر، لچک کے مقیاس کی پیمائش کرنے میں اکثر اوقات استعمال کی جاتی ہے۔

گیسوں میں جہاں کُلیۂ ہوک درست نہیں ہم کسی معیّن حالت کے تحت والی گیس کے حجمی مقیاس کے لئے خارج قسمت $\frac{\text{اضافہ دباؤ}}{\text{اُس کا جوابی حجمی فساد}}$ استعمال کرتے ہیں۔

چونکہ گیسوں کے حجمی مقیاس براہِ راست محض نظری نقطۂ نظر سے محسوب کئے جا سکتے ہیں اِس لئے اِن کا مذکورۂ بالا اصُول سے عملاً دریافت کرنا لاسود ہے۔ چونکہ ٹھوس اور مائع اجسام کے حجمی مقیاس دریافت کرنے میں بڑی دقتیں پیش آتی ہیں اِس لئے ہم یہاں پر صرف ینگ کے مقیاس اور اُستواری کے مقیاس ہی دریافت کرنے کے عملی طریقوں پر اکتفا کریں گے۔

نوٹ۔ چونکہ زور ہمیشہ قوت فی اکائی رقبہ ہوتا ہے اس لئے اِس کو ڈائین (Dyne) فی مربع سمر یا اُسی طرح کے العاد کی کسی دُوسری اکائیوں میں ظاہر کرنا چاہیئے۔ فساد صرف ایک نسبت ہے اِس لئے اِس کے العاد نہیں اور لچک کا

$$\text{مقیاس} = \frac{\text{زور}}{\text{فساد}}$$

اِس لئے اِس مقیاس کو بھی زور کی اِکائیوں میں ظاہر کرتے ہیں یعنی ڈائین فی مربع سمر میں (اگر س۔گ۔ث اکائیاں مستعمل ہوں)۔

۲۔ ینگ کا مقیاس

تار کی شکل کی شَے کے لئے ینگ کا مقیاس

جو آلہ اِس تجربہ میں اِستعمال کیا جاتا ہے وہ ایسے دو انتصابی تاروں پر مشتمل ہے جن کے اُوپر والے سرے آپس میں بہت قریب ایک ہی سہارے سے مضبوطی کے ساتھ جکڑے ہوئے ہوتے ہیں۔ اِن میں سے ایک تار ایک ایسے مستقل بوجھ سے تنا رہتا ہے جس کے جاننے کی ضرورت نہیں۔ اور دُوسرے تار سے ترازُو کا پلڑا ا بندھا رہتا ہے جس پر حسب خواہش مختلف اوزان رکھے جا سکتے ہیں۔ اول الذکر تار پہ ایک چھوٹا پیمانہ

س قائم ہے اور دُوسرے تار پر ایک کسر پیما ب اس طرح لگا رہتا ہے کہ وہ پیمانۂ س پر آزادانہ پھسل سکے۔ اِن دونوں تاروں کو ایک ہی شئے اور ایک ہی موٹائی کا ہونا چاہیئے۔ اِس طرح ایک ہی قسم کے دو تاروں کے استعمال سے مندرجۂ ذیل غلطیوں کے اہم ذرائع رفع ہوجاتے ہیں:۔

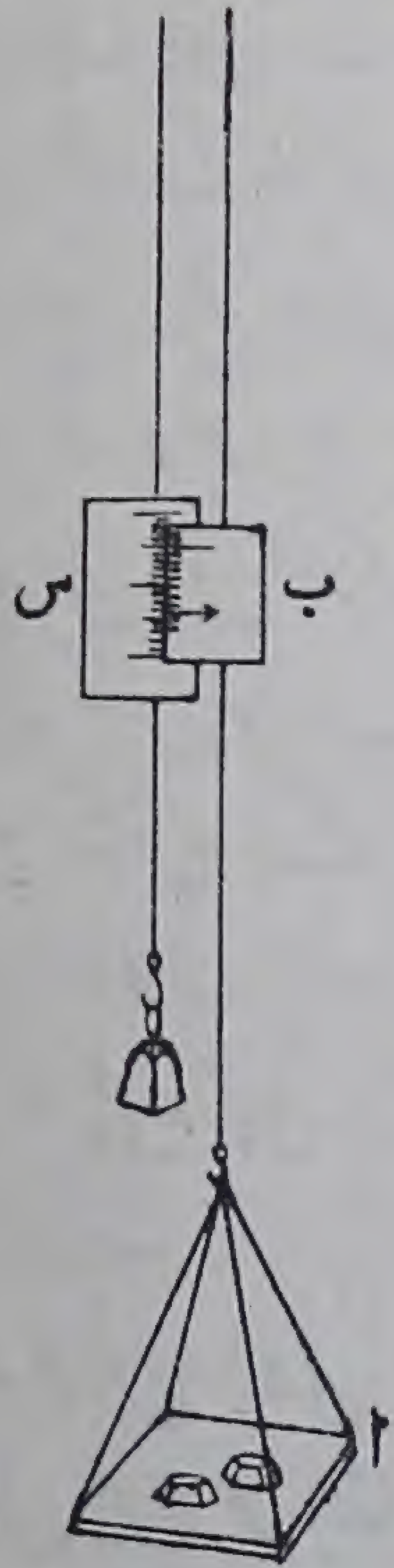
(۱) بوجھ ا کی وجہ سے نقطۂ تعلیق نیچے اُتر جائیگا مگر نقطۂ تعلیق کی اِس حرکت سے پیمانہ س بھی اِتنا ہی نیچے اُتر آئیگا جتنا کہ کسر پیما ب۔ لہٰذا تجربہ میں اِس کا کچھ اثر نہ ہوگا۔

(۲) تپش کے تغیّر سے طول میں تبدیلی واقع ہوگی۔ اِس کا اثر دونوں تاروں میں یکساں پڑیگا۔ لہٰذا نتیجہ پر تپش کے تغیر کا بھی کوئی اثر نہیں ہوگا۔

اگر ایک تار پر مستقل قوت قائم رکھی جائے اور دُوسرے پر مختلف قوتیں لگائی جائیں تو اِن قوتوں کی وجہ سے موخرالذکر تار کے طول میں جو اضافہ واقع ہوگا اُس کی قیمت پیمانۂ س پر کسر پیما ب کی حرکت سے معلوم ہوجائیگی۔

تار کا طول اور اُس کا نصف قطر کسی مروّجہ طریقوں سے دریافت ہوسکتے ہیں۔ لہٰذا معلوم زور کے زیرِ عمل طولی فساد کی قیمت حاصل ہوسکتی ہے۔ اور اِس کے ذریعہ ینگ کا مقیاس زیرِ تجربہ شے کے لئے محسوب کیا جاسکتا ہے۔

تجربہ ۴۸۔ تار کے لئے ینگ کے مقیاس کی تعیین — زیرِ تجربہ تار کے بَل دُور کرنے کے لئے اُس سے بندھے ہوئے پلڑے میں دو کلو گرام کا وزن رکھو۔ اور پیمانہ س اور کسر پیما ب پر کے درجے پڑھ لو۔

اِس کے بعد پلڑے پر بتدریج دو دو کلو گرام رکھ کر بوجھ کو ۱۲ کلو گرام تک بڑھاؤ اور ہر وزن کے جواب میں

پیمانہ اور کسر پیما پر کے درجے پڑھتے جاؤ۔ اب پلڑے پر کے وزن کو بتدریج دو دو کلو گرام گھٹا کر بوجھ کو ابتدائی دو کلو گرام تک لاؤ اور پہلے کی طرح ہر وزن کے جواب میں پیمانہ اور کسر پیما پر کے درجے پڑھتے جاؤ۔ اس طریقہ سے ہر وزن کے جواب میں پیمانے پر دو درجہ خوانیاں حاصل ہونگی جن کی اوسط قیمت وزنِ مذکور کے لئے پیمانے پر اصلی قیمت ہوگی۔

شکل ۵۹۔ تار کے ینگ کا مقیاس

اگر تجربہ کے اختتام پر درجہ خوانی ابتدائی درجہ خوانی (یعنی جب تار پر صرف دو کلو گرام کا وزن ہو) سے جُداگانہ ہو تو یہ ممکن ہے کہ زیرِ تجربہ تار لچک کی انتہا سے زیادہ کھنچ گیا ہو۔ گرچہ درجہ خوانیوں میں یہ فرق تار کے محض سیدھا ہونے کا نتیجہ بھی ہو سکتا ہے۔ اگر یہ صورت پیش آجائے تو مشاہدات کو دُہراؤ۔ اور اگر متذکرہ بالا فرق، وزن ہٹا لینے پر پھر مشاہدہ میں آئے تو تجربہ کو ایک دُوسرا نیا تار لے کر دُہرانا لازمی ہے۔ مگر اِس مرتبہ زیادہ سے زیادہ ۸ کلو گرام وزن استعمال کیا جائے۔

خُردہ پیما پیچ کے ذریعہ تار کے چند مختلف نقطوں پر غایت احتیاط کے ساتھ اُس کے قُطر کی پیمائش کرو۔ اس پیمائش کی صحت کی اہمیت بہت زیادہ ہے۔ قُطر کی پیمائش میں ۰٫۰۱ مم کی

غلطی ایک فیصد کے درجہ کی غلطی ہے اور اِس کے اثر سے آخری نتیجہ میں دو فیصد غلطی داخل ہوجائیگی کیونکہ مقیاس کے ضابطہ میں نصف قُطر کی قوت ۲ ہے۔ تار کے طول کی پیمائش میں ۱ یا ۲ سمر کی غلطی اِتنی زیادہ اہمیت نہیں رکھتی جتنی کہ نصف قُطر کی پیمائش میں ۰؍۰۱ مر کی غلطی۔

تار کا طول نقطۂ تعلیق سے لے کر کسر پیما کے صفر تک ناپ لو اور مشاہدات کو حسبِ جدول درج کرو:-

بوجھ	درجہ خوانیاں		اوسط درجہ خوانی	۶ کِلو گرام کی وجہ سے طول کا اضافہ مر میں
	بڑھتا بوجھ	گھٹتا بوجھ		
۲ کِلو گرام	۱؍۱۳ مر	۱؍۱۵ مر	۱؍۱۴ مر	
۴ ″	۱؍۳۳ ″	۱؍۳۵ ″	۱؍۳۴ ″	(۲ سے ۸) = ۰؍۵۳
۶ ″	۱؍۵۰ ″	۱؍۵۵ ″	۱؍۵۳ ″	
۸ ″	۱؍۶۷ ″	۱؍۶۷ ″	۱؍۶۷ ″	(۴ سے ۱۰) = ۰؍۵۱
۱۰ ″	۱؍۸۳ ″	۱؍۸۷ ″	۱؍۸۵ ″	(۶ سے ۱۲) = ۰؍۵۲
۱۲ ″	۲؍۱۰ ″		۲؍۱۰ ″	

۶ کِلو گرام کی وجہ سے طول کا اوسط اضافہ = ۰؍۵۳۷ مر
= ۰؍۰۵۳۷ سمر

تار کا نصف قُطر (متعدد تعینوں کا اوسط) = ۰؍۶۷۵ مر
= ۰؍۰۶۰۵ سمر

نقطۂ تعلیق سے کسر پیما تک تار کا طول = ۲۵۰ سمر

تار سے لٹکے ہوئے ۶ کِلو گرام بوجھ سے پیدا شدہ زور

$$= \frac{\text{قوت}}{\text{تار کی تراشِ عمودی کا رقبہ}}$$

قوت ۶ کلوگرام کا وزن ہے۔

یعنی قوت = ۹۸۱ × ۶۰۰۰ ڈائین (یہاں ۹۸۱ لندن میں اِسراع بوجۂ جاذبۂ زمین کی قیمت ہے)۔

تراشِ عمودی کا رقبہ = $\pi \times (۰٫۰۶۷۵)^۲$ مربع سمر

اِس لئے ۶ کِلوگرام کی وجہ سے زور = $\frac{۶۰۰۰ \times ۹۸۱}{\pi \times (۰٫۰۶۷۵)^۲}$

= ۴۰۴۰۰۰۰۰۰ ڈائین فی مربع سمر

یعنی زور = $۴٫۰۴ \times ۱۰^۸$ ڈائین فی مربع سمر۔

۶ کِلوگرام بوجھ کے اضافہ کی وجہ سے پیدا شدہ فساد

$$= \frac{\text{۶ کِلوگرام کی وجہ سے طول کا اوسط اضافہ}}{\text{نقطۂ تعلیق سے کسر پیما تک تار کا طول}}$$

$$= \frac{۰٫۰۵۳۷}{۲۵۰}$$

$$= ۰٫۰۰۰۲۱۵$$

$$= ۲٫۱۵ \times ۱۰^{-۴}$$

∴ ینگ کا مقیاس $= \frac{\text{زور}}{\text{زور کا جوابی فساد}}$

$$= \frac{۴٫۰۴ \times ۱۰^۸}{۲٫۱۵ \times ۱۰^{-۴}} \text{ ڈائین فی مربع سمر}$$

$$= ۱٫۸۸ \times ۱۰^{۱۲} \text{ ڈائین فی مربع سمر}$$

منحنی کھینچ کر دکھلاؤ کہ ڈوری سے لٹکے ہوئے وزن کو ڈوری کے بڑھاؤ کے ساتھ کیا تعلق ہے۔ تعبیری نقطوں کو تقریباً ایک ہی

خطِ مستقیم پر واقع ہونا چاہیئے ۔

متذکرۂ بالا بیان میں دو باتوں پر توجہ لازمی ہے ۔ سب سے پہلے جدول کے آخری خانہ میں بڑھاؤ' کے محسوب کرنے کے طریقہ پر غور کرو ۔

یہ عموماً کہا جاتا ہے کہ لچک کا مقیاس دریافت کرنے میں دو کلو گرام کی وجہ سے اوسط بڑھاؤ کی قیمت لینی چاہیئے ۔ اِس اوسط قیمت کے حاصل کرنے کی ترکیب یہ ہے کہ چوتھے خانے کی ہر دو متواتر رقوم کا فرق لیا جاتا ہے اور اِس طرح جو فرق حاصل ہوتے ہیں اُن کی اوسط قیمت بڑھاؤ کی اوسط قیمت ہوتی ہے ۔ اِس طریقہ پر چھ مشاہدات لینے کی وجہ سے نتیجہ میں جس قدر زیادہ صحت کی توقع کی جا سکتی ہے وہ اِس لئے بالکل معدوم ہو جاتی ہے کہ حاصل شدہ نتیجہ کا انحصار کلیتہً پہلے اور آخری مشاہدات ہی پر رہ جاتا ہے ۔ درمیانی مشاہدات میں سے ہر ایک مشاہدہ دو دو مرتبہ حساب میں آتا ہے ۔ ایک دفعہ تو مثبت طور پر اور دُوسری دفعہ منفی ۔ جس کی وجہ سے نتیجہ پر اِن کا اثر کچھ نہیں پڑتا ۔ اگر متذکرۂ بالا چھ مشاہدات کی تعبیر حروف ا' ب' س' د' ی' اور ف سے کی جائے تو ا - ب' ب - س' وغیرہ' وغیرہ' متواتر فرق ہونگے اور اِن کا اوسط

$$\frac{(\text{ا} - \text{ب}) + (\text{ب} - \text{س}) + \cdots + (\text{ی} - \text{ف})}{\text{۵}}$$

یا $\frac{\text{ا} - \text{ف}}{\text{۵}}$ کے مساوی ہوگا ۔

لیکن جدول پر غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ اوسط نکالنے کا طریقہ متذکرۂ بالا طریقہ سے بالکل جُداگانہ اختیار کیا گیا ہے اور اِن دونوں طریقوں سے جو نتیجے حاصل ہوتے ہیں اُن میں معتدبہ فرق ہے ۔ مثلاً $\frac{\text{ا} - \text{ف}}{\text{۵}}$ کے حساب سے ۶ کلو گرام کا بڑھاؤ ۷۶ ۵ ۰ ۰

ہوتا ہے مگر جدول میں جو طریقہ اختیار کیا گیا ہے اس سے اس کی قیمت ۰٫۰۵۳۷ ہوتی ہے۔

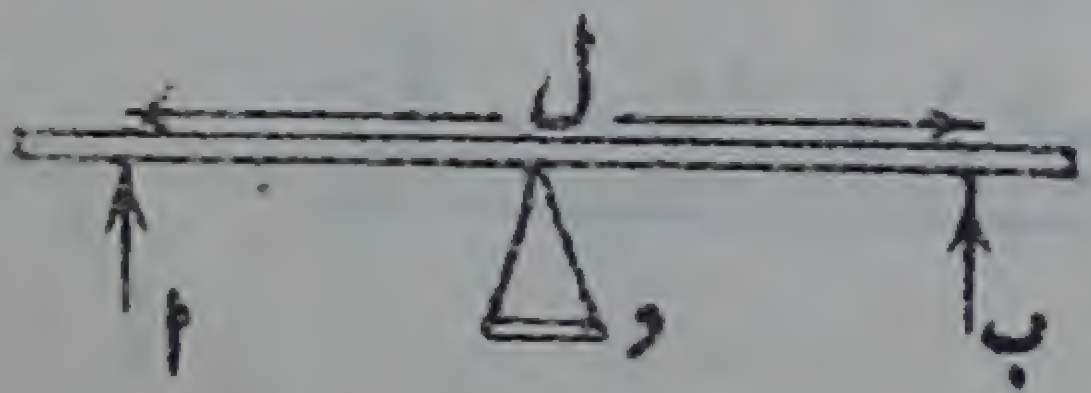
جدول کے طریقہ میں ہر مشاہدہ صرف ایک مرتبہ حساب میں آتا ہے اس لئے نتیجہ کُل درجہ خوانیوں (مشاہدات) پر مبنی ہوتا ہے اور اس کی وجہ سے نتیجہ میں زیادہ صحت حاصل ہوتی ہے۔

دُوسری بات جو قابلِ توجہ ہے وہ تار کے طول کی پیمائش سے تعلق رکھتی ہے۔ یہ ظاہر ہے کہ پلڑے ا پر کے وزن سے پورا تار کھچتا ہے مگر پیمائش شدہ بڑھاؤ تار کے صرف اُس حصہ کا بڑھاؤ ہے جو نقطۂ تعلیق اور کسر پیما کے درمیان واقع ہے۔ لہٰذا فساد کے حساب لگانے کے وقت نسب نما میں تار کے اسی حصہ کا طول استعمال کرنا چاہیئے۔

ینگ کا مقیاس شہتیری شکل کی شئے کے لئے

اس تجربہ میں جس آلہ کی ضرورت پڑتی ہے وہ مندرجۂ ذیل سامان پر مشتمل ہے:—

(۱) دو دھاردار کنارے۔ جن پر شہتیر زیرِ تجربہ رکھا جاسکے۔

(۲) ترازو کا ایک پلڑا یا کانٹا جو شہتیر کے وسط سے لگایا جاسکے۔

شکل ۶۰۔ دو دھاردار کناروں ا اور ب پر سہارے ہوئے شہتیر کے لئے ینگ کا مقیاس۔

(۳) شہتیر کے مرکز کے جھکاؤ کی پیمائش کرنے کا کوئی مناسب طریقہ۔ جب سلاخ (شہتیر) نہایت ہی پتلی ہوتی ہے تو وزن (مثلاً ایک کلو) کی وجہ جھکاؤ بہت ہی زیادہ ہوتا ہے۔ ایسی صورت میں مرکز کے جھکاؤ کی پیمائش کے لئے سلاخ کے پیچھے ایک

بیتری پیمانہ کو انتصاباً رکھکر استعمال کر سکتے ہیں۔ سہولت کے لحاظ سے سلاخ کی خواہ اوپر والی سطح یا نیچے والی سطح کے مقابل کے درجے پیمانہ پر پڑھے جاتے ہیں۔ سلاخ کے سخت ہونے کی صورت میں ایک ایسا جھکاؤ پیدا کرنے کے لئے جس کی پیمائش مندرجہ بالا طریقہ سے کافی صحت کے ساتھ ہو سکے ایک بہت بڑی قوت درکار ہوگی۔ لیکن بڑی قوتوں کے بجائے معتدل قوتوں اور ان سے پیدا شدہ جھکاؤ کی پیمائش کے لئے کسی زیادہ نازک طریقہ کا استعمال قابلِ ترجیح ہے۔ اس مقصد کے لئے ایک ایسا انتصابی نازک پیمانہ سلاخ کے مرکز پر لگا دیا جا سکتا ہے جس کی درجہ خوانی چھوٹی قوت کی ایک ثابت خردبین کے ذریعہ کی جا سکتی ہے۔ جب سلاخ کا مرکز جھکیگا تو اس کے ساتھ ساتھ ثابت خردبین کے لحاظ سے پیمانہ بھی نیچے کو اتریگا۔ مختلف بوجھ کی تحت میں پیمانہ کے درجوں کا مشاہدہ خردبین کے چشمہ کے چلیپی تار پر کیا جاتا ہے اور اس طریقہ سے سلاخ کے مرکز کے جھکاؤ کی پیمائش ہو جاتی ہے۔ بعض اوقات سلاخ سے لگا ہوا پیمانہ ایک ثابت کرہ پیما پر متحرک ہو سکتا ہے اور اس طریقہ سے بھی جھکاؤ کی پیمائش کافی صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔

تجربہ ۴۹۔ شہتیر کے لئے ینگ کے مقیاس کی تعین —— پلڑے یا کانٹے پر مختلف بوجھ رکھ کر ان کے جواب میں شہتیر کے مرکز کے مقامات دریافت کرو۔ بوجھ کو بتدریج مساوی مقداروں میں بڑھا کر چھ یا آٹھ مشاہدے کرو لیکن بڑے سے بڑا بوجھ جو استعمال کیا جائے وہ ایسا ہو جسے شہتیر محافظت کے ساتھ سنبھال سکے۔ مگر کسی حالت میں بوجھ اس بوجھ سے زیادہ نہ ہونے پائے۔ اسی طرح بوجھ کو گھٹا گھٹا کر تجربہ کو دہراؤ۔

تار کے تجربہ کی طرح مشاہدات کو جدول کی شکل میں درج کرو۔ اور جیسا کہ تار کی جدول میں حساب لگایا گیا ہے یہاں بھی ۶ کلو گرام وزن و کی وجہ سے اوسط جھکاؤ کی قیمت ما دریافت کرو۔

دھاردار کناروں کے درمیان شہتیر کا طول ناپ لو اور ساتھ ساتھ اُس کی چوڑائی اور موٹائی کی بھی پیمائش کرو۔

فرض کرو کہ طول = ل، چوڑائی = چ، موٹائی = م، تو یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ مستطیلی تراشِ عمودی والی سلاخ کے لئے مرکز کے جھکاؤ ما اور بوجھ و اور سلاخ کے ابعاد کے درمیان حسب ذیل رشتہ ہے:۔

$$\text{ما} = \frac{\text{و ل}^{3}}{\text{۴ ی چ م}^{3}}$$

جہاں ی شہتیر کے مادّہ کے لئے ینگ کا مقیاس ہے رشتۂ بالا کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں کہ

$$\text{ی} = \frac{\text{و ل}^{3}}{\text{۴ چ م}^{3}\ \text{ما}}$$

اور اس مساوات سے ینگ کے مقیاس کی قیمت دریافت کرو۔

مشاہدوں سے نتیجہ نکالنے کا ایک اور طریقہ حسب ذیل ہے:۔

بوجھ و_1، و_2، و_3 وغیرہ کے جواب میں سلاخ کے مرکز کا جھکاؤ ما_1، ما_2، ما_3 وغیرہ حاصل کرو اور خوارج قسمت $\frac{\text{و}_1}{\text{ما}_1}$، $\frac{\text{و}_2}{\text{ما}_2}$، $\frac{\text{و}_3}{\text{ما}_3}$ وغیرہ کی اوسط قیمت $\frac{\text{و}}{\text{ما}}$ کی اوسط قیمت ہوگی۔

اس اوسط قیمت کو ضابطہ $\text{ی} = \frac{\text{ل}^{3}}{\text{۴ چ م}^{3}}\left(\frac{\text{و}}{\text{ما}}\right)$ میں $\left(\frac{\text{و}}{\text{ما}}\right)$ کے بجائے داخل کرکے ی کی قیمت محسوب کرو۔

و کو ڈائینوں میں ظاہر کرنا چاہیئے اور مساوات کی بائیں طرف والی بقیہ مقداروں کو سمروں میں

اس قسم کے تجربہ میں مزید مشق حاصل کرنے کے لئے ذیل کے تجربے تجویز کئے جاتے ہیں:۔

تجربہ ۶۰۔ کسی معیّن بوجھ کے تحت میں

کسی شہتیر کے مرکز کا جھکاؤ اُس کے طول کے مکعب کے متناسب ہے ——— اِس دعوے کی تصدیق کے لئے دھاردار کناروں کے درمیانی فصل کو بدل بدل کر طول $ل_1$، $ل_2$، $ل_3$ وغیرہ کے جواب میں مرکز کا جھکاؤ $ما_1$، $ما_2$، $ما_3$ وغیرہ دریافت کرو۔

$\frac{ما_1}{ل_1^3}$، $\frac{ما_2}{ل_2^3}$، وغیرہ، کو آپس میں مساوی ہونا چاہیئے۔ اِس تجربہ میں اِس بات کا لحاظ ضرور رہے کہ بوجھ ہر مرتبہ دھار دار کناروں کے درمیان شہتیر کے وسطی نقطہ پر عمل کرے۔

تجربہ ۵۱ — **مستطیلی شہتیر کی سختی، اُس کی چوڑائی کے متناسب اور اُس کی موٹائی (عمق) کے مکعب کے متناسب ہے۔** دھار دار کناروں کے درمیانی فصل کو مستقل رکھ کر شہتیر پر کسی معیّن بوجھ کے تحت میں ما کی قیمت دریافت کرو۔ مگر شہتیر پہلے چپٹے بازو کے سہارے قائم رہے اور اُس کے بعد اپنے کنارے کے سہارے۔ پہلی صورت میں چپٹا بازو، چوڑائی (ج) ہے اور کنارا، اُس کی موٹائی (م) ہے۔ اور یہ مقداریں دُوسری صورت میں آپس میں بدل جاتی ہیں۔ دکھاؤ کہ دونوں صورتوں میں مقدار ج $م^3$ ما مستقل قیمت رکھتی ہے۔

برآمدہ بیرم کے لئے ینگ کا مقیاس

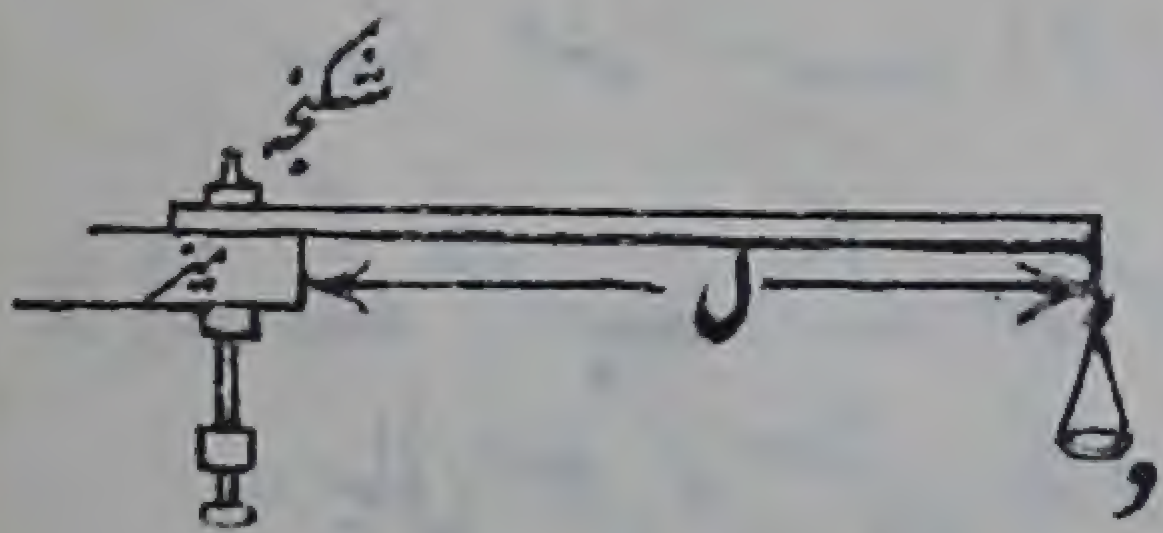
برآمدہ بیرم ایک ایسے بوجھل (Loaded) بیرم کو کہتے ہیں جس کا ایک سرا اُفقاً ثابت رہتا ہے۔ اور دُوسرا سرا آزاد۔

اگر برآمدہ بیرم کے آزاد سرے سے بوجھ و لٹک رہا ہو تو اُس سرے کے جھکاؤ ما کی قیمت مندرجہ ذیل مساوات سے

حاصل ہوتی ہے :۔

$$ما = \frac{ہ و ل^3}{ی چ م^3}$$

بشرطیکہ شہتیر کی تراشِ عمودی مستطیلی ہو۔

تجربہ ۲۵۔ برآمدہ بیرم کے لئے ینگ کے مقیاس کی تعیین ــــــ کسی میتری پیمانے کو میز پر شکنجہ کے ذریعہ اِس طرح جکڑ دو کہ اُس کا آزاد سِرا میز کے کنارے سے ۹۰ سمر تک اُفقاً باہر نکلا رہے۔ پیمانہ کے آزاد سرے سے مختلف بوجھ لٹکاؤ۔ اور ہر ایک بوجھ کے جواب میں اِس سرے کے جھکاؤ کی پیمائش کرو۔ اِس جھکاؤ کی پیمائش کے لئے دو ٹیکنوں پر سہارے ہوئے شہتیر کے لئے جو طریقے اُوپر بیان کئے گئے ہیں اُن میں سے کوئی ایک طریقہ یہاں اختیار کیا جاسکتا ہے

شکل ۶۱۔ برآمدہ بیرم کے لئے ینگ کا مقیاس

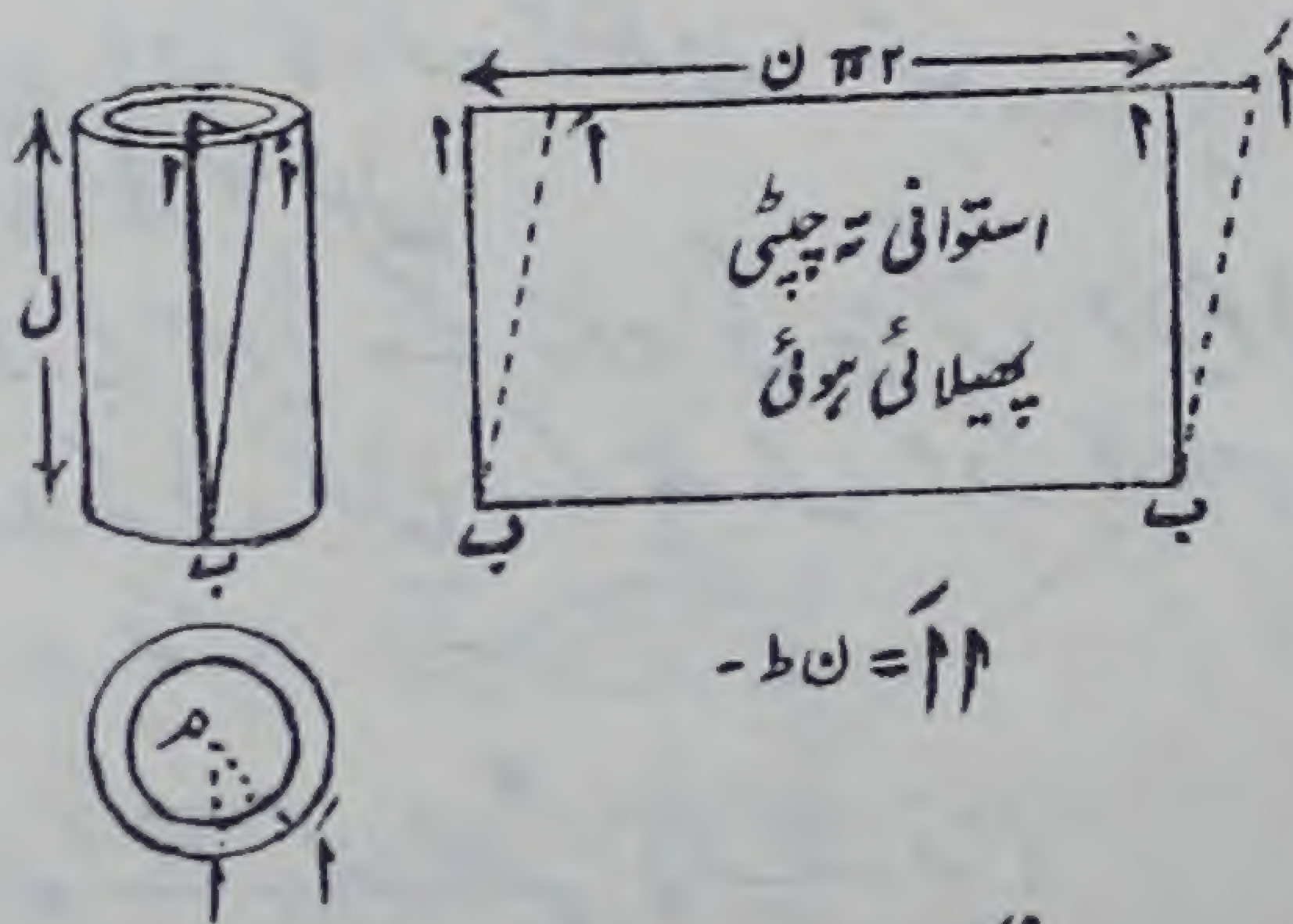
میز سے باہر نکلے ہوئے شہتیر کے حصہ کی لمبائی ناپو اور بعد اِس کے شہتیر کی چوڑائی اور موٹائی بھی دریافت کرو۔ اب مندرجہ بالا مساوات کی مدد سے ینگ کے مقیاس ی کی قیمت اخذ کرو۔

۳۔ اُستواری کا مقیاس

اُستوانی تار کی شکل کی شئے کے لئے اُستواری کا مقیاس۔

فصلِ ہذا کی ابتداء میں اُستواری کے مقیاس کی تعریف

کی جا چکی ہے اور اُس میں ایک ایسے کُندے کی مثال لی گئی تھی جس کا نیچے والا حصہ تو ثابت تھا اور اُوپر والی سطح پر یکساں پھیلی ہوئی ایک مماسی جزی قوت ق لگائی گئی تھی۔ ربڑ کے سوا کسی اَور شے کی اُستواری کا مقیاس اِس طرح دریافت کرنا ناممکن ہے کیونکہ تجربہ خانوں میں میسّر آنے والی کوئی عملی قوت ق سے پیدا شدہ بگاڑ ب اِس قدر کم ہوتا ہے کہ اُس کی پیمائش نہیں ہو سکتی۔

تار کا مروڑ۔ جب کبھی کسی تار کے ایک سرے پر جُفت لگایا جائے اور اُس کا دوسرا سِرا ثابت رکھا جائے تو تار مذکور میں ایک ایسا مروڑ پیدا ہوگا جس کا زاویہ لگائے ہوئے مروڑی جُفت کے متناسب ہے۔

شکل ۶۲۔ تار کا مروڑنا

تار ایسا تصور کیا جا سکتا ہے جو چند پتلی ہم مرکز اُستوانی تہوں سے بنا ہوا ہو جب کبھی تار مروڑا جاتا ہے تو ان تہوں میں سے ہر ایک تہ جزی حالت میں آجاتی ہے۔ پس جبکہ تار کا اوپر والا سرا زاویہ ط تک مروڑا جاتا ہے تو ذرّوں کی وہ تہ جو ابتداءً اب پر واقع رہتی ہے نقطہ دار خط اَب پر منتقل ہو جاتی ہے۔

(شکل ۶۲ ملاحظہ ہو)۔
اگر مذکورۂ بالا اُستوانی تہ کو پھیلا کر چپٹا کر دیا جائے تو تار میں مروڑ پیدا ہونے کے قبل وہ تہ ایک مستطیلی چادر کی شکل اختیار کر لیگی۔ اور مروڑ پیدا ہونے کے بعد اُس کی شکل نقطہ دار شکل آ ب ب آ کی طرح ہو جائیگی۔
مروڑ کا زاویہ، تار کے ابعاد اور مروڑ پیدا کرنے والے جُفت کے درمیان جو باہمی تعلق ہے وہ ذیل کے رشتہ سے ظاہر کیا جا سکتا ہے :-

$$ج = \frac{\pi \, س \, ن^4 \, ط}{2 \, ل}$$

جہاں ج = مروڑ پیدا کرنے والا جُفت
س = اُستواری کا مقیاس
ن = تار کا نصف قُطر
ط = مروڑ کا زاویہ نیمقطریوں میں
ل = تار کا طول

عام طور پر مروڑ کے زاویہ کی پیمائش درجوں میں ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ ل طول کے تار میں مروڑ کا زاویہ فہ° ہے۔

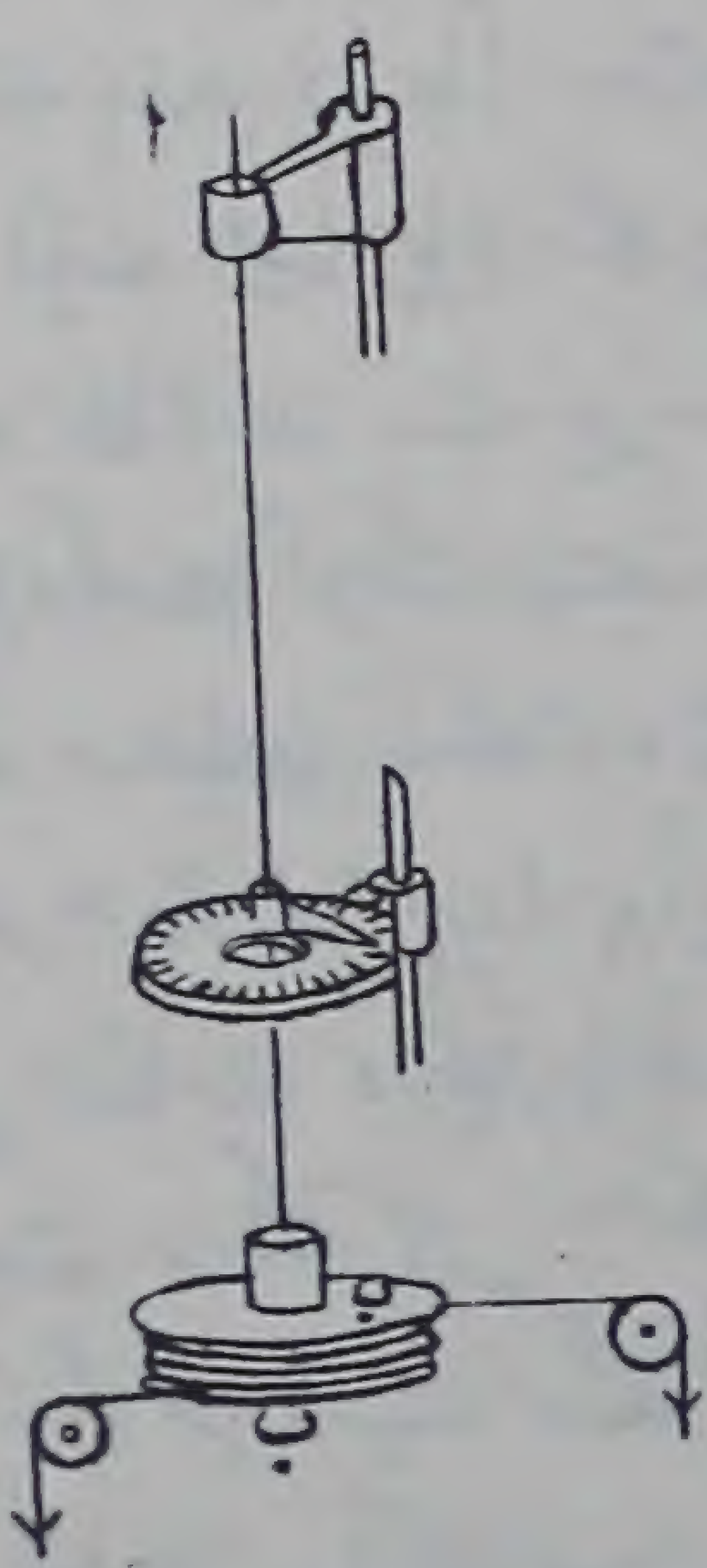
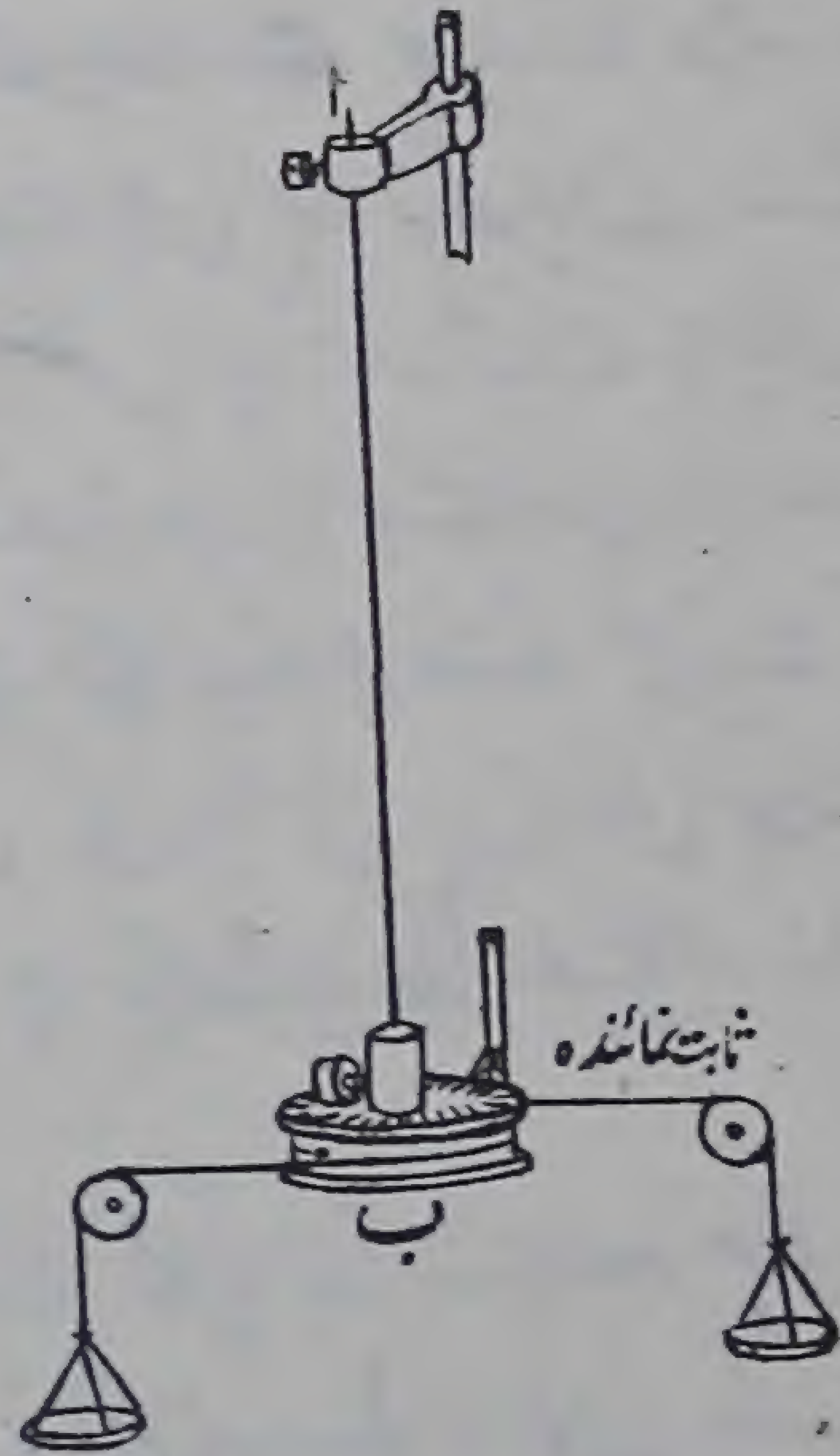
تو ط نیمقطریاں $= فہ^\circ \times \frac{\pi}{180}$

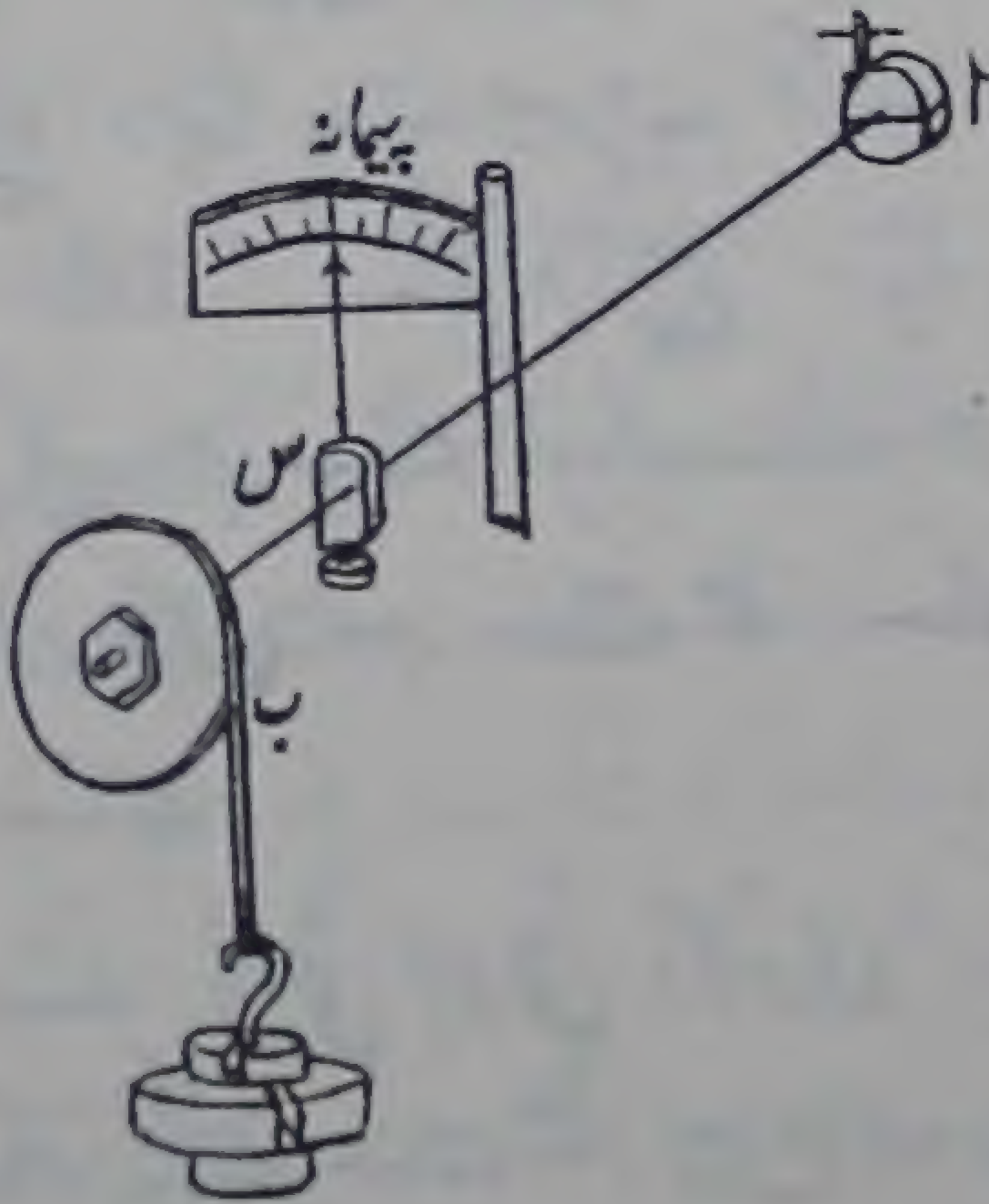
پس $ج = \frac{\pi \, س \, ن^4}{2 \, ل} \left(\frac{\pi}{180} فہ^\circ \right)$

یا $ج = \frac{\pi^2 \, س \, ن^4 \, فہ^\circ}{360 \, ل}$

تار کو مروڑ کر اس کے اُستواری کے مقیاس دریافت کرنے کا آلہ۔

اس آلہ میں اشکال ۶۳ اور ۶۴ کی طرح تار انتصاباً قائم کیا جاتا ہے یا شکل ۶۵ کی طرح اُفقاً۔ تار کا ایک سرا کسی

سہارنے والے ڈھانچے سے مضبوطی کے ساتھ جکڑا رہتا ہے۔ اور دُوسرا

شکل نمبر (۶۴)

شکل نمبر (۶۳)

شکل نمبر (۶۵)

سرا تار کو اپنی جگہ پر قائم رکھنے کے لئے ایک موزوں ثابت حلقہ سے گذارا جاتا ہے اور یہ سِرا حلقہ سے گذرنے کے بعد چرخی ب کے وسط سے باندھ دیا جاتا ہے۔ چرخی سے بندھے ہوئے سرے کے قریب ایک ایسا پیمانہ لگا ہوا ہوتا ہے جس پر زاویوں کے درجوں کے نشانات بنے ہوتے ہیں اور جس پر تار سے چسپاں ایک نمائندہ حرکت کرسکتا ہے۔ اور اس کے ذریعہ ثابت سِرے اور نمائندہ کے درمیان کے تار میں چرخی پر لگائے ہوئے جُفت کی وجہ سے جو مروڑ فہ° پیدا ہوتی ہے اُس کی پیمائش بہ آسانی ہوجاتی ہے۔ بعض اوقات درجوں کا پیمانہ چرخی پر چڑھادیا جاتا ہے اور نمائندہ مذکور کو ثابت رکھتے ہیں۔ (شکل ۶۴ء)۔

تار کو مروڑنے کے لئے جو جُفت لگایا جاتا ہے وہ چرخی پر لپیٹی ہوئی ڈوریوں کے سروں کے ذریعہ لٹکے ہوئے وزنوں سے پیدا ہوتا ہے، جیسا کہ شکلوں سے ظاہر ہے۔ اِس امر کے لئے متوازی اور متضاد سمتوں میں دو مساوی قوتوں کا استعمال قابلِ ترجیح ہے کیونکہ اِس صورت میں تار دائیں بائیں کو نہیں کھنچتا۔ اگرچہ اس حالت میں جبکہ تار اُفقاً کھنچا رہتا ہے صرف ایک ہی قوت استعمال کی جاتی ہے جیسا کہ شکل ۶۵ء سے واضح ہے۔ اس بغلی (دائیں بائیں) کھنچاؤ کی وجہ سے سہارے اور تار کے درمیان رگڑ عمل میں آجاتی ہے اور اس وجہ سے تار کے آزادانہ مُڑنے میں رکاوٹ پیدا ہوجاتی ہے

د قطر کی چرخی پر سے لپیٹی ہوئی ڈوری کے ذریعہ ک کمیتوں کے دو مادّوں کے لٹکنے سے تار میں جو مروڑی جُفت پیدا ہوتا ہے اُس کی قیمت ذیل کے رشتہ سے معلوم ہوتی ہے:۔

ج = ک ج د

(جہاں ج اِسراع بوجہ جاذبۂ زمین ہے)

اگر صرف ایک ہی ڈوری استعمال کی جائے تو

$$\text{ج} = \frac{\text{ک ج د}}{۲}$$

ہم کو پہلے سے معلوم ہے کہ

$$\text{ج} = \frac{\pi^{۲}\,\text{ن}^{۴}\,\text{س}}{۳۶۰\,\text{ل}}\ \text{فہ}^{\circ}$$

اِس لئے اُس صورت کو غور کرتے ہوئے جب چرخی پر دو ڈوریوں سے مساوی کمیتوں کے دو مادّے لٹکے ہوئے ہوں

$$\text{ج} = \text{ک ج د} = \frac{\pi^{۲}\,\text{ن}^{۴}\,\text{س}}{۳۶۰\,\text{ل}}\ \text{فہ}^{\circ}$$

$$\therefore\ \text{س} = \frac{۳۶۰\,\text{ل ج د}}{\pi^{۲}\,\text{ن}^{۴}} \cdot \left(\frac{\text{ک}}{\text{فہ}^{\circ}}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (۱)$$

اگر صرف ایک ہی ڈوری چرخی سے لگی ہو اور ک کمیت کا ایک مادّہ لٹکتا ہو تو

$$\text{ج} = \frac{\text{ک ج د}}{۲} = \frac{\pi^{۲}\,\text{ن}^{۴}\,\text{س}}{۳۶۰\,\text{ل}}\ \text{فہ}^{\circ}$$

$$\text{یعنی}\quad \text{س} = \frac{۱۸۰\,\text{ل ج د}}{\pi^{۲}\,\text{ن}^{۴}} \left(\frac{\text{ک}}{\text{فہ}^{\circ}}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (۲)$$

تجربہ ۵۳۔ تار کی اُستواری کے مقیاس کی تعیین ——— سب سے پہلے نمائندہ س کا صفری مقام پڑھ لو یعنی نمایندہ کا پیمانے پر وہ مقام جبکہ تار میں کوئی مروڑی جُفت عمل نہ کرے۔ ڈوریوں کے ذریعے مختلف بوجھ لٹکا لٹکا کر اِن بوجھوں کے جواب میں تار کے مروڑ کے زاویے قلمبند کرلو۔ بوجھ کو حسبِ دستور بتدریج مساوی مقداروں میں بڑھانا چاہئے۔ اگر مروڑ پیدا کرنے کے لئے دو ڈوریاں اِستعمال کی جائیں تو ایسی صورت میں ہر ایک ڈوری سے مساوی بوجھ

لٹکانا چاہیئے۔ جُفت کے بڑھتے اور گھٹتے وقت مروڑ کے زاویے قلمبند کرنے چاہئیں۔ جُفت کے بڑھنے اور گھٹنے کی دونوں صورتوں میں کسی جُفت کے زیرِ تحت مروڑ کے زاویہ کی قیمت ایک ہی ہونی چاہیئے اگر یہ صورت حال نہ ہو تو یہ سمجھنا چاہیئے کہ آیا تار لچک کی انتہا سے گذر چکا ہے یا اُس کے سِرے کافی طور پر جکڑے ہوئے نہیں ہیں۔ اِن نتائج کو رَد کرکے تجربہ کو پھر نئے سرے سے دہرانا چاہیئے۔ مگر اِس مرتبہ استعمال شدہ بوجھ اِس قدر کم ہو کہ بڑھتے اور گھٹتے جُفت کے تحت میں مروڑ کے زاویوں کی قیمت یکساں رہے۔ (تجربہ کی غلطی کے حدود کے اندر)۔

چرخی ب کا قطر، تار کا نصف قطر، اور فصل ا س جو ثابت سِرا اور نمایندہ کے درمیان واقع ہے ناپو اور مشاہدات کو حسبِ ذیل جدول کی شکل میں ترتیب دو:۔

(ہر) ڈوری پر بوجھ ک	زاویہ مروڑ فہ درجوں میں		اوسط زاویہ مروڑ فہ	ک / فہ
	بڑھتا ک	گھٹتا ک		

اوسط $\frac{ک}{فہ}$ = ... سم

تار کا طول ا سے س تک = ل = ... سم

تار کا نصف قطر (۴ تعینوں کا اوسط) = ن = ... سم

چرخی ب کا قطر = د = ... سم

اگر چاہو تو لٹکنے والی کمیتوں میں ک اضافہ کے تحت میں فہ درجہ کی اوسط قیمت اُس طریقہ سے دریافت کرو جیساکہ ینگ کے مقیاس کی تعیین کے بیان میں بتایا جا چکا ہے۔

مندرجۂ بالا مساوات (۱) یا (۲) میں ک/فہ کی اوسط قیمت رکھ کر س کی قیمت محسوب کرو۔

بعدازاں ایک ایسا منحنی تیار کرو جس سے یہ معلوم ہو جائے کہ زاویہ مروڑ فہ° اور ک میں کیا تعلق ہے۔

کمانی کی تعمیر اور تعمیر شدہ کمانی کو ترازُو کی طرح استعمال کرنے کا طریقہ۔

کلیۂ ہوک (یعنی تناؤ، بڑھاؤ کے متناسب ہے) کا اطلاق عام ہے۔ حتیٰ کہ اُس حالت میں بھی جب کہ جسم میں پیدا شدہ بگاڑ متذکرۂ بالا صورتوں کے فساد کے مقابلہ میں اِتنا آسان نہیں۔

مثال کے طور پر ایک خاص تجربہ جس میں فساد کی شکل آسان نہیں ایک ایسی مرغولہ دار کمانی کا تجربہ ہے جس کے محور پر تناؤ عمل کرتا ہے۔ اور محور کے متوازی رکھے ہوئے کسی پیمانے پر ایک نمائندہ کمانی کی درازی کا اظہار کرتا ہے۔ اور یہ درازی لگائی ہوئی قوت کے ٹھیک متناسب ہوتی ہے۔

موجودہ تجربہ کا مقصد ایک کمانی دار ترازُو کی تعمیر کرنا ہے۔ یعنی یہ بات دریافت طلب ہے کہ کمانی کو کھینچ کر اُس میں لگے ہوئے نمایندہ کو مذکورۂ بالا پیمانے کے کسی خاص نقطہ پر لانے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔

تجربہ ۵۲ ــ کمانی دار ترازُو کی تعمیر ــ اس مقصد کے لئے جو آلہ استعمال کیا جاتا ہے وہ ایک ایسے

دھاتی یا چوبی ڈھانچے پر مشتمل ہے جس کے ایک کنارے سے مرغولہ دار کمانی کا ایک سرا بندھا رہتا ہے۔ اور کمانی کے دُوسرے سرے سے ایک ایسا نمائندہ لگا رہتا ہے جو ڈھانچہ مذکور سے جکڑے ہوئے پیمانے پر آزادانہ حرکت کر سکے۔ کمانی کے نمائندہ والے سرے سے ترازو کا ایک پلڑا لٹکایا جاتا ہے۔

ڈھانچہ کو اِس طرح قائم کرو کہ کمانی اور پیمانہ انتصاباً رہیں۔ اور نمایندہ پیمانہ کو عین چھُوتا رہے۔ اب نمائندہ کا صفری مقام پڑھ لو یعنی پیمانے پر نمایندہ کا وہ مقام جبکہ کمانی سے کوئی بوجھ نہ لٹکتا ہو۔

اُس کے بعد تبدریج بڑھتے ہوئے بوجھ کے تحت میں نمائندہ کے مختلف مقامات کو پڑھ لو۔ اور اِن نتائج کو جدول کی شکل میں مرتب کرو۔ یہ یاد رہے کہ بوجھ لچک کی انتہا سے بڑھنے نہ پائے۔ اور اِس بات کا بھی لحاظ رہے کہ نمایندہ پیمانے کی حد سے باہر نہ نکل جائے کیونکہ عموماً پیمانے کا طول اِتنا رکھا جاتا ہے جو زیادہ سے زیادہ جائز (یعنی لچک کی انتہا تک) حرکت کی تعبیر کر سکے۔

بوجھ کو فصلے مان کر اور پیمانے کی درجہ خوانیوں کو معیّن قرار دے کر مُشاہدوں کے نتیجوں کی مربع دار کاغذ پر ترسیم کرو۔ اِس بات کا خیال رہے کہ ترسیم جتنے بڑے پیمانے پر کھینچی جائیگی اُتنی ہی وہ بہتر ہوگی۔

اگر فساد، بوجھ کے ٹھیک متناسب ہو تو ترسیمی نقطے ایک ہی خطِ مستقیم پر واقع ہونے چاہئیں۔

ایک ایسا خطِ مستقیم کھینچو جو مشہودہ نقطوں سے ہو کر گذرے۔

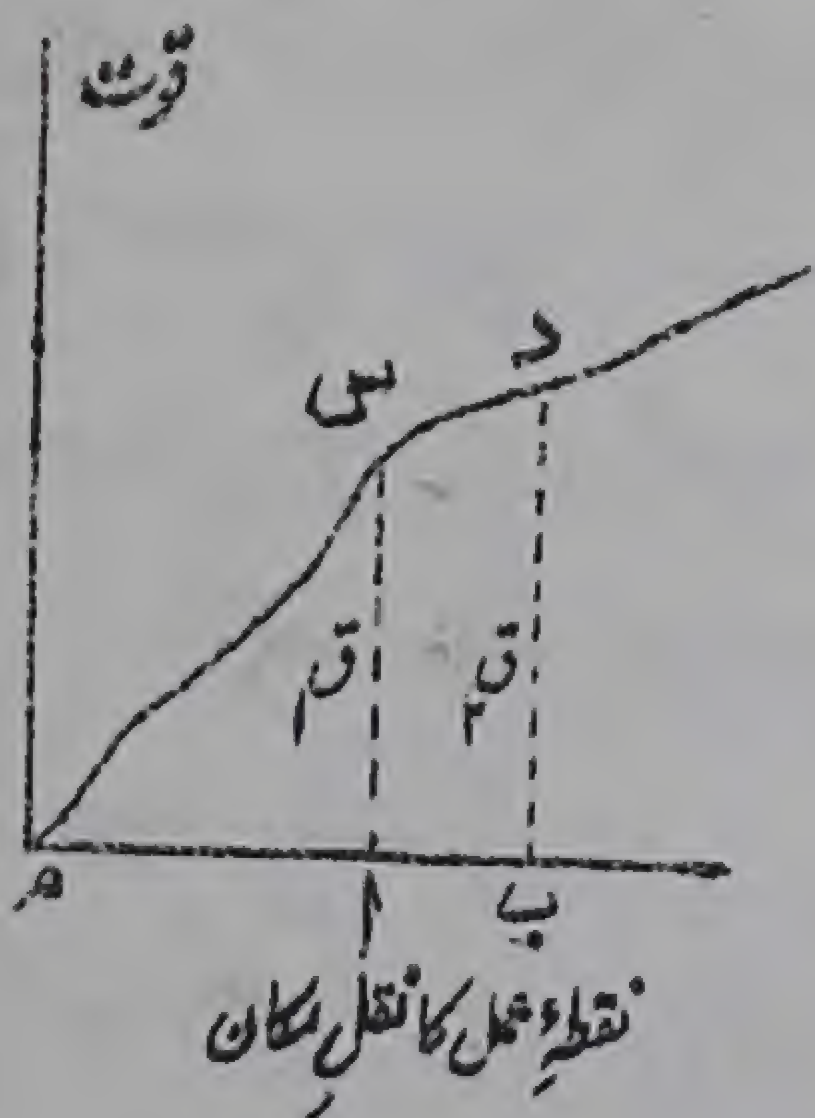
اب یہ ترسیم کسی غیر معلوم بوجھ کو دریافت کرنے کے لئے استعمال کی جا سکتی ہے۔ کمانی سے لگے ہوئے غیر معلوم بوجھ کی وجہ سے جو کھنچاؤ واقع ہوتا ہے اُس کو دریافت کرو اور ترسیم میں اِس کھنچاؤ کا جوابی بوجھ پڑھ لو۔

۴۔ ایسے جسم کی توانائی جس میں فساد پیدا ہو گیا ہو۔

جب کسی قوت سے جسم کی شکل بگڑ جاتی ہے تو بگاڑ پیدا کرنے والی قوت کسی خاص فصل تک عمل کر چکتی ہے۔ اور اس لئے اِس قوت نے جسم پر ایک خاص مقدار کا کام کیا ہے اور یہ کام بشکل فسادی توانائی جسم میں **جمع** ہو جاتا ہے۔ س۔ گ۔ ث کے نظام میں کام کی اکائی **ارگ** ہے یعنی جب ایک ڈائین کی قوت کا نقطۂ عمل ایک سمر فاصلہ طے کرے تو اُس سے جو کام ہوتا ہے اُس کو ۱ ارگ کہتے ہیں۔

جب کبھی کسی ایسی قوت ق ڈائین کے زیر عمل جو بہ آہستگی لگائی گئی ہو تار کے طول میں ل سمر کا کھنچاؤ پیدا ہو جائے تو ہم کو بظاہر یہ معلوم ہوگا کہ قوت ق نے پورے فصل ل تک عمل کیا ہے اور یہ بھی خیال ہوگا کہ فسادی کیفیت کی وجہ سے کام کو بمقدار ق ل ارگ جسم میں جمع ہو جانا چاہیئے۔ مگر حقیقتِ حال یہ ہے کہ پوری قوت ق اس وقت تک عمل میں نہیں آتی جب تک کہ طول میں پوری درازی ل واقع نہ ہو جائے۔ قوت کو آہستگی سے لگانے کا مفہوم یہ ہے کہ سب سے پہلے قوت کا بڑا حصہ مُشاہد خود سنبھال لیتا ہے اور لگائی ہوئی قوت کی صرف ایک چھوٹی کسر تار پر عمل کرتی ہے۔ جیسے جیسے تار کھنچتا جاتا ہے مُشاہد کو اُتنی ہی کم قوت سنبھالنی پڑتی ہے اور قوت کا وہ حصہ جسے تار خود سنبھالتا ہے برابر بڑھتا جاتا ہے یہاں تک کہ جب تار میں پورا کھنچاؤ پیدا ہو جاتا ہے تو اُس پر ساری قوت ق عمل کرنے لگتی ہے۔

جس وقت قوت ق عمل کر رہی تھی تو بلا شبہ اُس قوت نے ق ل ارگ کے مساوی کام کیا تھا۔ مگر اِس کام کے حصہ کو تو مُشاہد نے قوت کو بہ آہستگی عمل میں لانے کی وجہ سے صَرف کیا اور پورے کام

ق ل کا صرف ایک حصہ تار میں داخل ہوا۔ در اصل دونوں میں سے ہر ایک نے توانائی ق ل کا نصف حصہ جذب کر لیا ہے۔

ایک ایسی متغیر قوت ق کے کام پر غور کرو جس کی مقدار اُس کے نقطۂ عمل کے نقلِ مکان کے ساتھ بدلتی جاتی ہے جیسا کہ شکل ع۶۶ میں دکھایا گیا ہے شکل ہذا میں ایک غیر منتظم منحنی (جس سے قوت کی کسی خاص کیفیت کا اظہار نہیں ہوتا) اس وجہ سے کھینچا گیا ہے کہ اُس کے ملاحظہ سے حاصل شدہ نتائج عام طور پر صحیح سمجھے جائیں۔

قوت
س
د
$ق_۱$
$ق_۲$
م
ا
ب
نقطۂ عمل کا نقلِ مکان

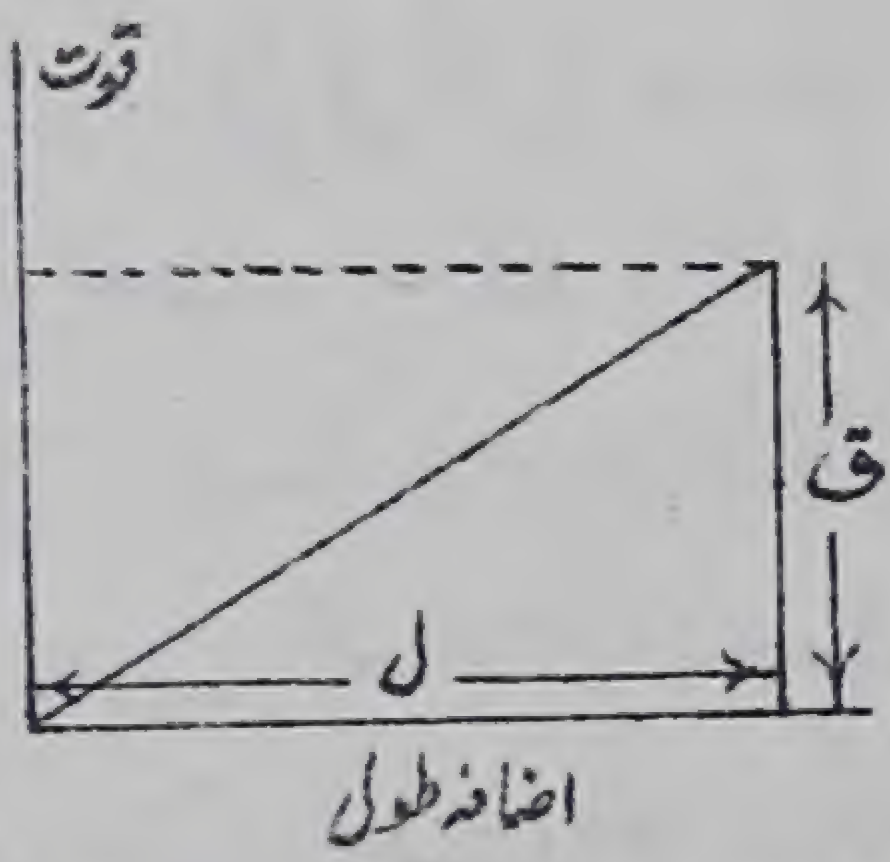
شکل ع۶۶

جب نقطۂ عمل ا پر رہتا ہے تو قوت کی مقدار $ق_۱$ ہے جس کی تعبیر ا س سے ہوتی ہے۔ نقطۂ عمل کو ب تک لانے میں قوت کی مقدار بڑھ کر ایک ایسی قیمت $ق_۲$ اختیار کر لیتی ہے جس کی تعبیر ب د سے ہوتی ہے۔ اثنائے نقلِ مکان میں قوت کی اوسط قیمت

$$\bar{ق} = \frac{ق_۱ + ق_۲}{۲}$$

یہ ظاہر ہے کہ اس نقلِ مکان کی وجہ سے جو کام ہوتا ہے اُس کی قیمت $\bar{ق}$ × ا ب کے برابر ہے اور اس کی تعبیر ایک ایسے رقبہ ا ب س د سے ہوتی ہے جو منحنی کے نیچے دو زیر بحث معینوں کے درمیان واقع ہے۔

اسی طرح کسی دوسرے نقلِ مکان کی وجہ سے جو کام ہو گا اُس کی بھی تعبیر منحنی کے نیچے کے ایک متشابہ رقبہ سے ہو سکتی ہے۔

پس کسی نقلِ مکان کے لحاظ سے کُل کام کی تعبیر اُس رقبہ سے ہو گی جو منحنی کے نیچے مبداء سے لے کر نقطۂ زیرِ غور پر کے معین تک واقع ہو۔ مندرجۂ بالا قاعدہ، قوت اور نقلِ مکان کی کسی باہمی ترسیم کے لئے دُرست ہے خواہ قوت کسی طرح بدلتی ہو۔

فساووں کی بحث میں بڑھاؤ پیدا کرنے والی قوت، پیدا شدہ بڑھاؤ کے تناسب رہتی ہے اس لئے قوت اور نقلِ مکان کی باہمی ترسیم خطِ مستقیم سے ہو گی۔ اور اس صورت میں منحنی کے نیچے مبداء اور کسی خاص نقلِ مکان کے جوابی معین کے درمیان والا رقبہ مثلث ہو گا۔ اور یہ رقبہ ½ ق ل کے مساوی ہے (شکل ۶۷)۔

قوت

ق

ل

اضافہ طول

شکل ۶۷۔ کسی تار میں فسادی توانائی

لہٰذا جب ایک قوت ق تار میں ل سمر کا بڑھاؤ پیدا کرتی ہے تو اس تار کی فسادی توانائی ½ ق ل کے مساوی ہے۔

اگر فسادی توانائی کی تعبیر ت سے کی جائے تو

ت = ½ ق ل = ½ کھینچنے والی قوت × اضافہ طول

معمولی سیدھے تار کے لئے کسی سادے تجربے سے یہ ثابت کرنا کہ ت = ½ ق ل ناممکن ہے مگر مرغولہ دار کمانی کے ذریعہ اس دعوے کی صحت کی تشریح بہ آسانی ہو سکتی ہے۔

مرغولہ دار کمانی میں جمع شدہ توانائی، کمانی کی قوت اور

اُس کے اضافۂ عمودی طول کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔

قوت کا بہ آہستگی لگانا۔ ک۱ کمیت کے ایک مادے کو تار کی کمانی پر اس طرح لٹکنے دو کہ اُس کا وزن تار پر بتدریج عمل میں آئے۔ اور فرض کرو کہ اِس وزن کی وجہ سے کمانی میں ل۱ کا بڑھاؤ پیدا ہو گیا۔ اب کمانی کی عمل کردہ قوت ق۱ ہے اور چونکہ کمانی کے سرے پر لٹکی ہوئی کمیت ک۱ بے حرکت رہتی ہے اِس لئے ق۱ = ک۱ ج
(جہاں ج اسراع بوجہ جاذبۂ زمین ہے)۔

اب ہم یہ دکھانا چاہتے ہیں کہ کمانی میں جمع شدہ فسادی توانائی کی مقدار ت۱ = ½ ق۱ ل۱

قوت کا دفعتہً لگانا۔ فرض کرو کہ ہم ایک کمیت ک۱ کو کمانی کے آزاد سرے سے باندھکر ایک سہارے پر اِس طرح قائم رکھیں کہ کمانی میں ذرا سا بھی فساد نہ ہونے پائے۔ اب اگر سہارے کو ایک بیک ہٹا لیا جائے تو کمیت ک۱ کا کل وزن کمانی پر عمل کرنے لگیگا۔ جیسے جیسے کمانی بڑھتی ہے گرنے والی کمیت کی توانائی بالقوہ کچھ تو کمیت مذا کی توانائی بالفعل سے بدل جاتی ہے اور کچھ کمانی میں بطور فسادی توانائی جمع ہو جاتی ہے۔ کچھ فصل طے کرنے کے بعد گرنے والی کمیت کی حرکت سست پڑ جاتی ہے اور آخر کار فصل ل۲ تک گرنے کے بعد وہ لمحہ بھر کے لئے سکون میں آ جاتی ہے۔

اب چونکہ اِس میں کوئی توانائی بالفعل باقی نہیں رہی اس لئے مادے کے پہلی بار ساکن ہونے کے وقت اُس کے گرنے کی وجہ سے توانائی بالقوہ میں جو نقصان ہوتا ہے وہ کمانی میں بشکل فسادی توانائی جمع ہو جاتا ہے۔

مادّہ ک$_2$ کے گرنے کی وجہ سے توانائی بالقوہ کا نقصان ک$_2$ ج ل$_2$ کے مساوی ہے اور اِس لئے ہمیں معلوم ہے کہ جب کمانی ل$_2$ فصل تک کھنچ جائے تو اُس میں جمع شدہ فسادی توانائی ک$_2$ ج ل$_2$ ارگ کے برابر ہوگی۔

اگر ک$_2$ کو ہم اس طرح ٹھیک کریں کہ اُس کے دفعتہً گرانے میں کمانی کا زیادہ سے زیادہ بڑھاؤ اِتنا ہی ہو جتنا کہ ک$_1$ کو آہستگی سے گرانے میں تو ہم اِس طریقہ سے مساوات ت = ½ ق ل کی تصدیق بہ آسانی کر سکتے ہیں۔ جب دونوں صورتوں میں کمانی کے بڑھاؤ ایک ہی ہوں تو ل$_1$ = ل$_2$ = ل اور کمانی کی توانائی ت$_1$ = ک$_2$ ج ل اور کمانی کا تناؤ ق$_1$ = ک$_1$ ج۔ اگر تجربہ سے یہ حاصل ہو جائے کہ ک$_2$ = ½ ک$_1$ تو تجربتہً اِس امر کی تصدیق ہو جائیگی کہ اگر قوت ق سے جسم کے طول میں ل کا بڑھاؤ پیدا ہو جائے تو بگڑے ہوئے جسم میں ½ ق ل کے برابر فسادی توانائی جمع ہو جاتی ہے۔

تجربہ ۵۵۔ مرغولہ دار کمانی کی توانائی کی تعیین۔

مرغولہ دار کمانی سے ترازو کا پلڑا جدا کرلو۔ (اگر پلڑا نہ جدا کیا جائے تو اُس کی قیمت دونوں قیمتوں ک$_1$ اور ک$_2$ میں شریک کرلینی چاہئے)۔ اِتنا کافی بوجھ کمانی سے بہ آہستگی لٹکاؤ جو کمانی کو پیمانے کے تقریباً آخری درجہ تک بڑھادے۔ اِس متقل بڑھاؤ اور اِستعمال شدہ بوجھ ک$_1$ کی قیمتیں قلمبند کرلو۔

اب غیر فسادی حالت کی کمانی سے بندھے ہوئے ایک دوسرے بوجھ ک$_2$ کو اِس طرح ٹھیک کرو کہ جب وہ دفعتہً گرایا جائے تو کمانی کا اب سے پہلا بڑھاؤ اِتنا ہی ہو جتنا کہ پہلے تجربہ میں بوجھ ک$_1$ کی وجہ سے پیدا ہوا تھا۔

مختلف بڑھاؤ حاصل کرنے کے لئے تجربہ کو دُہراؤ۔ مشاہدات کو مندرجہ ذیل جدول کی شکل میں مرتب کرو:-

بڑھاؤ ل سمر	بڑھاؤ پیدا کرنے والا بوجھ		ک۲ / ک۱
	(ا) آہستگی سے لگایا ہوا ک۱ گرام وزن	(ب) دفعۃً لگایا ہوا ک۲ گرام وزن	
۱۰٫۳	۱۰۷	۵۲	۰٫۴۸۶
۸٫۴	۸۷	۴۵	۰٫۵۱۷
۶٫۸	۶۷	۳۳	۰٫۴۹۳
۴٫۵	۴۷	۲۵	۰٫۵۳۲
۲٫۶	۲۷	۱۵	۰٫۵۵۵

یہ معلوم ہوگا کہ ک۲/ک۱ تقریباً ۵٫۰ کے برابر ہے۔ اور یہ بھی معلوم ہوگا کہ جتنا چھوٹا بوجھ یا بڑھاؤ استعمال کیا جائے اُتنی ہی نتیجے میں صحت کم حاصل ہوگی چونکہ مُشاہدات لینے میں جو غلطی واقع ہوتی ہے وہ قریب قریب سب تجربوں میں یکساں ہے اِس لئے اگر مشہودہ کمیتوں کی مقداریں کم ہوں تو غلطی کی قیمت نسبتاً چھوٹی مقداروں میں زیادہ ہوگی۔

پس چونکہ ک۲/ک۱ کی قیمت ۵٫۰ کے برابر پائی گئی ہے اِس لئے (تجربہ کی غلطی کی حدود کے اندر) تجربہ سے اِس دعوے کی تصدیق ہوگئی کہ ت = ½ ق ل۔

فصل ہشتم

علمِ حرکت

۱۔ کلیاتِ حرکت

اب تک ہم نے زیادہ تر یا تو ساکن مادّوں پر بحث کی ہے یا حرکت واقع ہونے کی صورت میں ہم نے حرکت کے صرف نتیجوں پر غور کیا ہے نہ کہ نفسِ حرکت پر۔ علمِ حرکت کی بحث میں ہماری غرض خود حرکت سے اور حرکت پیدا کرنے والی قوتوں سے اور متحرک مادّوں سے رہیگی۔

نیوٹن کے اول کُلیۂ حرکت میں خود قوت کی تعریف ان لفظوں میں ہے کہ **قوت** وہ ہے جو مادّی جسم کے حالتِ سکون یا ہموار حرکت کی حالت کے بدلنے کا تقاضا رکھتی ہے۔

قریب قریب تمام علمِ حرکت کی بحث یا تو کم و بیش براہِ راست نیوٹن کے دوسرے کلیۂ حرکت کی تشریح ہے یا کلیۂ مذکورہ میں جن کمیتوں کا ذکر کیا جاتا ہے اُن میں سے کسی نہ کسی ایک کمیّت یا کمیتوں کی تحقیقات ہے۔

نیوٹن کا دُوسرا کُلیۂ حرکت

کسی قوت کے زیرِ عمل جسم کی مقدارِ حرکت کی تبدیلی،

قوت کی مقدارِ اور وقتِ عمل کے تناسب ہے۔ اور یہ تبدیلی اُسی سمت میں واقع ہوتی ہے جس میں قوت عمل کرتی ہے۔

مقدارِ حرکت یا حرکت کا معیارِ اثر۔ آج کل جسم کی مقدارِ حرکت کو جسم کی "حرکت کا معیارِ اثر" کہتے ہیں اور اس کی تعریف یوں کی جاتی ہے کہ یہ جسم کے مادّے کی کمیت اور اُس کی رفتار کے حاصلِ ضرب کے مساوی ہے۔

جسم کی حرکت کے معیارِ اثر میں سمت اور مقدار دونوں ہوتی ہیں۔ اس بناء پر معیارِ اثر سمتی کمیّت ہے۔

دوسرا کلیہ اِس طرح بھی بیان کیا جاسکتا ہے کہ حرکت کے معیارِ اثر کی شرحِ تغیر قوت کے تناسب ہے۔

ہم قوت کی اکائی کی تعریف یوں کرتے ہیں کہ اکائی قوت، حرکت کے معیارِ اثر میں اکائی شرحِ تغیر پیدا کرتی ہے۔ یا

قوت = حرکت کے معیارِ اثر کی شرحِ تغیّر

اب اگر کوئی قوت کسی مستقل کمیتِ مادہ کے جسم پر عمل کرے تو اُس کی حرکت کے معیارِ اثر میں جو تبدیلی واقع ہوگی وہ اُس کی رفتار کے تغیر کا بالکل نتیجہ ہوگی۔ پس

قوت = کمیّتِ مادہ × رفتار کی شرحِ تغیر

= کمیّتِ مادہ × اسراع

حرکت کے معیارِ اثر کی بقا کا اصول

اگر دو اجسام ا اور ب ایک دوسرے کے عمل کے تحت میں اِس طرح آجائیں۔ کہ ا کے عمل سے ب کی حرکت میں یا ب کے

عمل سے ا کی حرکت میں تبدیلی واقع ہو جائے۔ تو یہ دونوں اجسام متصادم کہلاتے ہیں۔ اور یہاں تصادم کے لئے یہ ضروری نہیں کہ اجسامِ مذکور آپس میں مَس کریں۔

حرکت کے معیارِ اثر کی بقا کے اصول

کا یہ دعویٰ ہے کہ کسی تصادم میں بحیثیتِ مجموعی معیارِ اثر میں نہ کوئی نفع واقع ہوتا ہے نہ نقصان — یہ اصول نیوٹن کے تیسرے کلیۂ حرکت سے محض نظری طور پر بغیر عملی تجربے کے ثابت کیا جا سکتا ہے۔ نیوٹن کا تیسرا کلیۂ حرکت حسب ذیل ہے :-

عمل اور ردِّ عمل آپس میں متضاد ہیں۔ ہم یہاں اس اصول کی صرف تجربی تصدیق پر غور کرینگے۔ اور اثناءِ بحث میں اُن تجربوں ہی کا بیان کرینگے جن میں فی الحقیقت جسمانی مَس سے تصادم واقع ہوتا ہو۔ اور متصادم اجسام ایک ہی خطِ مستقیم میں حرکت کرتے ہوں۔

یہ ضروری ہے کہ متحرک اجسام کے مجموعی معیارِ اثر پر غور کرتے وقت اُن کی سمتِ حرکت اور اُن کے معیارِ اثر کی مقداروں کا لحاظ رکھا جائے۔ لہذا اگر دو اجسام اِس طرح حرکت کریں کہ اُن کی رفتاریں ایک ہی خطِ مستقیم میں بالترتیب $ر_۱$ اور $ر_۲$ ہوں۔ اور ایک جسم دائیں طرف اور دوسرا بائیں طرف حرکت کرے جس کی وجہ سے ایک جسم میں مثبت معیارِ اثر اور دوسرے میں منفی ہو تو مجموعی معیارِ اثر ہر دو اجسامِ مذکورہ کے معیارِ اثر کے جبری مجموعے کے مساوی ہوگا۔ یہ لازمی نہیں کہ کوئی خاص سمت مثبت یا منفی قرار دی جائے مگر اِس بات کا لحاظ ضرور رکھا جائے کہ جب کسی خاص تجربے میں کوئی ایک سمت مثبت یا منفی مان لی جائے تو تمام تجربے کے دوران میں سمت مقررہ کے نام میں تبدیلی نہ ہونے پائے۔

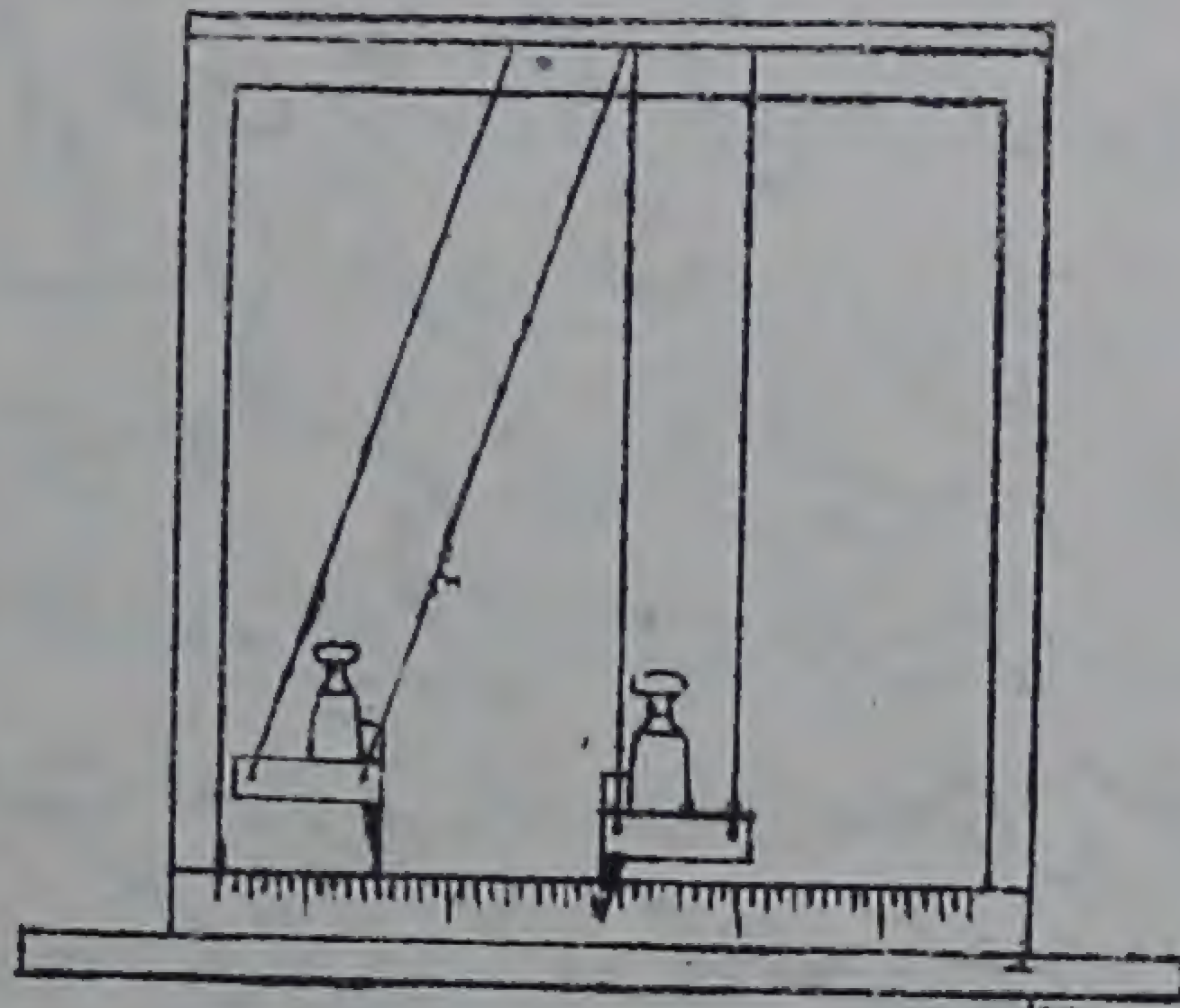
فرض کرو کہ دو کمیتیں $ک_۱$ اور $ک_۲$ جو بالترتیب $ر_۱$ اور $ر_۲$ رفتاروں سے ایک ہی خطِ مستقیم میں حرکت کرتی ہوں آپس میں تصادم

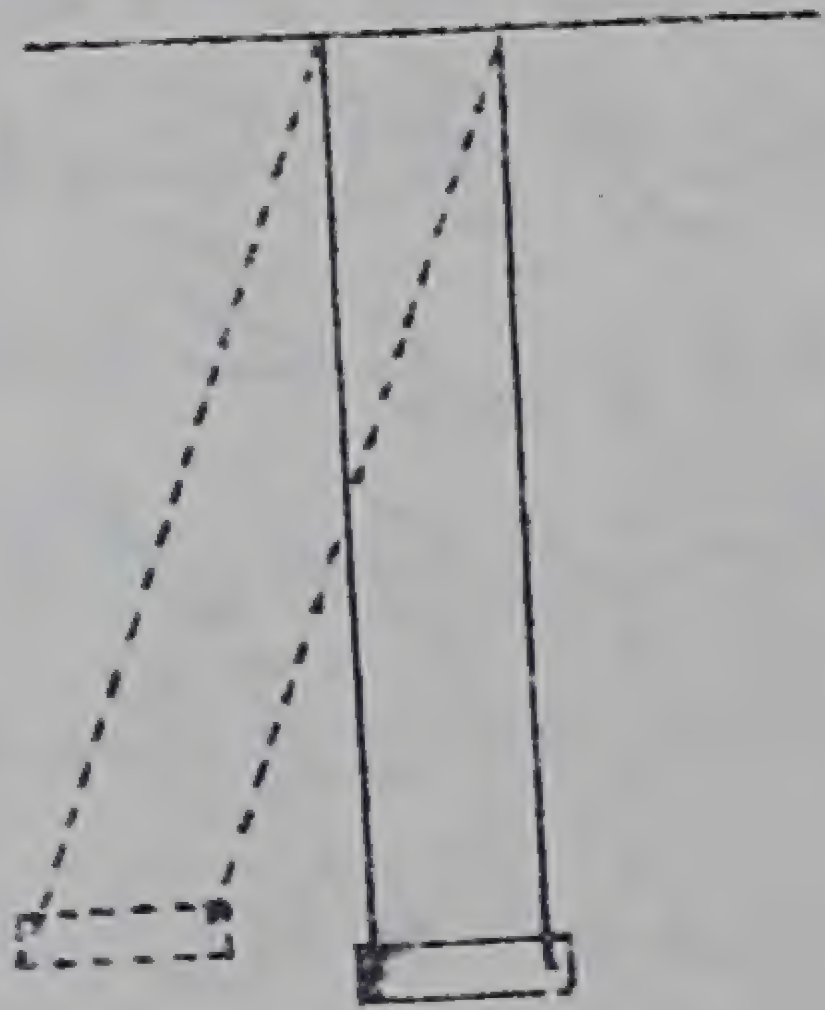
کریں۔ اور فرض کرو کہ تصادم کے بعد اُن کی رفتاریں بالترتیب رَ_1 اور رَ_2 ہوگئی ہوں تو بقائے معیارِ اثر کے اصول سے
مجموعی معیارِ اثر قبل تصادم = مجموعی معیارِ اثر بعد تصادم یعنی

$$\text{ک}_1\,\text{ر}_1 + \text{ک}_2\,\text{ر}_2 = \text{ک}_1\,\text{رَ}_1 + \text{ک}_2\,\text{رَ}_2$$

یہاں رفتار کی ایک سمت مثبت مان لی گئی ہے اور دوسری سمت منفی۔

اندفاعی ترازو

وہ آلہ جس سے معیارِ اثر کی بقا کے اصول کی عملی تشریح بہ آسانی ہوتی ہے اندفاعی ترازو کے نام سے مشہور ہے (شکل ۶۸)۔
اس آلے میں بالعموم لکڑی کے دو پلڑے ہوتے ہیں اور یہ پلڑے ڈوریوں کے ایک نظام سے اس طرح لٹکائے جاتے ہیں

شکل ۶۸۔ ہِک (Hick) کا اندفاعی ترازو

کہ وہ (پلڑے) بڑے نصف قطر کے قوس پر حرکت کرسکیں۔ لٹکانے والی ڈوریاں اس طرح مرتب کی جاتی ہیں کہ جھولنے کے وقت پلڑوں میں کسی قسم کی گردشی حرکت واقع نہ ہو۔ اور پلڑوں کی اُوپر کی سطحیں اپنے ہر محل پر اُفقا رہیں (شکل ۶۹)۔

اس آلے کی بہت سی شکلیں ہو سکتی ہیں مگر ایک خاص شکل میں اِس کے پلڑوں میں نمائندے لگے ہوئے ہوتے ہیں۔ اور ایسا انتظام رہتا ہے کہ یہ نمائندے ایک ثابت پیمانہ پر جو آلہ کے قاعدے سے اُفقاً چپاں رہتے ہیں آزادانہ حرکت کر سکیں۔

شکل ۶۹۔ پلڑے کی حرکت

تجربہ ۵۶۔ اندفاعی ترازو — مندرجۂ بالا دونوں پلڑوں پر معلوم کمیتوں کے مادّے رکھ کر متحرک مادّوں کی مجموعی کمیّت مختلف طرح سے بدلی جا سکتی ہے۔ ہر تجربے میں مادّے پلڑوں پر اِس طرح رکھے جائیں کہ وہ پلڑوں کے سامنے اُبھرے ہوئے کناروں سے مَس کرتے رہیں۔ اگر ایسا نہ کیا جائے تو تصادم کے وقت مادّے اپنے مقام سے سرک جائینگے اور اِس کی وجہ سے تجربے کی صحت کم ہو جائیگی۔ یہ یاد رہے کہ مادّے کے متحرک نظام کی کمیتیں $ک_۱$ اور $ک_۲$ محسوب کرتے وقت پلڑوں کی ذاتی کمیتیں بھی شریک حساب رہیں۔

اگر ایک پلڑا کسی معلوم فاصلے تک ہٹا کر چھوڑ دیا جائے تو وہ اپنے تعادل کے مقام پر ایک ایسی رفتار سے واپس آجائیگا جو اُس کے اِبتدائی اُفقی نقلِ مکان کے متناسب ہوگی۔ اِس دعوے کا ثبوت آئندہ دیا جائیگا۔

جب پہلا پلڑا دوسرے پلڑے (جو ابتداءً ساکن ہے) سے ٹکرائیگا تو دونوں پلڑوں کی رفتاریں بدل جائینگی۔

اب اِس کی ضرورت ہے کہ تصادم کے بعد پلڑوں کے

اُفقی نقلِ مکان کے مُشاہدے سے اُن میں سے ہر ایک کی رفتار دریافت کی جائے۔ اگر اکائیوں کا کوئی مناسب نظام لیا جائے تو اُفقی نقلِ مکان، حقیقی رفتاروں کے مساوی تصور کئے جا سکتے ہیں۔ چونکہ دونوں نمائندوں کا بیک وقت مشاہدہ کرنا ناممکن ہے اِس لئے اِس کی ضرورت ہے کہ ہر ایک نمائندے کے لئے تجربہ الگ الگ کیا جائے۔ اِس کی صورت یوں ہو سکتی ہے کہ دونوں نمائندوں میں سے ایک کے زیادہ سے زیادہ اُفقی نقلِ مکان (تصادم کے بعد) کا مشاہدہ کیا جائے۔ اُس کے بعد دُوسرے نمائندے کا بھی زیادہ سے زیادہ نقلِ مکان (تصادم کے بعد) دریافت کیا جائے۔ مگر دونوں صورتوں میں ابتدائی نقلِ مکان اور کمیتیں مستقل ہونی چاہئیں۔

ابتدائی نقلِ مکان اور متحرک کمیتوں کو بدل بدل کر تجربے کو چند بار دُہراؤ۔

نتائج حسبِ مندرجۂ ذیل جدول کی شکل میں مرتب کرو۔

قبل تصادم			بعد تصادم							غلطی فی صد
کمیت ک۱	رفتار (نقلِ مکان) ر۱	مجموعی معیارِ اثر ک۱ ر۱	کمیت ک۱	رفتار ر۱	معیارِ اثر ک۱ ر۱	کمیت ک۲	رفتار ر۲	معیارِ اثر ک۲ ر۲	مجموعی معیارِ اثر ک۱ ر۱ + ک۲ ر۲	

چونکہ مادّہ ک۲ ابتداءً ساکن تھا اِس لئے ر۲ صفر ہے۔ لہٰذا تیسرا خانہ ک۱ ر۱ مجموعی ابتدائی معیارِ اثر کی تعبیر کرتا ہے۔ اور دسواں خانہ

ک۱ ر۱ + ک۲ ر۲ تصادم کے بعد مجموعی معیارِ اثر کی۔

اِن دونوں خانوں کے فرق کو اِن میں سے کسی ایک کے رقوم میں فی صد ظاہر کرو۔ اور اس فیصد قیمت کو آخری خانے میں ہر تجربے کے سامنے بطور غلطی درج کرو۔

اگر کوئی آلہ ایسا ہو جس میں چپٹی یا نوکدار کیل لگی ہوئی ہو جس کے ذریعہ سے دونوں پلڑے تصادم کے بعد آپس میں گتھ جائیں تو اس کی وجہ سے دونوں پلڑے ایک مشترک رفتار (ر۱ = ر۲) کے ساتھ حرکت کرینگے۔ اس شکل کے آلے میں نمائندے کی ضرورت باقی نہیں رہتی۔ یہاں پلڑوں کی حرکت ایک ایسے راکب کے ذریعے سے ظاہر کی جاسکتی ہے جو لکڑی کے ایک ڈنڈے پر متحرک ہو سکے۔ اور راکب مذکور کی حرکت سے تصادم کے بعد دونوں کمیتوں کے زیادہ سے زیادہ نقلِ مکان کا اظہار ہو سکتا ہے۔

یہاں نہ صرف مشاہدات کی جدول کی ترتیب میں کسی قدر آسانی ہو جاتی ہے بلکہ مشاہدات کے کرنے اور تجربے کے عام عمل میں بھی بڑی سہولت حاصل ہوتی ہے۔

اِس صورت میں جدول کی شکل حسبِ ذیل ہوگی۔

قبل تصادم			بعد تصادم			غلطی فی صدی
کمیت ک۱	رفتار ر۱	مجموعی معیارِ اثر ک۱ ر۱	مجموعی کمیت ک۱ + ک۲	مشترک رفتار ر	مجموعی معیارِ اثر (ک۱+ک۲) ر	

یہاں آخری خانے سے تیسرے اور چھٹے خانوں کے فرق کا اظہار اُن میں سے

کسی ایک کے رقوم میں فی صد حساب کے لحاظ سے ہوتا ہے۔

ثبوت کہ حالتِ تعادل میں رفتار، اُفقی نقلِ مکان کے متناسب ہے۔

فرض کرو کہ مادّہ ک اپنے تعادل کے مقام ا سے قوس ا ب پر ہوتا ہُوا نقطۂ ب تک ہٹا لیا گیا ہے۔ یہاں نقطۂ تعلیق و ہے (شکل ۸۷)۔ اور قوس کا نصف قطر و ب = ل۔ مقام ب سے ا تک کمیّتِ ہذا کے واپس ہونے میں اُس کی توانائی بالقوۃ کا نقصان بمقدار ک ج ف ہوگا۔

نقطۂ ا پر یہ کمیّت ایک ایسی رفتار ر رکھتی ہے جس کی سمت شکل سے واضح ہے۔ اور ا پر اُس کو جو کچھ توانائی بالفعل حاصل ہے وہ اُس کے ب سے ا تک آنے میں جو توانائی بالقوۃ کا نقصان ہُوا ہے اُس کا نتیجہ ہے۔

و س ف ر ب ا

شکل ۸۷۔ اندفاعی ترازو کی رفتار

یعنی $\frac{1}{2}\,\text{ک}\,\text{ر}^2 = \text{ک ج ف}$

یا ر^2 متناسب ہے ف کے

ہمیں معلوم ہے کہ $\overline{\text{و ب}}^2 = \overline{\text{و س}}^2 + \overline{\text{ب س}}^2$

یعنی $\text{ل}^2 = (\text{ل} - \text{ف})^2 + \overline{\text{ب س}}^2$

اس لئے $2\,\text{ل ف} = \text{ف}^2 + \overline{\text{ب س}}^2$

یہ ظاہر ہے کہ ب س، ف کے مقابلے میں بڑا ہے۔ اس لئے کافی قریب درجے کی صحت کے ساتھ $\overline{\text{ب س}}^2$ کے مقابلے میں ف^2 نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ (ف^2 کی قیمت $\overline{\text{ب س}}^2$ کی قیمت کے مقابلے میں شاذونادر ا فی صد تک پہنچتی ہے)۔

اس لئے قریب ترین درجہ صحت کے ساتھ ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$\overline{\text{ب س}}^2 = 2\,\text{ل ف}$$

یعنی $\overline{\text{ب س}}^2$، ف کے متناسب ہے۔

ب س، مادہ ک کا ابتدائی اُفقی نقلِ مکان ہے۔
چونکہ ب س اور ر، دونوں گ کے متناسب ہیں۔ اس لئے ب س، ر کے متناسب ضرور ہوگا۔ یعنی جسم کی رفتار تعادل کے مقام پر سے گذرتے وقت ابتدائی اُفقی نقلِ مکان کے متناسب ہے۔

بالعکس یہ بھی دکھایا جا سکتا ہے کہ وہ اُفقی فصل جہاں تک جسم مقامِ تعادل سے گذر کر پہنچتا ہے اُس رفتار کے متناسب ہے جو جسم مذکور کو مقامِ تعادل پر حاصل ہے۔ یعنی تصادم کے بعد رفتاریں اُن زیادہ سے زیادہ اُفقی نقلِ مکان کے متناسب ہیں جہاں تک اجسام ٹکرانے کے بعد پہنچتے ہیں۔

اس امر کی اہمیت کہ تصادم کے وقت پلڑوں میں کسی قسم کی محوری حرکت نہ ہونے پائے ثبوت مندرجۂ بالا سے صاف ظاہر ہوگئی ہوگی۔ اگر محوری حرکت موجود رہے تو ب پر کی توانائی بالقوہ ا پر کی خطی توانائی بالفعل کی صورت میں کلیۃً نمودار نہ ہوگی۔ بلکہ اُس کا کچھ حصہ بطور محوری توانائی بالفعل موجود رہیگا۔ لہذا یہ دعویٰ کہ

$$\frac{1}{2} ک ر^2 = ک ج ف$$

صحیح نہ ہوگا۔ اور مندرجۂ بالا ثبوت باطل ہو جائیگا۔
محوری حرکت کے رو کنے کا طریقہ شکل ۶۹ کے ملاحظہ سے صاف ظاہر ہو جائیگا۔

۲۔ دوسرے کلیۂ حرکت کی عملی تصدیق کے طریقے

اگر کوئی جسم مستقل اسراع ع کے ساتھ حرکت کرے تو وہ فصل جس کو جسم مذکور وقت و میں طے کریگا ذیل کی مساوات سے حاصل ہوتا ہے:-

$$ف = ر و + \frac{1}{2} ع و^2$$

جہاں ر جسم کی ابتدائی رفتار ہے۔
اگر جسم ابتداءً ساکن ہے تو ر = ۰۔ اور مساوات مندرجۂ بالا ذیل کی صورت اختیار کریگی۔

$$ف = \frac{1}{2} ع و^2$$

کسی وقت و کے ختم پر رفتار ر کی قیمت مساوات۔

ر = رِ + ع و

سے حاصل ہوتی ہے۔ اور اسی مساوات کی شکل

ر = ع و ہو جائیگی اگر ابتدائی رفتار صفر ہو۔

یہ مساواتیں مطلق ہیں ــ اور مختلف مقادیر مستعملہ کی تعریفوں سے اخذ کی گئی ہیں۔ اور نیز ان کی تصدیق عملاً نہیں کی جاسکتی۔ با ایں ہمہ یہ مساواتیں اس امر کے دریافت کرنے میں استعمال کی جاسکتی ہیں کہ آیا جسم ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کر رہا ہے یا نہیں۔ بس اگر فاصلہ ف جس کو جسم سکون کے بعد وقت و میں طے کرے، کُلیہ

ف/و۲ = م (مستقل)

کی پابندی کرے، تو جسم مذکور ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کریگا۔ اور اس اسراع کی قیمت مستقل (م) کی قیمت سے دو چند ہو گی۔ کیونکہ

ع = ۲ف/و۲

وزن اور کمیتِ مادہ

ان مساواتوں کے استعمال کی مثال میں وہ جسم پیش کیا جاسکتا ہے جو اپنے وزن کے زیرِ عمل آزادانہ گر رہا ہے۔ اگر کوئی جسم بالکل آزادانہ زمین کی طرف گرنے دیا جائے تو جسم مذکور اپنی ابتدائی حرکت سے وقت و میں ایک ایسا فصل ف طے کریگا جو و۲ کے متناسب ہوگا۔ پس پہلے ثانیہ میں وہ تقریباً پانچ میٹر نیچے اُتریگا۔ مگر پہلے دو ثانیوں میں بیس میٹر۔ لہذا اگر کوئی جسم اپنے وزن کی وجہ سے سکون کے بعد آزادانہ گرے تو ف/و۲ کی قیمت تقریباً ۵ (پانچ) کے مساوی ہے۔ یعنی کُل جسموں کے لئے اسراع بوجہ جاذبۂ زمین ایک ہی ہے۔ اور اس کی قیمت تقریباً دس میٹر فی ثانیہ فی ثانیہ ہے (اس اسراع کی صحیح تر قیمت جزائر برطانیہ میں ۹٫۸۱ میٹر فی ثانیہ فی ثانیہ اور حیدر آباد دکن میں ۹٫۷۸۴ میٹر ہے۔

اب ہم دوسرے کلیۂ حرکت کی مدد سے س۔گ۔ث۔ نظام میں قوت کی اکائی کی تعریف حسبِ ذیل مساوات سے اخذ کرتے ہیں:۔
قوت (ڈائینوں[1] میں) = کمیّت مادّہ (گراموں میں) × پیداشدہ اسراع (سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں)
س۔گ۔ث۔ نظام کی مقداروں سے بحث کرتے وقت اگر ہم اسراع بوجہِ جاذبۂ زمین کی تعبیر حرف ج (سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں) سے کریں تو

آزادانہ گرتے ہوئے جسم پر قوتِ عاملہ (ڈائینوں میں) } = کمیّتِ مادّہ (گراموں میں) × ج

چونکہ گرتے ہوئے جسم پر عمل کرنے والی قوت اُس کا خود وزن ہے اس لئے

جسم کا وزن ڈائینوں میں = } (جسم کے مادّہ کی کمیّت گراموں میں) × (اسراع بوجہِ جاذبۂ زمین سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں)

اگر و ڈائین اُس جسم کے وزن کو تعبیر کرے جس کے مادّے کی کمیّت ک گرام ہو تو

و = ک ج

(ج = ۹۷۸٫۴ سمر فی ثانیہ فی ثانیہ حیدرآباد دکن میں)

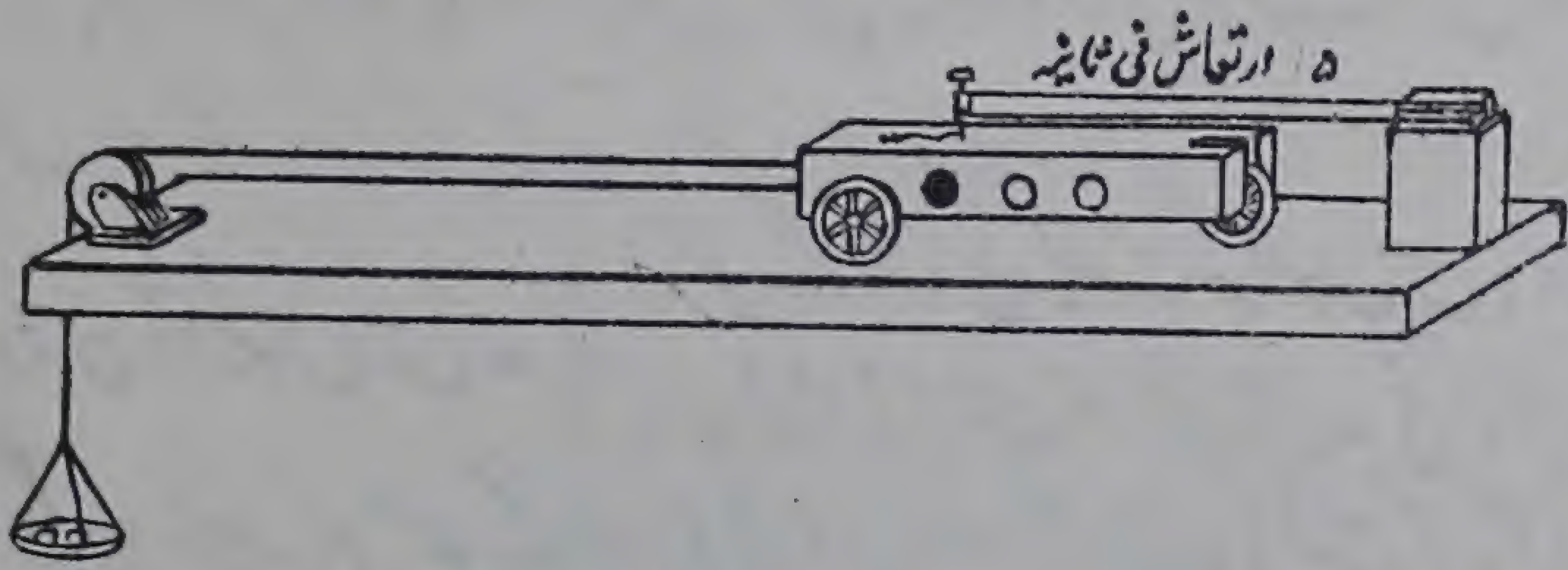
ہموار قوتوں کے حاصل کرنے کا سب سے آسان طریقہ یہ ہے کہ معلوم کمیّتوں کے مادّے ہلکی ڈوریوں سے لٹکائے جائیں۔ اور یہ ڈوریاں چرخیوں پر سے اس طرح گذاری جائیں کہ قوتوں کو جس سمت میں چاہیں عمل میں لاسکیں۔ اگر لٹکنے والے جسم کی کمیّتِ مادّہ کی پیمائش گراموں میں کی جائے اور اسراع بوجہِ جاذبۂ زمین ج سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں تو ڈوری پر عمل کرنے والی قوت جو مقادیر متذکرۂ بالا کے حاصل ضرب کے برابر ہے ڈائینوں میں حاصل ہوگی۔

[1] Dynes

۳۔ دُوسرے کلیۂ حرکت کے تشریحی تجربے

فلیچر[1] کا ٹرالی[2] دار آلہ

اس آلے میں (شکل ۱۰۱) بہت ہی ہلکے پہیوں پر ایک ٹرالی اس طرح چڑھی ہوتی ہے کہ وہ ایک اُفقی میز پر قریب قریب بے رگڑ حرکت کر سکے۔ اِس ٹرالی سے ایک ایسی ڈوری بندھی ہوئی ہوتی ہے جو میز کے کنارے پر چڑھی ہوئی چرخی پر سے گذرتی ہے اور اِس ڈوری کے آزاد

۵ ارتعاش فی ثانیہ

شکل ۱۰۱ ۔ فلیچر کا ٹرالی دار آلہ

سرے سے ایک چھوٹی کمیت کا مادّہ لٹکایا جاتا ہے۔ ڈوری سے مختلف کمیتوں کے مادّے لٹکا کر ٹرالی پر متفرق قوتیں لگائی جا سکتی ہیں۔ اور اِن قوتوں کے زیرِ عمل جو ٹرالی میں حرکت پیدا ہو گی اُس کے متعلق معلومات حاصل ہو سکتی ہیں۔ ٹرالی کے بازو کے سُوراخوں میں معلوم کمیتوں کے مادّے رکھ رکھ کر میز پر حرکت کرنے والے مادّے کی بھی کمیت بدلی جا سکتی ہے۔

طے کیا ہُوا فاصلہ اور مدتِ حرکت کے خود بخود قلم بند ہو جانے کا طریقہ جو اختیار کیا جاتا ہے وہ دلچسپی سے خالی نہیں۔ اس غرض کے لئے

---

[1] Fletcher

[2] Trolley

ایک بڑی کمانی ایک مضبوط شکنجے میں جکڑی جاتی ہے۔ اور اس کمانی کے آزاد سرے پر ایک ہلکا برش لگا دیا جاتا ہے۔ ٹرالی[1] کے اوپر کاغذ کا ایک ٹکڑا اس طرح چسپاں کر دیا جاتا ہے کہ اس کو برش ہلکے ہلکے چھوتا رہے۔ جب ٹرالی کو حرکت دی جاتی ہے تو اس کے ساتھ ساتھ کمانی بھی ارتعاش شروع کر دیتی ہے اور اس طریقہ سے کاغذ پر مرتعش برش کی وجہ سے موجی نشانات پڑ جاتے ہیں۔ بشرطیکہ برش میں پہلے سے سیاہی لگی ہو۔

چونکہ کمانی کی مدتِ دوران (یعنی ایک مکمل ارتعاش کا وقت) مستقل ہے اس لئے کاغذ کے اوپر کے موجی نشانات کے کسی دو معین نقطوں کے درمیان مکمل ارتعاشوں کی تعداد سے اس وقت کی قیمت مل جائیگی جو مذکورۂ بالا دو نقطوں کے درمیان فاصلہ طے کرنے کے لئے درکار ہے۔

مختلف تعدادوں کے مکمل ارتعاشوں کے وقت کے اندر ابتدائے حرکت سے طے شدہ فاصلوں کو مدِ نظر رکھ کر موجی نشان سے یہ دریافت کرنا ممکن ہے کہ آیا رشتہ $\frac{ف}{و^2}$ مستقل ہے یا نہیں۔

اس تجربے میں جو مادّہ حرکت کرتا ہے وہ مندرجۂ ذیل مادّوں کا مجموعہ ہے:

(۱) ٹرالی کا کمیّتِ مادّہ۔

(۲) ڈوری کا کمیّتِ مادّہ۔

(۳) لٹکنے والا کمیّتِ مادّہ

(۴) ایک وہ خفیف مادّہ جو چرخی کی حرکت کی وجہ سے متحرک تصور کیا جا سکتا ہے۔

(۵) ایک اور دوسرا خفیف مادّہ جو پہیوں کی حرکت کی وجہ سے متحرک تصور کیا جا سکتا ہے۔ چونکہ ٹرالی میں بالعموم کافی کمیّتِ مادّہ رہتا ہے اس لئے ٹرالی کی ذاتی کمیّت کے مقابلے میں بقیہ کمیّتیں نظر انداز کی جا سکتی ہیں۔

---

[1] Trolley

یہ ظاہر ہے کہ عمل کرنے والی قوت لٹکنے والے مادّے کے وزن اور چرخی پر سے نیچے لٹکنے والی ڈوری کے وزن کے مجموعے کے برابر ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ ڈوری کی وجہ سے جو غلطی داخل ہو سکتی ہے وہ دُور ہو جائے تو نہایت ہی باریک ڈوری (مثلاً مچھلی پکڑنے کی ڈوری) استعمال کرنی چاہیئے۔ تاکہ ڈوری کا وزن لٹکنے والے مادّے کے وزن کے مقابلے میں نظر انداز کیا جا سکے۔ اگر ڈوری کی وجہ سے غلطی کے دُور کرنے کی ضرورت لاحق ہو تو لٹکنے والے مادّے کے وزن میں چرخی سے باہر لٹکنے والی ڈوری کے ۲ وسط طول کا وزن داخل کر دینا چاہیئے۔

پیدا شدہ اسراع — تجربے سے خارج قسمت $\frac{\text{ف}}{\text{و}^{۲}}$ کی قیمت مستقل ملیگی۔ اِس لئے ٹرالی[1]، ایک مستقل اسراع $\frac{۲\text{ف}}{\text{و}^{۲}}$ کے ساتھ حرکت کر رہی ہے۔

اگر محض اضافی قیمتیں مقصود ہوں تو کمانی کے ایک مکمل ارتعاش کے وقت کو اکائی مان کر وقت کی پیمائش کی جا سکتی ہے۔ مگر مطلق نتیجوں کے حاصل کرنے کے لئے یعنی اسراع کی قیمت سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں دریافت کرنے میں یہ ضروری ہے کہ کمانی کا وقتِ دَوران ثانیہ میں معلوم کیا جائے۔

بالعموم کمانی پر اُس کا وقتِ دَوران لکھا رہتا ہے جس کو آلہ ساز نے خود دریافت کیا ہے۔ اور اِس معلوم وقتِ دَوران سے تجربے میں کام لیا جا سکتا ہے۔ وقتِ دَوران کے براہِ راست دریافت کرنے کے لئے یہ ضروری ہے کہ کمانی ارتعاش کی کافی تعداد پیدا کرے۔ مگر یہ صورت بہت ہی شاذ و نادر نصیب ہوتی ہے۔ اس لئے آلہ ساز کی دریافت کی ہوئی قیمت اختیار کرنے کے سوا کوئی دُوسرا چارہ نہیں۔ لہذا جب مطلق نتیجوں کی ضرورت پڑتی ہے تو وقت کے دریافت کرنے کا یہ طریقہ اہم نقص سے

---

[1] Trolley

خالی نہیں۔

فلیچر[1] کے ٹرالی دار آلے کے تجربے

تجربہ ۵۷۔ اسراع، قوت کے متناسب ہے۔ ٹرالی پر کاغذ چسپاں کرو۔ اور ڈوری سے ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، گرام، وغیرہ، وغیرہ، لٹکا کر ٹرالی میں حرکت پیدا کرو۔ اور ہر قوت کے زیرِ عمل ٹرالی کی حرکت کا نشان حاصل کرو۔ ہر صورت میں حرکت کو ایک ہی نقطے سے شروع کرکے کُل نشانات کا ایک ہی کاغذ پر حاصل کرنا نہایت دلچسپ ہے۔

ہر تجربے میں متحرک مادہ تقریباً ایک ہی رہتا ہے بشرطیکہ لٹکنے والے چھوٹے مادّے نظر انداز کر دئے جائیں۔

عمل کرنے والی قوتیں مختلف صورتوں میں لٹکنے والی کمیتوں کے متناسب ہیں۔ دکھاؤ کہ (ا) مساوی وقتوں میں طے کئے ہوئے فاصلے لٹکنے والے مادّوں کے متناسب ہیں۔

(ب)۔ ہر تجربے میں $\frac{2ف}{و^2}$ مستقل ہے۔

(ج)۔ اور اِن مستقلوں کی قیمتیں مختلف تجربوں میں لٹکتے ہوئے مادّوں کے متناسب ہیں۔

تصحیح بوجہ رگڑ۔ اگر صحت مقصود ہو تو رگڑ والی قوتوں کو دُور کرنا یا اُن کے اثر کو زائل کرنا ضروری ہے۔ اس غرض کے لئے ایک چھوٹی کمیت کا مادہ ڈوری سے اِس طرح لٹکایا جاتا ہے اور اُس کی قیمت اس طرح درست کی جاتی ہے کہ ایک دفعہ حرکت پیدا کرنے کے بعد ٹرالی اپنی حرکت عین جاری رکھے۔ جب یہ صورت پیدا ہو تو لٹکتے ہوئے چھوٹے مادّے کا وزن، ٹرالی کے اوپر کے کسی قسم کے بوجھ کے تحت میں، آلے کی رگڑ کے مقابلے کے لئے کافی ہے۔ تانبے کے

---

[1] Fletcher

تار کا ایک ٹکڑا اس امر کے لئے استعمال کیا جاسکتا ہے۔ اور یہ "رگڑی راکب" کی ایک مناسب شکل ہے۔ تار کو ڈوری پر لپیٹنا چاہیئے۔ اور ضرورت کے مطابق اِس تار کا مناسب طول تار کٹ کے ذریعہ سے بآسانی کاٹا جاسکتا ہے۔

تجربہ نمبر ۵۸۔ کسی دی ہوئی قوت کے تحت میں اسراع، متحرک مادّے کے ساتھ تناسب معکوس رکھتا ہے۔

ہر دفعہ ایک ہی لٹکنے والے مادّے کو استعمال کرکے ٹرالی پر مختلف بوجھ رکھ کر ہر بوجھ کے لئے جُدا جُدا نشان حاصل کرو۔ اور اس مستقل قوت کے زیرِ عمل ہر متحرک مادّے کے لئے اسراع دریافت کرو۔ اور دکھاؤ کہ

متحرک مادہ ۔ اسراع

مستقل ہے۔ یعنی قوت کے زیرِ عمل اسراع، متحرک مادّے کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتا ہے۔

اِس تجربے میں چرخی اور پہیوں کے مادّوں کی مماثل خفیف کمیتیں اگر معلوم ہوں تو وہ متحرک مادّے میں شریک کرلی جائیں۔ گرچہ بالعموم وہ نظرانداز کی جاسکتی ہیں۔

فرض کرو کہ ک = ٹرالی اور اُس پر رکھے ہوئے بوجھ کی مجموعی کمیّت۔

ک = لٹکنے والے مادّے کی کمیّت جس میں چرخی سے نیچے لٹکنے والی ڈوری کی کمیّت بھی شامل ہے۔

لا = چرخی کے مادّے کی مماثل کمیّت

اور ما = پہیوں کے مادّوں کی مماثل کمیّت۔

اِس لئے متحرک مجموعی کمیّت = ک + ک + لا + ما

نوٹ۔ اگر اسراع (۲ف / و۲) کی قیمت سمر فی ثانیہ فی ثانیہ میں محسوب کی گئی ہو تو مشاہدات متذکرۂ بالا کے ذریعے سے اسراع بوجہ جاذبۂ زمین کا دریافت کرنا ممکن ہے۔ لہذا ہر تجربے میں

ک ج = (ک + ک + لا + ما) × (۲ف / و۲)

کیونکہ عمل کونیوالی قوت نکلنے والی کمیت کا وزن ہے۔ پس مساوات مندرجۂ بالا سے ج کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔

بہرحال اسراع بوجہ جاذبۂ زمین کے دریافت کرنے کا یہ طریقہ اچھا نہیں کیونکہ مقداریں لا اور ما صحت کے ساتھ معلوم نہیں ہیں اور وقت و کی پیمائش میں بھی چند دقتیں پیش آتی ہیں۔ جن کا ذکر اوپر کیا جا چکا ہے۔

اس آلہ کے استعمال کرنے کا ایک اور طریقہ یہ ہے کہ ٹرالی ایک ایسی سطح پر رکھی جائے جو اُفق سے زاویۂ طہ بنائے۔ اس صورت میں سطح کے متوازی حرکت پیدا کرنے والی قوت

ک ج ۔(ک + ما) ج جب طہ

کے برابر ہے۔

ایٹ وُڈ کا آلہ

یہ آلہ فلیچر کے ٹرالی دار آلے سے زیادہ مشہور ہے اور تاریخی نقطۂ نظر سے بہت دلچسپ ہے۔ ایٹ وُڈ[1] نامی ایک مشہور انگریز ریاضی داں (۱۷۴۶ء۔ ۱۸۰۷ء) نے کلیاتِ حرکت کی تشریح کی غرض سے اور اسراع بوجہ جاذبۂ زمین کے دریافت کے لئے اِس آلے کو وضع کیا تھا۔ اِس آلے میں ایک چھوٹے راکب کا وزن، اپنے سے کہیں بڑے دو ایسے متوازن مادوں کو متحرک کرنے پر مجبور کیا جاتا ہے جو چرخی پر سے گذرتی ہوئی ڈوری کے دونوں سروں سے بندھے رہتے ہیں۔ چونکہ مجموعی متحرک مادے بڑے ہوتے ہیں اس لئے یہ چھوٹا راکب اِن متحرک مادوں میں صرف خفیف سا اسراع پیدا کرتا ہے بنابریں یہاں اسراع کی پیمائش کہیں زیادہ صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے

[1] Atwood

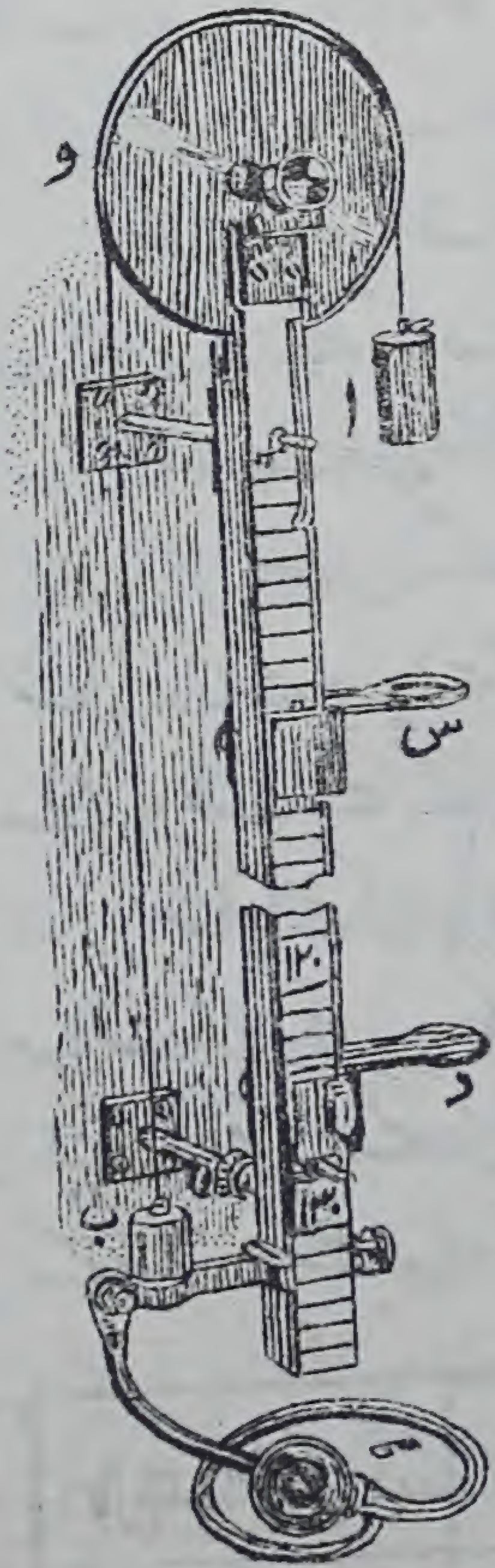
بمقابلہ اس اسراع کی پیمائش کے جو راکب خود آزادانہ گرنے میں پیدا کرتا ہے۔

ایٹ ووڈ[1] کا آلہ: ستونی وضع کا ——— مادّے کی دو مساوی کمیتیں ا اور ب ایک ڈوری سے لٹکائی جاتی ہیں۔ یہ ڈوری ایک ایسی چرخی پچ پر سے گذرتی ہے جو ۲ سے ۲٫۵ میٹر تک کے طول کے ستون کے سرے پر نازک سہارے پر چڑھی ہوتی ہے۔ ا اور ب کے نیچے لٹکانے والی ڈوری جیسی ایک اور ڈوری لگائی جاسکتی ہے۔ یہ ڈوری متلافی ڈوری کا کام کرتی ہے۔ اس کی وجہ سے مشین کے دونوں طرف کی ڈوری کے حصّوں کی کمیتیں بالکل متوازن رہتی ہیں خواہ کمیتیں ا اور ب کے محل کہیں بھی ہوں۔ مگر ایسی ڈوری کا استعمال عملیات میں دقّت سے خالی نہیں۔ اور اسی وجہ سے یہ بہت شاذو نادر استعمال کی جاتی ہے۔ کمیت ا پر ایک چھوٹا راکب اس طرح سوار رہتا ہے کہ وہ آسانی سے ڈوری پر چڑھ اتر سکے۔ اس لئے اس آلے کے سارے نظام میں اسی راکب کا وزن ہے جو غیر متوازن رہتا ہے۔

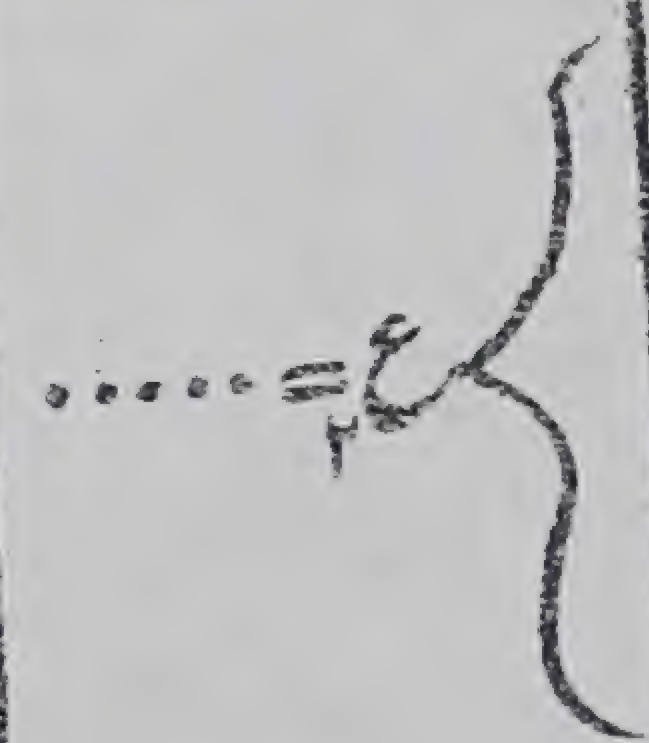
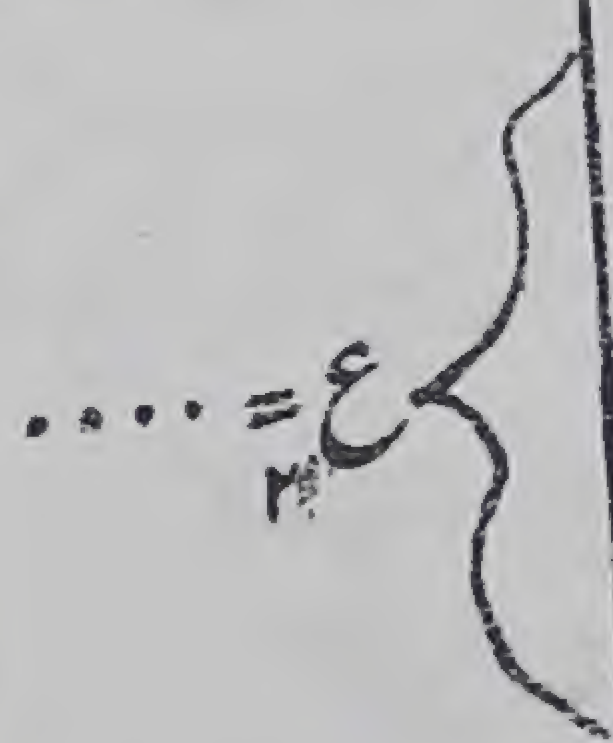
تجربہ کرتے وقت کمیّت ب ایک چٹکی سے ہلکی سی اس طرح باندھ دی جاتی ہے کہ کمیّت ا کے اوپر کا کنارا پیمانے کے کسی خاص معلوم نشان کے محاذی رہے۔ ا کے اس صفری مقام سے کچھ نیچے کسی مناسب فصل پر حلقہ ح اس طرح قائم کیا جاتا ہے کہ راکب کے وزن کے زیر عمل ا کوئی خاص معلوم فاصلہ طے کر سکے۔ حلقہ ح ایسا ہوتا ہے کہ کمیت ا بہ آسانی اس میں سے گذر سکے۔ مگر راکب حلقے پر اٹک جائے۔ تجربہ شروع کرتے وقت ایک چل رکنی گھڑی چلادی جاتی ہے اور اسی وقت چٹکی بھی کھول دی جاتی ہے۔ اور اس کی وجہ سے کمیّت ب جس کی رفتار اب صفر ہے آزادانہ حرکت

[1] Atwood

شروع کردیگی۔ جب حلقہ س سے ا پر سوار ارا کب ا کے ٹکرانے کی آواز سنی جاتی ہے تو اُسی وقت چل رُکنی گھڑی بند کردی جاتی ہے۔ اور کسی معلوم فاصلہ ف ا طے کرنے کے لئے جو وقت و درکار ہے وہ دریافت ہوجاتا ہے۔

تجربہ کرنے کا ایک اَور طریقہ ہے جس میں وقت کی پیمائش میٹرونوم[1] کے ذریعے سے ہوتی ہے۔ اِس طریقے میں فصل ف اِس طرح درست کیا جاتا ہے کہ گرنے کا وقت میٹرونوم کے ضربوں کی کسی خاص تعداد کے وقفوں کے ساتھ منطبق ہوجائے۔

اِس مشین کی بعض شکلوں میں چمٹی کے کھولنے کے لئے ایک ہوائی (Pneumatic) انتظام رہتا ہے جیساکہ شکل ۲-۲ سے ظاہر ہے۔ اور بعض مشینوں میں چمٹی کے بجائے ایک چھوٹی برقی مقناطیس لگی رہتی ہے۔ موخر الذکر صورت میں کمیتیں ا اور ب لوہے کی ہوتی ہیں۔ اور کمیت ب مقناطیسی قوت سے تجربے کے شروع میں بندھی رہتی ہے۔ ب کے آزاد کرنے کا کوئی سا بھی طریقہ استعمال کیا جاسکتا ہے۔ بشرطیکہ ب بغیر کسی انتصابی حرکت کے آزاد ہو سکے۔ باایں ہمہ آلے کے استعمال کی اور اُس کی ساخت کی سادگی سے بالعموم عمل میں یقین پیدا ہوتا ہے اِسی

شکل ۲-۲۔ ایٹ ووڈ کا آلہ: ستونی وضع کا۔

[1] Metronome

بناء پر کوئی سادہ انتظام قابل ترجیح ہے۔

ایٹ وُڈ کے آلے کے ساتھ تجربے

تجربہ ۵۹ ۔ جسم ہموار قوت کے زیرِ عمل، ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے۔ — کمیت ا پر تانبے کے تار کا ایک ایسا چھوٹا ٹکڑا رکھو کہ ذراسی ابتدائی حرکت دینے پر کمیتیں ا اور ب بغیر راکب کے عین حرکت شروع کریں۔ اِس صورت میں تار کے اس ٹکڑے کا وزن آلے کی رگڑ پر عین غالب آجائیگا۔ یہ تار کا ٹکڑا "رگڑ کی راکب" کہلاتا ہے۔ اور تمام دورانِ تجربہ میں ا پر رکھا رہتا ہے۔

حلقہ س کو مختلف مقامات پر اِس طرح قائم کرو کہ کمیتیں زیرِ تجربہ مختلف راکبوں کے زیرِ عمل ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ اور ۲۰۰ سم کے فاصلے طے کریں۔

مختلف وزنوں مثلاً ۲ گرام، ۴ گرام، ۶ گرام، وغیرہ، کے راکبوں کے زیرِ عمل کمیتوں کے مذکورۂ بالا فاصلوں کے طے کرنے کے مختلف اوقات دریافت کرو۔ ہر ایک راکب اور ہر ایک فصل کے لئے وقت کے کم سے کم تین تجربے ہونے چاہئیں۔

مشاہدات کی ہر جماعت کے لئے خارج قسمت $\frac{۲ف}{و^۲}$ کی قیمت دریافت کرو۔ اور یہ دکھاؤ کہ کسی خاص راکب کے لئے $\frac{۲ف}{و^۲}$ مستقل ہے۔ یعنی مستقل قوت کے زیرِ عمل مادّہ ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے۔ مندرجۂ ذیل کی شکل میں مشاہدات کو مرتّب کرو۔

استعمال شدہ راکب کا کمیتِ مادّہ	فصل ف	وقت و	$\frac{۲ف}{و^۲}$	اوسط اسراع
دو گرام راکب	۵۰ ۱۰۰ ۱۵۰ ۲۰۰			$ع_۱$ = ...

استعمال شدہ راکب کا کمیتِ مادہ	فصل ف	وقت و	$\frac{۲ف}{و^۲}$	اوسط اسراع
۴ گرام راکب	۵۰			$\frac{ع}{۴}$ = ...
	۱۰۰			
	۱۵۰			
	۲۰۰			
۶ گرام راکب	۵۰			$\frac{ع}{۶}$ = ...
	۱۰۰			
	۱۵۰			
	۲۰۰			

جدول کے ملاحظہ سے یہ معلوم ہوگا کہ ہر راکب کے لئے چوتھے خانے کی رقمیں تقریباً مستقل ہیں۔ اور راکب کی کمیت کے ساتھ ساتھ اِس مستقل کی قیمت بھی بڑھتی گئی ہے۔

تجربہ ۶۰۔ اِسراع، قوتِ عاملہ کے تناسب ہے۔
اِس دعوے کا ثبوت بغیر مزید تجربے کے مندرجۂ بالا جدول کے نتیجوں سے حاصل ہو سکتا ہے۔ مجموعی متحرک کمیت ہر تجربے میں قریب قریب ایک ہی ہے۔ کمیتوں میں اگر کچھ فرق بھی ہے تو وہ صرف راکبوں کی ذاتی کمیتوں کے فرق کی وجہ سے ہے۔ پس اگر کسی کمیت میں پیدا شدہ اسراع کمیتِ ہٰذا پر عمل کرنے والی قوت کے تناسب ہو تو اسراع ع۲، ع۴، ع۶ وغیرہ، مستعملہ راکبوں ہی کی کمیتوں کے تناسب ہونگے۔ یعنی تجربۂ ہٰذا میں ۲، ۴، ۶، وغیرہ کے تناسب۔

تجربہ ۶۱۔ کسی خاص قوت کے تحت میں اسراع، کمیتِ مادہ کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتا ہے۔
مختلف

کمیتوں ۲ اور ب کے جوڑوں کے استعمال سے یہ ثابت کرنا ممکن ہے کہ اگر کوئی معیّن قوت کسی کمیتِ مادہ پر عمل کرے تو اس میں جو اسراع پیدا ہوگا وہ کمیتِ مذکور کے ساتھ تناسب معکوس رکھیگا۔

اس امر کے ثبوت کے لئے ف اور و کی پیمائشوں سے کسی خاص راکب کے زیرِ عمل متحرک کمیتوں کے مختلف جوڑوں میں پیدا شدہ اسراع دریافت کیا جاتا ہے۔ ہر تجربے میں حاصلِ ضرب (مجموعی متحرک کمیّتِ مادہ) × (اسراع) کو مستقل ہونا چاہیئے۔

یہاں چرخی کے 'مماثل' مادّہ کی کمیّت کا جاننا ضروری ہے۔

کسی ایک تجربے میں مجموعی متحرک کمیتِ مادہ = (۲ک + ک + لا) گرام

نوٹ:۔ اس کی تشریح ذیل کے تجربے میں کی جائیگی۔

تجربہ ۶۲۔ اسراع بوجہ جاذبۂ زمین۔

(۱) ڈوری اور چرخی کے مماثل مادّے کی کمیّت معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔

فرض کرو کہ ۲ اور بؔ میں سے ہر ایک کا کمیتِ مادّہ = ک گرام

راکب کا کمیّتِ مادہ = ک گرام

چرخی (اور ڈوری) کا مماثل کمیتِ مادّہ = لا گرام

اور پیداہ شدہ اسراع = ع سم فی ثانیہ فی ثانیہ

تو قوتِ عاملہ = راکب کا وزن = ک ج ڈائین

متحرک مادّے کی کمیّت = (۲ک + ک + لا) گرام

قوت = کمیّتِ مادّہ × اسراع

اِس لئے ک ج = (۲ک + ک + لا) ع

اور اِس مساوات سے ج کی قیمت دریافت ہوسکتی ہے۔

تجربہ ۵۹ میں ہر ایک راکب کے زیرِ عمل کے مشاہدات سے ج کی قیمت دریافت کرو۔

(۲) جہاں چرخی کے مماثل مادّے کی کمیّت کے جاننے کی ضرورت نہیں:-

اگر کمیّتوں ۲ اور ب کے مختلف جوڑوں کے لئے ایک ہی راکب استعمال کیا جائے تو چرخی کے مماثل مادّے کی کمیّت معلوم کئے بغیر، ج کی قیمت دریافت ہو سکتی ہے۔

پس اگر کَ کمیّت کے جوڑے کے ساتھ پیداشدہ اسراع عَ، ہو۔ اور اگر ۲ اُسی راکب کے زیرِ عمل کً کمیّت کے جوڑے کے ساتھ پیداشدہ اسراع عً، حاصل ہو تو

ک ج = (۲ کَ + ک + لا) عَ

اور　　ک ج = (۲ کً + ک + لا) عً

یہاں لا غیر معلوم ہے۔

اس لئے　ک ج $\left\{ \frac{1}{\text{عَ}} - \frac{1}{\text{عً}} \right\}$ = ۲ (کً - کَ)۔

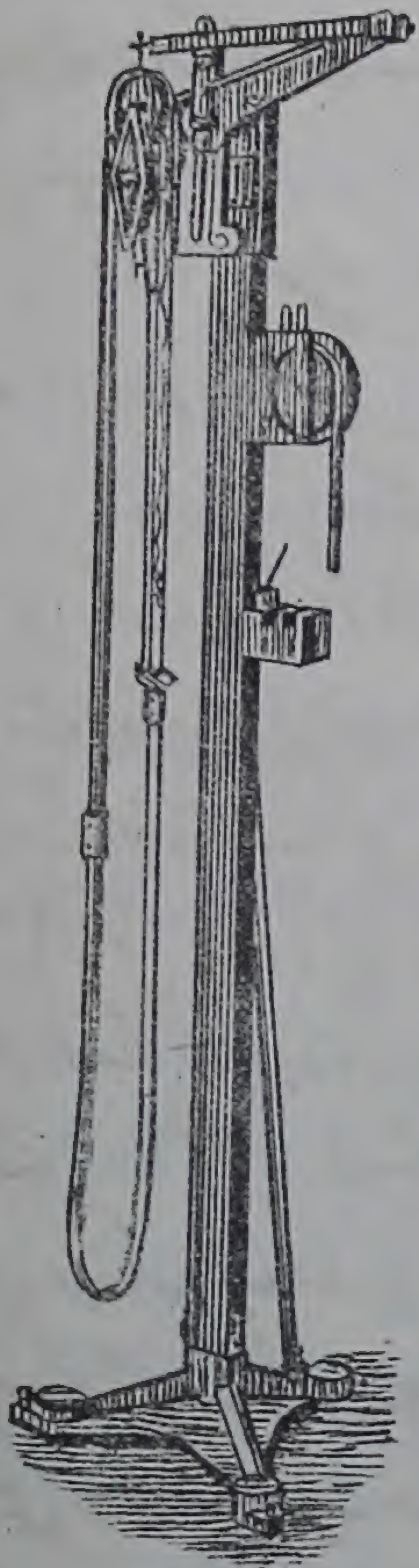
تجربہ ۱۱۵ میں مادّوں کے مختلف جوڑوں کے استعمال سے جو اسراع عَ اور عً، حاصل ہوئے ہیں اُن کی قیمتوں سے ج محسوب کرو۔

یہ آلہ ابتداءً ج کی تعیین کے لئے وضع کیا گیا تھا۔ اُس وقت تک کیٹر[1] کے صحیح رقّاصی طریقے ایجاد نہیں ہوئے تھے۔ آج کل اس آلہ کا خاص استعمال، کلّیاتِ حرکت کی تشریح ہے۔ اِس کے ذریعے سے ج کی تعیینیں اضافۃً کم درجے کی صحت رکھتی ہیں۔ مگر یہ تعیینیں تاریخی نظر سے دلچسپ ہیں۔

ایٹ وڈ[2] کا آلۂ فیتہ دار — اِس آلے میں مساوی کمیّتیں کاغذ کے ایک فیتے سے لٹکائی جاتی ہیں۔ اور یہ فیتہ چرخی کے گھیرے پر گذرتا ہے۔ اور اِن کمیّتوں کے نیچے اِس فیتے سے ایک

[1] Kater

[2] Atwood

اور بشلاقی فیتہ لگا رہتا ہے جیسا کہ شکل ۷۳ سے ظاہر ہے۔ اِس آلے میں ایک فولادی کمانی نصب ہوتی ہے جس کے آزاد سرے سے سیاہی لگا ہوا بُرش چرخی کے اُوپر کے فیتے پر نشان ڈالتا ہے۔ اور اس میں ایک ایسا سادہ انتظام مہیّا رہتا ہے کہ کمانی اور متحرک کمیتیں بیک وقت آزاد کی جاسکیں۔ فیتے پر ایک مکمّل موج کا نشان وقت کے ایک معلوم وقفے کی تعبیر کرتا ہے۔ (یہ وقفہ کمانی کا وقتِ دَوران ہے)

اِس شکل کے آلے کے ساتھ اُسی قسم کے تجربے کیئے جاسکتے ہیں جیسا کہ ستونی وضع کے آلے کے ساتھ۔ مگر فیتہ دار آلے میں وقت اور فاصلے فیتے کے نشان سے حاصل ہوتے ہیں۔ ہر تجربے میں موجی نشان کے ذریعے سے اِسراع کی قیمت معلوم ہوسکتی ہے۔ جیسا کہ فلیچر کے ٹرالی دار آلے کے بیان میں بتایا جاچکا ہے۔

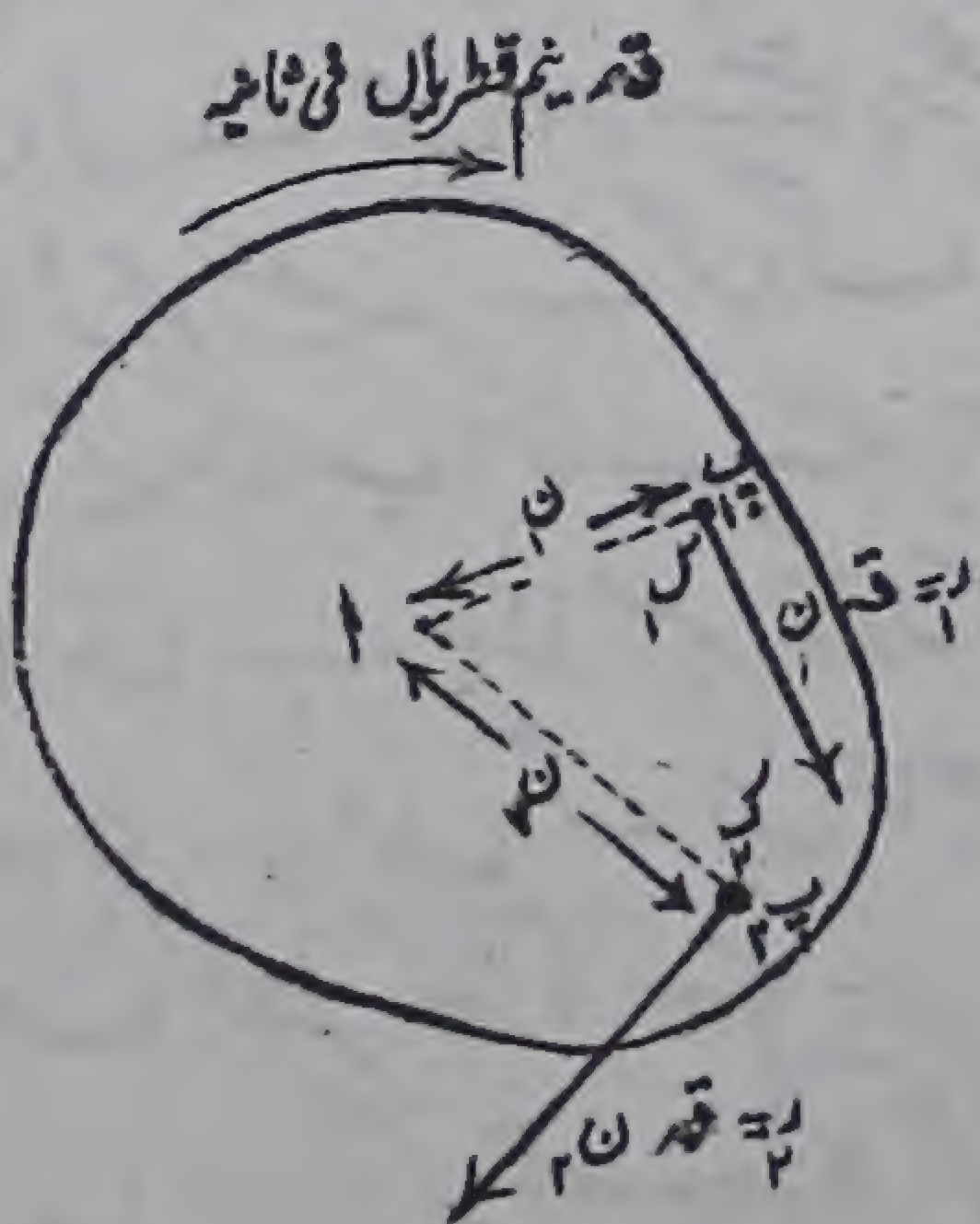
شکل ۷۳۔ ایٹ وُڈ کا آلہ: فیتہ دار

تجربے ٹھیک اُسی طرح کرو جیسا ستونی وضع کے آلے کے ساتھ تم نے کیئے تھے۔ مگر یہاں فصل ف کو بدلنے اور اُس کے جواب میں وقت کی قیمت براہِ راست دریافت کرنے کے بجائے کمانی اور فیتے کے ذریعے سے اِسراع محسوب کرو۔

اَیٹ وُڈ کے آلے کے استعمال کرنے کا ایک اور طریقہ بھی ہے جو کبھی کبھی اختیار کیا جاتا ہے۔ اِس طریقہ سے راکب کے حلقے سے اٹک جانے کے بعد کمیّت ۲ کی رفتار دریافت کی جاتی ہے۔ مگر یہ معلوم رہے کہ راکب کے الگ ہو جانے کے بعد متحرک نظام کو مستقل رفتار سے حرکت کرنا چاہیئے۔ بہر حال یہ طریقہ نہ اِتنا آسان ہے اور نہ اِس قدر صحیح جیسا وہ طریقہ جس کی تشریح اُوپر ہو چکی ہے۔

۴۔ اُستوار جسم کی گردش

جمود کے معیارِ اثر

کسی محور کے گرد، گردش کرنے والے مادّے کا اثر نہ صرف حرکت کرنے والے مادّے پر مبنی ہے بلکہ اُس کا انحصار اِس امر پر بھی ہے کہ مادّہ محور کے لحاظ سے کس طرح پھیلا ہوا ہے۔ پس ایک ایسے جسم کی توانائی بالفعل پر غور کرو جو کاغذ کی سطح پر نقطۂ ۱ سے عمود وار گزرتے ہوئے محور کے گرد زاویئی رفتار قد نیم قطریوں کے ساتھ گردش کرتا ہے (شکل ۴۷)۔

نقطہ $پ_۱$ پر ذرّہ $ک_۱$ کی رفتار = $ن_۱$ قد

نقطہ $پ_۲$ پر ذرّہ $ک_۲$ کی رفتار = $ن_۲$ قد وغیرہ

$پ_۱$ پر ذرّہ $ک_۱$ کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2}$ $ک_۱$ ($ن_۱$ قد)^2۔

$پ_۲$ پر ذرّہ $ک_۲$ کی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2}$ $ک_۲$ ($ن_۲$ قد)^2 وغیرہ۔

جسم کی مجموعی توانائی بالفعل ۱ کے گرد گھومنے کی وجہ سے =

$\frac{1}{2}$ قد^2 ($ک_۱ ن_۱^2 + ک_۲ ن_۲^2 + ک_۳ ن_۳^2 + \dots$)

اگر قوس کے اندر کی

قد نیم قطریاں فی ثانیہ

شکل ۴۷۔ جمود کا معیارِ اثر

مقداروں کے مجموعے کو نشان و سے ظاہر کریں تو

گردشی توانائی بالفعل = $\frac{1}{2}$ و ق^2

و سے تعبیر کیا ہوا مجموعہ جسم مذکور کی ایک خاصیت ہے۔ اور محور معینہ ا کے لحاظ سے وہ مجموعہ اس جسم کے لئے ایک خاص قیمت رکھتا ہے۔ اور اس مجموعے کی مقدار محور مذکور کے گرد مادّے کی تقسیم پر منحصر ہے۔ اس و کو محور معینہ کے گرد جسم کے جمود کا معیارِ اثر کہتے ہیں اور اس کی تعریف یوں ہوتی ہے کہ

$$و = ک_1 ن_1^2 + ک_2 ن_2^2 + ک_3 ن_3^2 + \ldots\ldots$$

یا $و = \Sigma\ (ک\ ن^2)$

جہاں Σ سے جسم کے کُل ذرّوں کے لئے ایک ہی قسم کی متعدد رقموں کا مجموعہ مراد ہے۔

گردشی نصف قطر — اگر کسی جسم کے مادّے کی مجموعی کمیّت کو ایک ہی ذرّے میں منجمد تصور کیا جائے۔ اور یہ ذرّہ نقطۂ ا کے گرد ایک ہلکے ڈنڈے کے ذریعے سے گ نصف قطر کے دائرے میں گھومنے پر مجبور کیا جائے تو ذرّۂ مذکور کے جمود کا معیارِ اثر محور معینہ کے گرد ک گ^2 ہوگا۔ ک جسم کا کمیّتِ مادّہ ہے۔ گ کے مناسب انتخاب سے اِس ذرّے کے جمود کا معیارِ اثر اُتنا ہی بنایا جا سکتا ہے جتنا جسمِ مذکور کا۔ گ کی اِس قیمت کے لحاظ سے ک گ^2 = و۔ یہ طول گ اِس خاص محور کے لحاظ سے جسم کا گردشی نصف قطر کہلاتا ہے۔

اگر جسم کا کُل مادّہ گ نصف قُطر کے چھلّے کی شکل میں بھی مرتّب ہو تو جمود کے معیارِ اثر کی قیمت وہی رہیگی۔

متوازی محوروں کا اصول

کسی جسم کے جمود کا معیارِ اثر کسی محور کے گرد =
(مرکزِ جاذبہ میں سے گزرنے والے متوازی محور کے گرد جسمِ مذکور کے جمود کا معیار اثر +
(جسم مذکور کا کمیّتِ مادّہ) × (محوروں کے درمیانی فاصلے کا مربع)۔
پس $م_ا$ یعنی ا سے گذرنے والے محور کے گرد معیارِ اثر

$$= م_ج + ک ف^2$$

لیکن $م_ا = ک گ_ا^2$

اور $م_ج = ک گ_ج^2$

اِس لئے $ک گ_ا^2 = ک گ_ج^2 + ک ف^2$

یا $گ_ا^2 = گ_ج^2 + ف^2$

بنابریں اگر ہمیں مرکزِ جاذبہ سے گذرنے والے محور کے لحاظ سے جمود کا معیارِ اثر یا گردشی نصف قطر معلوم ہو تو کسی اور متوازی محور کے لحاظ سے جمود کا معیارِ اثر دریافت ہو سکتا ہے۔

چند کار آمد صورتوں کے جمود کے معیارِ اثر کی فہرست ضمیمہ میں ملے گی۔

شکل ۷۵۔ متوازی محور ا اور ج میں سے

خطّی حرکت و زاویئی حرکت

خطّی حرکت کے متعلق مقادیر اور زاویئی حرکت کے متعلق مقادیر کے مابین ذیل کی جدول میں جو مشابہت

واقع ہے وہ قابلِ غور ہے۔

خطّی حرکت		زاویئی حرکت	
مقادیر	علامات	مقادیر	علامات
نقلِ مکان یا فصل	ف	زاویہ	طہ
رفتار	ر = فرف / فرد	زاویئی رفتار	قد = فرطہ / فرد
اسراع	ع = فرر / فرد = فر۲ف / فرد۲	زاویئی اسراع	عد = فرقد / فرد = فر۲طہ / فرد۲
کمیّتِ مادّہ	ک	جمود کا معیار اثر	م
قوت	ق = ک ع	جُفت	ج = م عد
حرکت کا معیارِ اثر	ک ر	زاویئی حرکت کا معیارِ اثر	م قد
انتقالی توانائی بالفعل	½ ک ر۲	محوری توانائی بالفعل	½ م قد۲
کام	(قوت × طے شدہ فاصلہ) ت = ق ف	کام	(جُفت × گردشی زاویہ) ت = ج طہ

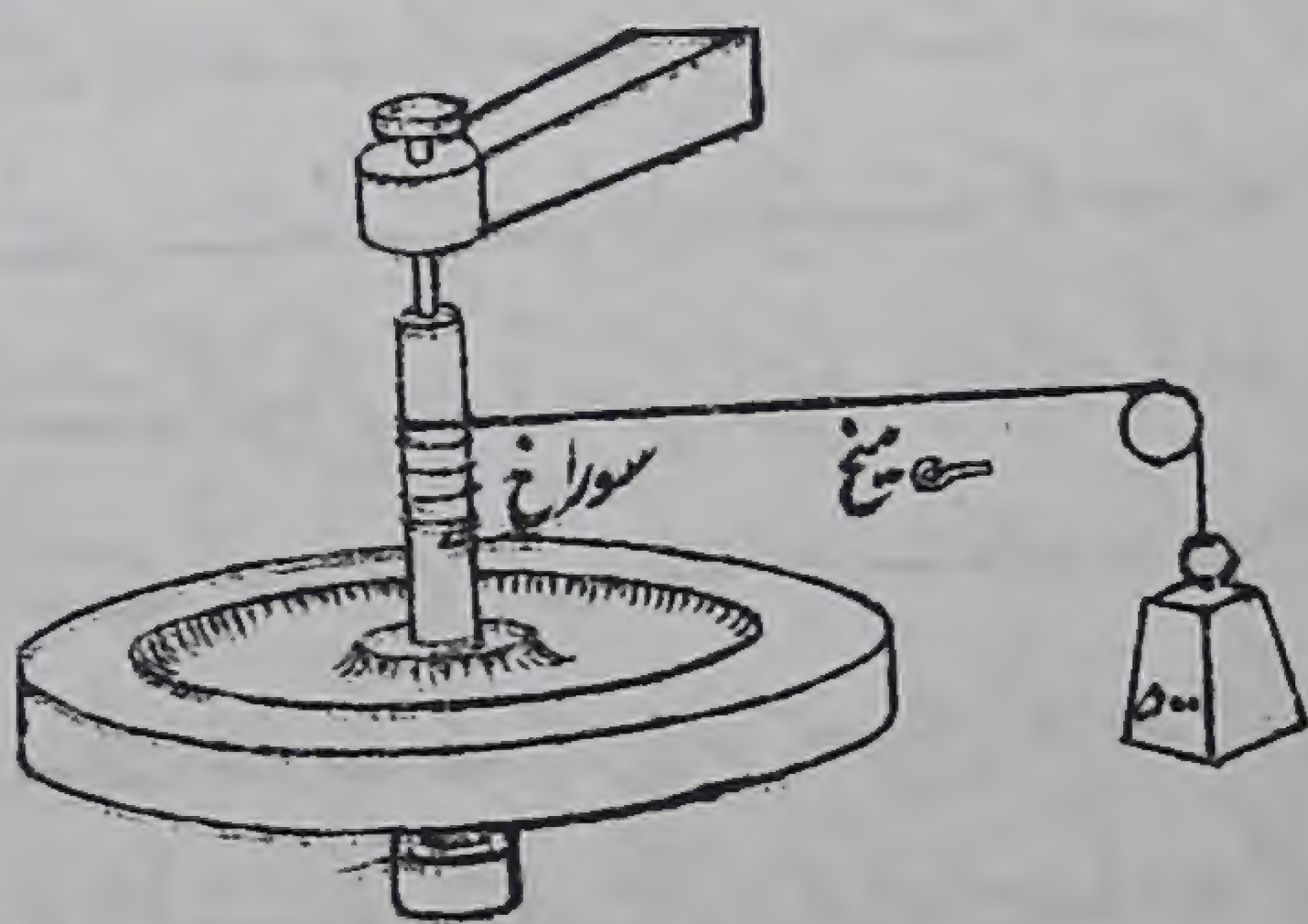
یہ جدول زاویئی حرکت پر بحث کرنے میں بہت کار آمد ہے کیونکہ خطّی حرکت کی حالت میں چند خاص مقداروں کے باہمی تعلق بتانے کے لئے اگر کوئی عام جملہ حاصل ہو جائے تو زاویئی حرکت کے لئے بھی متشابہ مقداروں کے باہمی تعلق بتانے والا ٹھیک ویسا ہی جملہ فوراً لکھا جا سکتا ہے۔ اِس امر کی مثالوں کے لئے فصل نہم میں سادہ موسیقی حرکت کا بیان دیکھو۔

۵- جمود کے معیارِ اثر کی پیمائش

چونکہ جمود کے معیارِ اثر کا تخیّل گردش کرنے والے جسم کی توانائی بالفعل کی بحث سے حاصل ہُوا ہے اِس لئے ہم عموماً اِسی توانائی بالفعل کی پیمائش سے جمود کا معیارِ اثر دریافت کرتے ہیں۔ کسی جسم میں توانائی کی ایک خاص یا قابلِ پیمائش مقدار داخل کرنے پر اُس میں جو زاویئی رفتار پیدا ہوتی ہے اُس کی پیمائش سے جسمِ مذکور کے جمود کے معیارِ اثر کی عملی تعیین کی جاتی ہے۔

اُڑ پہیے کے جمود کا معیارِ اثر

اگر جسم لمبی دُھری کے پہیے کی شکل کا ہو تو گردشی محور کے گرد اُس جسم کے جمود کے معیارِ اثر دریافت کرنے کا حسبِ ذیل ایک نہایت مناسب طریقہ ہے۔ اِس طریقے میں دُھری کے کسی ایک نقطے پر یا خود پہیے کے اُسطوانی گھیرے پر ایک چھوٹے سوراخ یا ایک چھوٹی میخ کی ضرورت پڑتی ہے۔

پیتل کی ایک ایسی کیل بنائی جاتی ہے کہ وہ سوراخ میں ٹھیک

شکل ۷۶ - اُڑ پہیہ انتصابی محور کے ساتھ

بیٹھ جائے۔ اور یہ کیل ایک خاصی لمبی ڈوری سے مضبوط باندھ دی جاتی ہے۔ اگر سوراخ کے بجائے منخ لگی ہو تو ڈوری کے ایک سرے میں سادہ حلقہ بناکر اس حلقے کو منخ پر چڑھا دیتے ہیں۔ مندرجۂ بالا طریقوں میں سے کسی ایک طریقے سے ڈوری کو دھری یا پہیے میں لگانے کے بعد پہیا اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ ڈوری چند بار پہیے کے کنارے پر یا دھری پر لپٹ جائے۔ اگر پہیے کا محور انتصابی ہو تو ڈوری کو ایک چرخی پر سے گزارتے ہیں اور اگر محور اُفقی ہو تو ڈوری کو براہِ راست لٹکنے دیتے ہیں۔ اس ڈوری کے آزاد سرے سے مناسب کمیّت کا ایک مادّہ لٹکایا جاتا ہے۔

اب اگر یہ کمیّت گرنے دی جائے تو وہ اپنی توانائی بالقوّہ کا کچھ حصہ کھو دیگی۔ کھوئی ہوئی توانائی بالقوّہ گرنے والی کمیّت کی حرکت کی وجہ سے کچھ تو انتقالی توانائی بالفعل میں اور کچھ اُڑ پہیے کی محوری توانائی بالفعل میں منتقل ہو جائیگی۔ رگڑ کی وجہ سے جو توانائی کا نقصان ہوتا ہے اس کو اگر سردست نظر انداز کردیں تو بقائے توانائی کے اُصول سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ

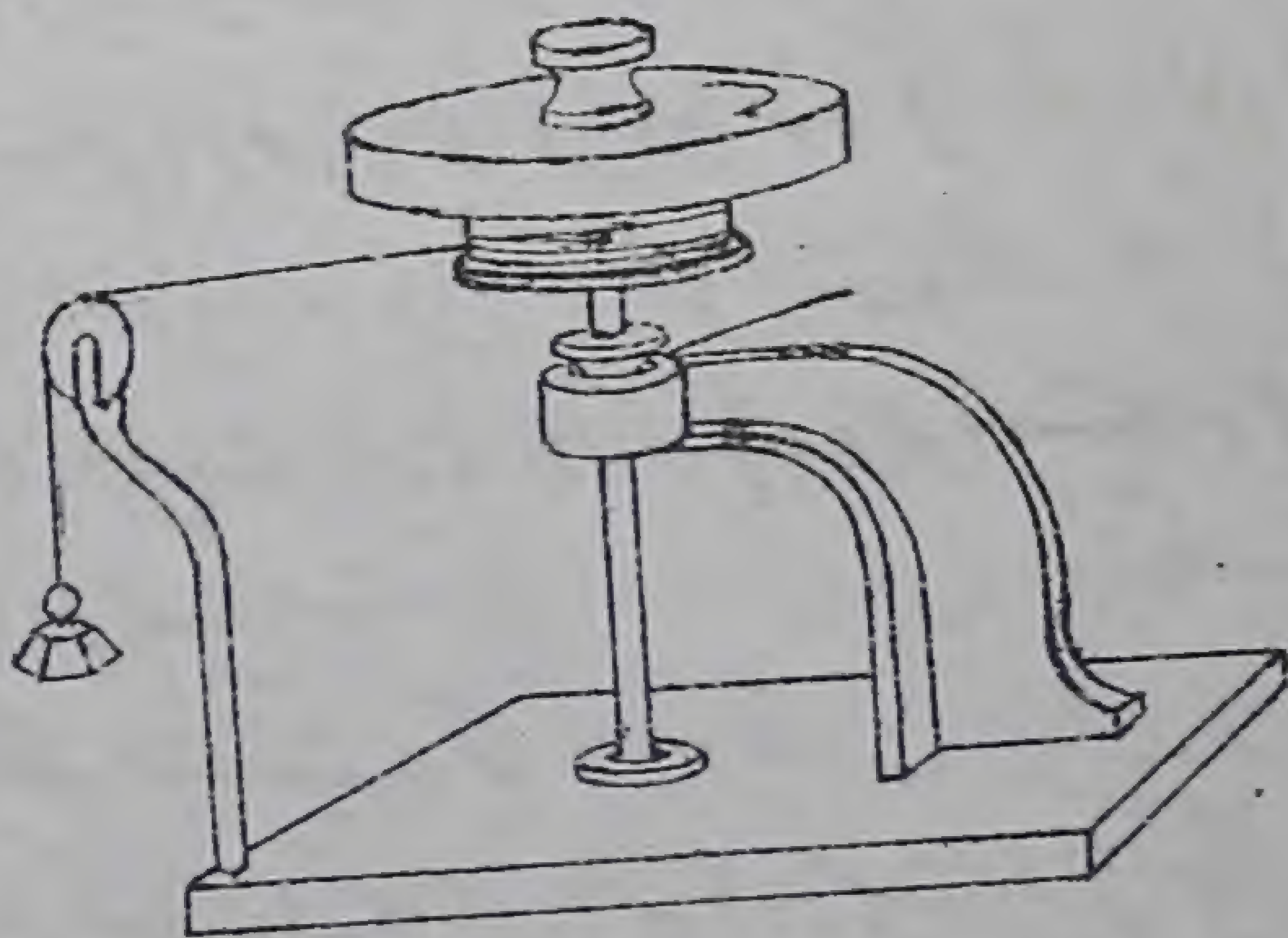
(گرنے والی کمیّتِ مادہ کی کھوئی ہوئی توانائی بالقوّہ) = کمیّتِ ہذا کی حاصل شدہ توانائی بالفعل) + (پہیے کی حاصل شدہ توانائی بالفعل)

اب اگر لٹکے ہوئے مادّے کی کمیّت ک گرام ہو اور یہ پہیے سے ڈوری کے جُدا ہونے سے پہلے اِس کمیّت کا طے شدہ انتصابی فاصلہ ف سمر ہو تو اس سے کھوئی ہوئی توانائی بالقوّہ ک ج ف ارگ ہوگی۔ فرض کرو کہ دُھری سے ڈوری کے سرے کے عین علیحدہ ہونے کے وقت، گرنے والے مادّے میں ر سمر فی ثانیہ کی خطی رفتار اور پہیے میں قہ نیم قطریاں فی ثانیہ کی زاویئی رفتار پیدا ہو گئی ہے۔ تو اس وقت گرنے والے مادّے کی انتقالی توانائی بالفعل $\frac{1}{2}$ ک ر^2 اور پہیے کی محوری توانائی بالفعل $\frac{1}{2}$ م قہ^2 ہوگی۔

لہذا رگڑ کو نظر انداز کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$ک\ ج\ ف = \frac{1}{2} ک\ ر^2 + \frac{1}{2} م\ قہ^2$$

اِس مساوات میں ک اور ج دونوں معلوم ہیں۔

ف کی تعیین:۔ ف کی صحیح قیمت دریافت کرنے کا سب سے آسان اور مناسب طریقہ یہ ہے کہ ڈوری کا طول اتنا رکھا جائے کہ جب گرنے والے مادّے کی نچلی سطح ٹھیک زمین پر پہنچے تو ڈوری کا سرا پہیّے سے جدا ہو جائے۔ اگر ابتدائے حرکت کے وقت مادّے کی

شکل ۷۷۔ اُڑپہیّہ انتصابی محور کے ساتھ

نچلی سطح کی بلندی اس طرح درست کی جائے کہ وہ میز کی اوپری سطح کی بلندی کے برابر ہو تو فاصلہ ف جس تک مادّہ مذکور پہیّے سے ملحق رہکر گریگا زمین کے فرش سے میز کی اوپری سطح کی بلندی کے برابر ہوگا۔

ر اور قہ کی تعیین ——— ر اور قہ کے دریافت کرنے کے دو طریقے ہیں۔ جن کی تشریح نیچے کی جائیگی۔ اِن میں سے دوسرا طریقہ قابلِ ترجیح ہے کیونکہ اس طریقے میں مقابلۃً نہ صرف زیادہ صحت حاصل ہوتی ہے بلکہ اِس میں جو رگڑ کی وجہ سے نقصان ہوتا ہے

اُس کی تصحیح کے ذرائع بھی مل جاتے ہیں۔ (رگڑ کی تصحیح کا طریقہ آگے بیان کیا جائیگا)۔

طریقہ (۱) گرنے والی کمیّت کو زمین تک پہنچنے میں جو وقفہ لگتا ہے اُس کی پیمائش چل رُکنی گھڑی کے ذریعے سے کی جاتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ وقفہ و ثانیہ ہے۔

اس وقفے کے اندر کمیّت ہٰذا ہموارانہ بڑھتی رفتار سے فاصلہ ف سمر تک نیچے اُترتی ہے۔ چونکہ ابتدائی رفتار صفر ہے اس لئے آخری رفتار یعنی وہ رفتار جو گرتی کمیّت زمین پر پہنچتے وقت رکھتی ہے، اوسط رفتار سے دوچند ہوگی۔

$$\text{اوسط رفتار } \bar{ر} = \frac{ف}{و}$$

$$\text{اِس لئے آخری رفتار } ر = ۲\,\bar{ر}$$

$$= \frac{۲\,ف}{و}$$

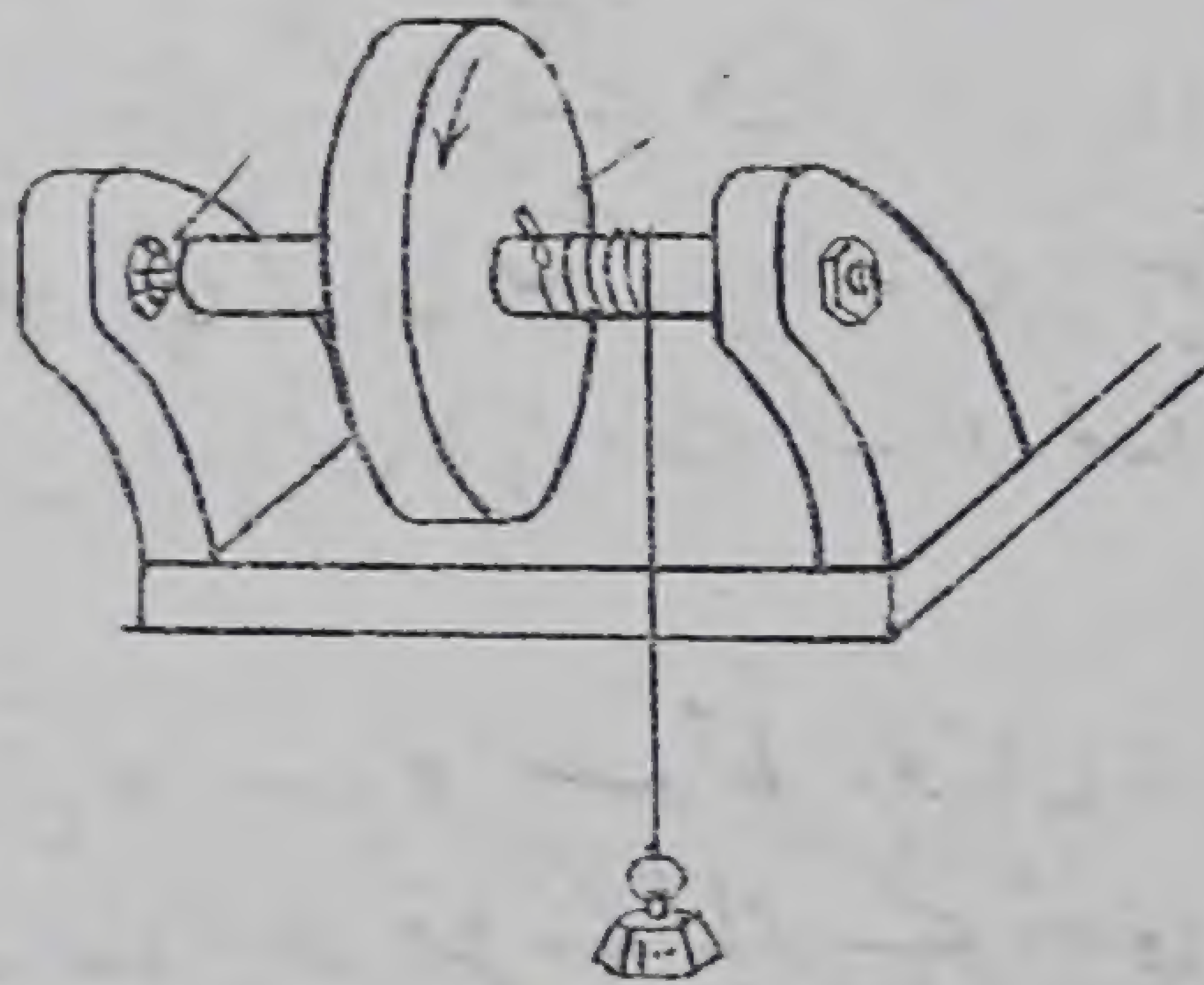
وقفہ و بالعموم بہت چھوٹا ہوتا ہے۔ اِس لئے اُس کی پیمائش کچھ زیادہ صحت کے ساتھ نہیں ہو سکتی۔

ہمیں معلوم ہے کہ ر = قدن جہاں ن، اُس اسطوانی گھیرے کا نصف قطر ہے جس پر ڈوری لپیٹی گئی ہے۔ اگر ن ناپ لیا جائے۔ اور ر کی قیمت حسب مندرجۂ بالا دریافت ہو جائے تو قد کی قیمت مل جائیگی۔ کیونکہ

$$قد = \frac{ر}{ن}$$

طریقہ (۲) پہیّہ سے ڈوری کے علٰحدہ ہو جانے کے بعد پہیا بہت دیر تک گھومتا رہتا ہے۔ گر رگڑ کی وجہ سے اُس کی زاویئی رفتار گھٹتی جاتی ہے یہاں تک کہ پہیا پھر ساکن ہو جاتا ہے۔

اگر رگڑ کا عمل مستقل ہو تو پہیے میں بالکل ہموارانہ ابطا پیدا ہوگا۔ یعنی اُس کی رفتار ہموارانہ کم ہوتی جائیگی۔ اور اِس کو ساکن ہونے کے لئے جتنا وقفہ درکار ہے اُس وقفے کے اندر اُس کی اوسط زاویئی رفتار

اُس کی ابتدائی زاویئی رفتار کے نصف کے برابر ہوگی۔

شکل ۸۷۔ اُڑ پہیہ اُفقی محور کے ساتھ

اگر ڈوری کے جُدا ہو جانے کے بعد پہیا ت۲ مکمل گردشیں کرے۔ اور اُس کے ساکن ہونے کے لئے و۲ وقت کی ضرورت ہو تو ساکن ہوتے وقت اُس کی اوسط زاویئی رفتار حسبِ ذیل رشتہ سے حاصل ہوگی۔

اوسط زاویئی رفتار قہ = ۲ π ت۲ / و۲ نیم قُطریاں فی ثانیہ

اِس لئے ڈوری کے عین جُدا ہوتے وقت

زاویئی رفتار قہ = ۲ قہ = ۴ π ت۲ / و۲ نیم قطریاں فی ثانیہ

یہاں و۲ کی قیمت و کے مقابلے میں کہیں زیادہ ہے۔ اِس لئے و۲ کی پیمائش زیادہ صحت کے ساتھ ہو سکتی ہے۔ لہٰذا ر اور قہ کی قیمتیں جو اس طریقے سے حاصل ہوتی ہیں۔ پہلے طریقے کی قیمتوں سے کہیں زیادہ صحیح ملینگی۔

قہ کی قیمت دریافت کر لینے کے بعد ر کی قیمت حسبِ دستور ذیل کے رشتے سے حاصل ہو جائیگی

ر = قہ ن

ر کی قیمت سمر فی ثانیہ میں اور قہ کی قیمت نیم قطریاں فی ثانیہ میں

دریافت کرو۔

تجربہ ۶۳۔ اُڑ پہیّے کے جمود کا معیارِ اثر۔

ڈوری سے مختلف کمیّتوں کے مادّے لٹکا کر اور اُن کو مختلف فاصلوں تک گرا گرا کر پہیّے میں گردش پیدا کرو۔ اور جن فاصلوں تک وہ کمیّتیں گریں اُن کی پیمائش کرو۔ اِس طرح سے ک اور ف کی مختلف قیمتیں مل جائینگی۔

اُس اُسطوانی گھیرے کا نصف قطر ناپو جس پر ڈوری لپیٹی جاتی ہے۔ اگر گھیرے کے نصف قطر کے لحاظ سے ڈوری معتد بہ موٹائی کی ہو تو ر کی قیمت محسوب کرتے وقت گھیرے کے پیمودہ نصف قطر میں ڈوری کی نصف موٹائی (نصف قطر) شریک کرلینی چاہیئے۔

ڈوری کے جُدا ہو جانے کے بعد پہیّے کی گردشوں کا شمار کرو۔ یہ تعدادِ گردش $ت_{۲}$ کی قیمت ہوگی۔

ساکن ہونے کے لئے جو وقت $و_{۲}$ درکار ہے اُس کو دریافت کرو۔

ہر کمیّت ک اور فصل ف کے لئے مشاہدات تین تین بار ہونے چاہئیں۔ اگر ک اور ف کی کسی خاص قیمتوں کے ماتحت ہر مشاہدے میں $ت_{۲}$ اور $و_{۲}$ کی قیمتیں مختلف ملیں تو اُن کی اوسط قیمتیں لینی چاہئیں۔

ک اور ف کی ہر قیمت کے تحت میں $ق_{۱}$ اور ر کی اوسط قیمتیں نکالو اور اُن کو مساوات

$$ک\ ج\ ف = \frac{1}{2} ک\ ر^{2} + \frac{1}{2} م\ ق_{۱}^{2}$$

میں داخل کرو۔

م کی قیمت محسوب کرنے کے قبل ک ج ف، $\frac{1}{2}$ ک $ر^{2}$ اور $\frac{1}{2}$ $ق_{۱}^{2}$ میں سے ہر ایک کی قیمت علیحدہ علیحدہ دریافت کرو۔

جمود کے معیارِ اثر کو گرام (سمر)۲ میں ظاہر کرو۔

رگڑ کی تصحیح ——— اگر سہاروں پر کی رگڑ بہت زیادہ ہو تو حساب میں اس رگڑ کا لحاظ رکھنا ضروری ہے۔ فرض کرو کہ پہیئے کی ہر مکمل گردش میں رگڑ کے خلاف ایک خاص مقدار کا کام م ہوتا ہے۔ اور فرض کرو کہ مادّے کے گرنے میں پہیئے نے گردش کی ایک خاص تعداد ت۱ پوری کی۔ اور اس لئے رگڑ کے خلاف ت۱ م مقدار کا کام ہوا۔

بنا بریں مساوات

$$\text{ک ج ف} = \frac{1}{2}\text{ک ر}^2 + \frac{1}{2}\text{م ق}^2$$

اب حقیقۃً صحیح نہیں رہی۔ اس لئے مساواتِ مندرجۂ بالا کی ترمیم حسبِ ذیل ہونی چاہیئے:—

$$\text{ک ج ف} = \frac{1}{2}\text{ک ر}^2 + \frac{1}{2}\text{م ق}^2 + \text{ت}_1\text{ م} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

کیونکہ جب گرنے والا مادہ اپنی توانائی بالقوہ کھو رہا تھا اس وقت ت۱ م کا کام ہوا۔ اب پہیئے سے ڈوری کے جدا ہونے پر $\frac{1}{2}$ م ق۲ مقدار کی توانائی بالفعل موجود تھی۔ اور یہ توانائی رگڑ کے مقابلہ کرنے میں بتدریج زائل ہو گئی۔ یعنی گردش کی ایک خاص تعداد ت۲ میں اس توانائی کی پوری مقدار جذب ہو گئی۔ اس لئے

$$\frac{1}{2}\text{م ق}^2 = \text{ت}_2\text{ م}$$

$$\text{یعنی م} = \frac{\frac{1}{2}\text{م ق}^2}{\text{ت}_2}$$

لہٰذا ہمیں ایک ایسا رشتہ مل گیا ہے جس کے ذریعے سے غیر معلوم م کی قیمت معلوم مقادیر کے رقوم میں حاصل ہو جائیگی۔

$$\text{اس لئے}\qquad \text{ت}_1\text{ م} = \frac{\text{ت}_1}{\text{ت}_2}\,\frac{1}{2}\text{م ق}^2$$

اب مساوات (۱) کی شکل یوں ہو سکتی ہے کہ

$$\text{ک ج ف} = \frac{1}{2}\text{ک ر}^2 + \frac{1}{2}\text{م ق}^2 + \frac{\text{ت}_1}{\text{ت}_2}\,\frac{1}{2}\text{م ق}^2$$

$$\text{یا ک ج ف} = \frac{1}{2}\text{ک ر}^2 + \frac{1}{2}\text{م ق}^2\left(1 + \frac{\text{ت}_1}{\text{ت}_2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

قوس کے اندر کی رقم $\frac{\text{ت}_1}{\text{ت}_2}$ سے رگڑ کی تصحیح کی تعبیر ہو جاتی ہے۔

مادّے کے گرتے وقت پہیے کی گردشوں کی تعداد دریافت کرو۔ اور مندرجۂ بالا تصحیحی رقم کو مساوات (۲) میں داخل کر کے ہ کی قیمت پھر محسوب کرو۔

سطح مائل پر لڑھکنے والے گردشی اجسام

جب کوئی جسم کسی سطح مائل کے نیچے لڑھکایا جاتا ہے تو اُس جسم کی کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ، اُس کی توانائی بالفعل میں منتقل ہو جاتی ہے۔ جس وقت جسم سطح مائل کی جڑ میں پہنچتا ہے تو اُس میں دو قسم کی حرکتیں رہتی ہیں:-

(ا) انتقالی حرکت

اور (ب) محوری حرکت

اِس لئے جسم کی توانائی بالفعل مندرجۂ ذیل دو حصّوں کا مجموعہ ہے:-

(ا) انتقالی حرکت کی توانائی بالفعل = ½ ک ر۲

اور (ب) محوری حرکت کی توانائی بالفعل = ½ ہ قدر۲

جہاں ک = جسم کے مادّے کی کمیّت

ر = خطّی رفتار

ہ = مرکز جاذبہ سے گزرنے والے محور کے گرد جمود کا معیار اثر۔

قدر = زاویئی رفتار۔

اگر سطح زیر بحث کے سرے کی بلندی جہاں سے جسم میں حرکت شروع ہوتی ہے اُس مقام سے جہاں جسم رُک جاتا ہے ف ہو تو جسم ہذا اپنی توانائی بالقوہ بمقدار ک ج ف کھو دیتا ہے۔

اس لئے

ک ج ف = ½ ک ر۲ + ½ ہ قدر۲ ...... (۳)

فی الحقیقت پیدا شدہ حرکت سطح سے مَس کرتے ہوئے محور کے گرد گردشی حرکت ہے بشرطیکہ یہ فرض کر لیا جائے کہ پھسلنے والی

کوئی حرکت پیدا نہ ہو۔ بہر حال یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ

مذکورۂ بالا گردشی حرکت = مرکزِ جاذبہ کی انتقالی حرکت + مرکزِ جاذبہ سے گذرنے والے محور کے گرد زاویئی حرکت

اس لئے دعویٰ زیرِ لکیر درست ہے۔

اگر مس کرنے والے محور سے مرکزِ جاذبہ کا عمودی فصل ن ہو تو مرکزِ جاذبہ کی خطی رفتار = قدن (جیسا شکل ۷۹ سے واضح ہے)۔

فرض کرو کہ سطح پر فصل ل طے کرنے میں لڑھکنے والے جسم کو وقت و درکار ہے۔

اور چونکہ آخری رفتار، اوسط رفتار سے دو چند ہے

اس لئے آخری رفتار ر = ۲ $\frac{ل}{و}$ مگر قد = $\frac{ر}{ن}$

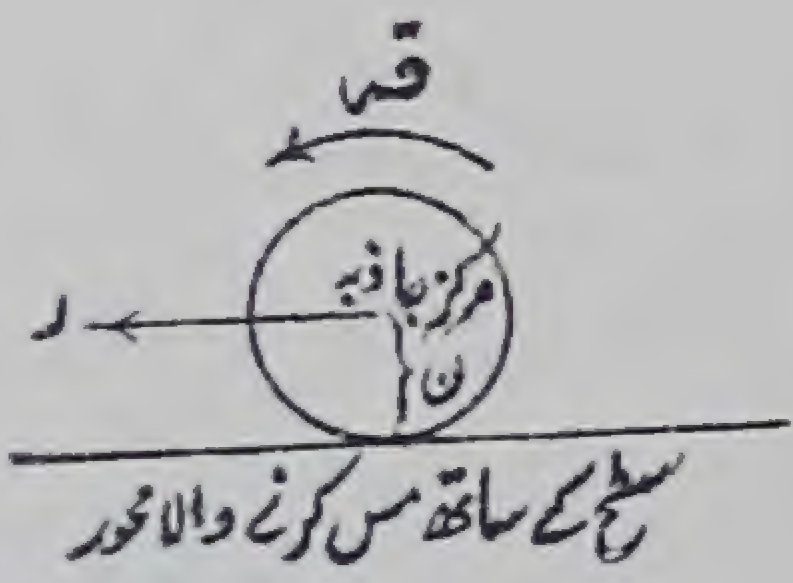
اس لئے قد = $\frac{۲ل}{ن و}$

قد

مرکزِ جاذبہ

ن

ر

سطح کے ساتھ مس کرنے والا محور

شکل ۷۹۔ ثبوت کہ ر = قد ن

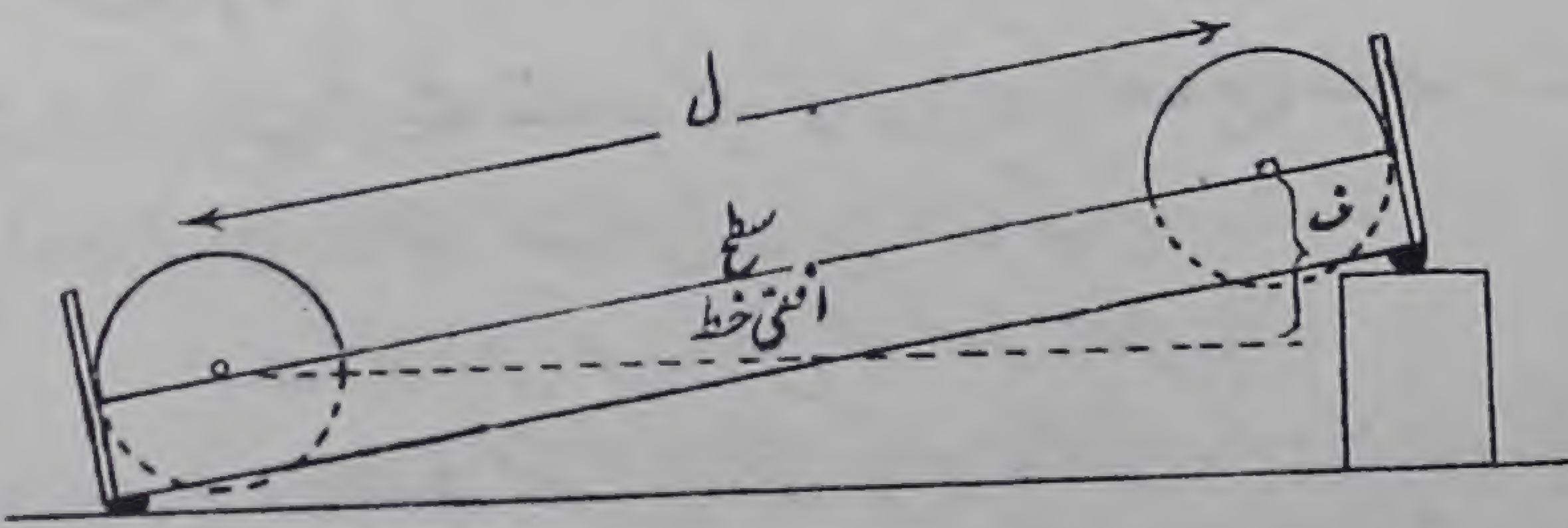
ف اور ک براہِ راست دریافت ہو سکتے ہیں۔ اس لئے مساوات (۳) میں سوا م کے کل مقادیر معلوم ہیں۔ اور مختلف معلوم مقداروں کی قیمتوں کو مساواتِ ہذا میں داخل کرکے م کی قیمت دریافت ہو سکتی ہے۔

تجربہ ۶۴ ۔ سطح مائل پر چرخ اور محور ۔ فولادی دُھری لگا ہوا ایک بڑا قرص سطح مائل پر چڑھے ہوئے ریلوں پر لڑھکایا جاتا ہے۔ اور سطح کی جڑ میں پہنچنے کے لئے قرص کو جتنا وقت درکار ہوتا ہے اُس کا مشاہدہ کر لیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ وقت و ہے۔

ل

ف

سطح

افقی خط

شکل ۸۰۔ سطح مائل پر چرخ اور محور

سطح مائل پر دُھری کا طے کیا ہُوا فاصلہ بھی دریافت کر لیا جاتا ہے۔
فرض کرو کہ یہ فاصلہ ل ہے۔ جس بلندی سے دُھری گرتی ہے اُس کو سادہ ارتفاع پیما کے ذریعے سے پیمائش کر لیتے ہیں۔ فرض کرو کہ یہ بلندی ف ہے۔ اس لئے زائل شدہ توانائی بالقوّہ = ک ج ف
قرص کو تول کر ک ج ف کی قیمت دریافت کرو۔
سطح کی جڑ میں پہنچتے وقت قرص کی خطّی رفتار

$$ر = \frac{۲ل}{و}$$

ر کی قیمت سمر فی ثانیہ دریافت کرو۔
سطح کی جڑ میں انتقالی توانائی بالفعل $\frac{۱}{۲}$ ک ر^۲ کی قیمت محسوب کرو۔
یہاں مرکزِ جاذبہ سے ثابت محور کا فصل دُھری کے نصف قطر کے مساوی ہے۔
دُھری کے نصف قطر ن کو خردہ پیما پیچ کے ذریعے سے ناپو۔
سطح کی جڑ میں زاویئی رفتار قدا $= \frac{ر}{ن} = \frac{۲ل}{ن و}$
قدا کی قیمت نیم قطریوں فی ثانیہ میں محسوب کرو۔
ان قیمتوں کو مساوات

$$ک ج ف = \frac{۱}{۲} ک ر^۲ + \frac{۱}{۲} ہ قدا^۲$$

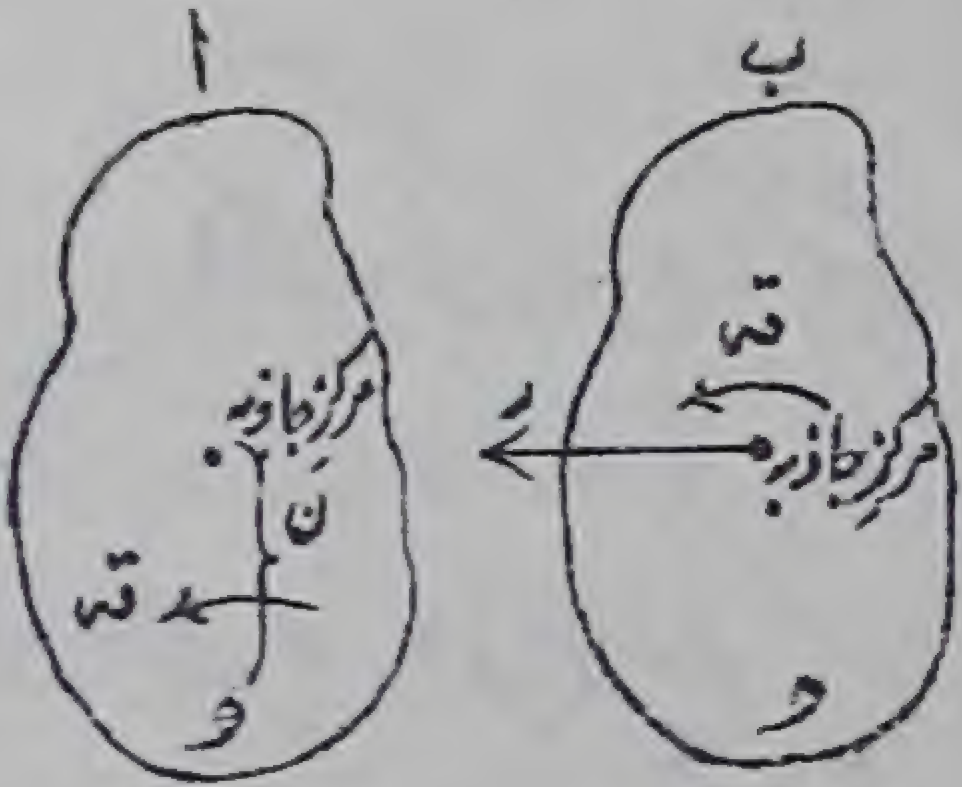
میں داخل کر کے ہ کی قیمت اخذ کرو۔
ف کی مختلف قیمتیں (۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰ سمر وغیرہ) لے کر تجربے کو دُہراؤ۔
اس طریقے سے جو نتیجہ نکلیگا اُس کی تصدیق ضابطہ

$$ہ = \frac{۱}{۲} ک ص^۲$$

سے کرو جہاں ص قرص کا نصف قطر ہے۔
اوپر بیان کیا جاچکا ہے کہ گو جسم کی حقیقی حرکت وہ گردشی حرکت ہے جو سطح مائل سے مَس کرنے والے محور کے گرد پیدا ہوتی ہے تاہم یہ حرکت ایک ایسی مرکب حرکت تصور کی جاسکتی ہے جو مرکزِ جاذبہ کی خطّی حرکت اور اُس سے گزرنے والے محور کے گرد جسم کی

گردشی حرکت کا مجموعہ ہے۔

اس امر کا ثبوت حسب ذیل ہے:۔ ایک ایسے جسم ا پر غور کرو جس میں ثابت محور و کے گرد زاویئی رفتار ق ہے۔

اور ایک ٹھیک ویسے ہی دوسرے جسم ب کو بھی تصور کرو جس کے مرکزِ جاذبہ کی خطّی رفتار ر ہے۔ اور مرکزِ جاذبہ سے گذرنے والے محور کے گرد جس کی زاویئی رفتار ق ہے۔

فرض کرو کہ مرکزِ جاذبہ سے و کا فصل ن ہے۔ اور یہ بھی فرض کرو کہ جسم ب میں مرکزِ جاذبہ کی خطّی رفتار مذکورۂ بالا خط ن کے علی القوائم ق×ن قیمت رکھتی ہے۔

شکل ۸۱۔ گردشی محور کی فوری حرکت

ہر دو صورت میں مرکزِ جاذبہ کی حرکت پر غور کرو۔

صورت (ا)۔ و کے گرد زاویئی حرکت کی وجہ سے مرکزِ جاذبہ کی خطّی رفتار = ق×ن دائیں سے بائیں طرف۔

صورت (ب)۔ جیسا اوپر فرض کیا گیا ہے مرکزِ جاذبہ کی خطّی رفتار ر = ق×ن دائیں سے بائیں طرف۔

گردشی حرکت صفر ہے۔

اب دونوں صورتوں کے تحت میں نقطہ و کی حرکت پر غور کرو۔

صورت (ا) حرکت صفر ہے۔

صورت (ب) خطّی حرکت کی وجہ سے ر = ق×ن دائیں سے بائیں طرف۔

اور گردشی حرکت کی وجہ سے ر = ق×ن بائیں سے دائیں طرف۔

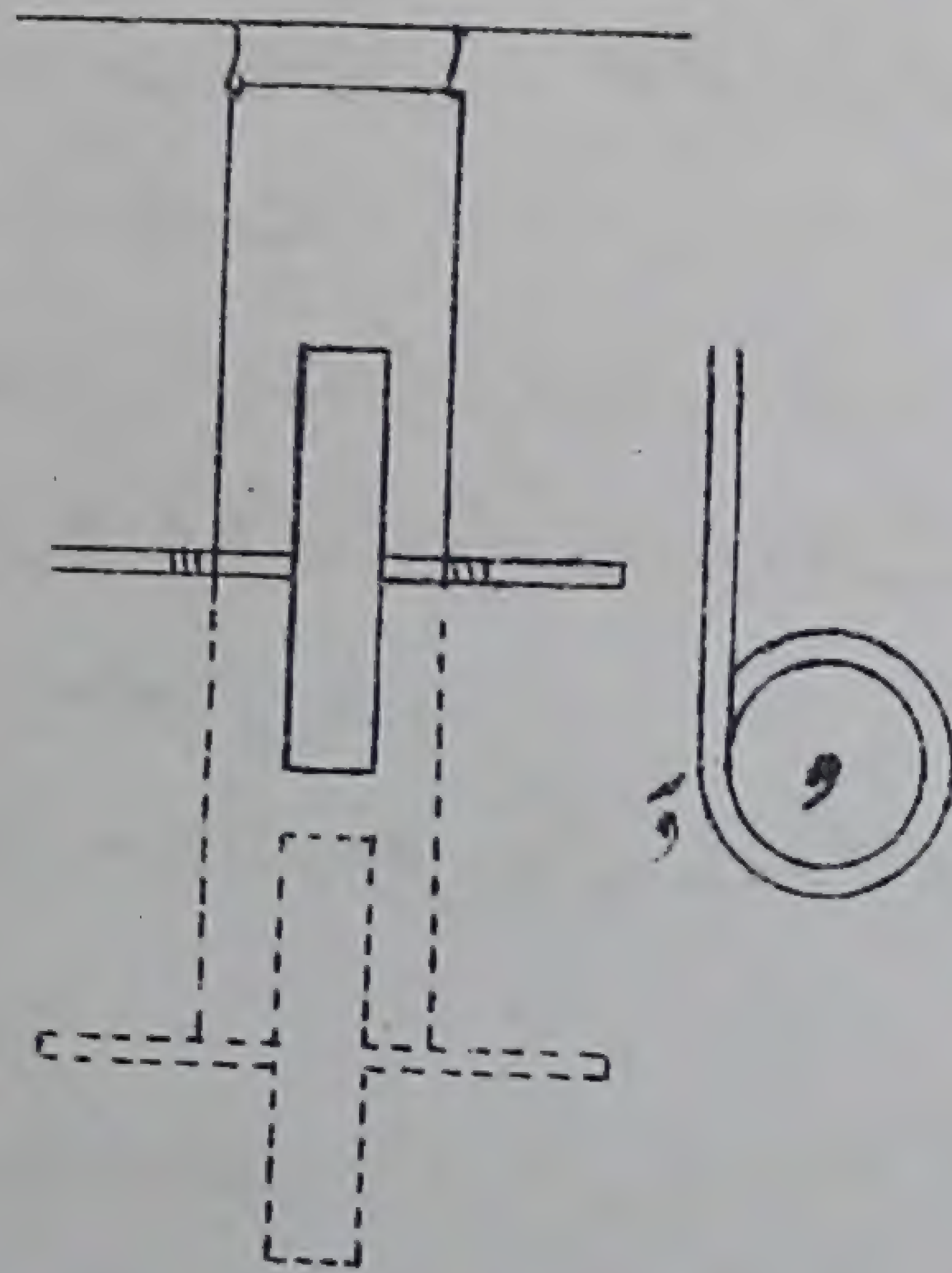
اس لئے و ساکن ہے۔

پس دونوں صورتوں میں اس اُستوار جسم کے کسی دو نقطوں کو ایک ہی حرکت حاصل ہے۔ اس لئے کُل نقطوں کی حرکت ایک ہی ہے۔ یعنی مرکزِ جاذبہ سے ن فاصلے پر کے محور کے گرد گردشی حرکت کے تحلیلی اجزاء حسب ذیل ہیں:۔

۱۔ مرکزِ جاذبہ سے گذرنے والے متوازی محور کے گرد مساوی گردشی حرکت۔

۲۔ مرکزِ جاذبہ کی خطی حرکت (ر = ق ر ن)

قُرص کی دُھری پر لپیٹی ہوئی ڈوریوں سے سہارا ہُوا قُرص

ایک فُولادی تکلے پر چڑھا ہُوا قُرص دو ڈوریوں سے اِس طرح لٹکایا جاتا ہے کہ دُھری اُفقی وضع میں قائم رہے۔ قُرص کو اُوپر اُٹھانے کے لیئے دُھری اس طرح گھمائی جاتی ہے کہ اس کے دونوں طرف ڈوریاں

شکل ۸۲۔ ڈوریوں سے سہارا ہُوا قُرص

ہموارانہ لپٹتی جائیں۔ جیسا شکل ۸۲ سے واضح ہے۔ قُرص کے چھوڑ دینے پر وہ نیچے کی طرف گرتا ہے۔ اور اِس طرح گرے وقت دُھری پر لپیٹی ہوئی ڈوریوں کے کھلنے سے قُرص میں گردشی حرکت اور نیچے کی طرف انتصابی حرکت بھی پیدا ہوتی ہے۔

اگر یہ قُرص فاصلہ ف تک نیچے اُترے۔ اور اگر اُس کی

کمیت مادہ ک ہو تو حسبِ دستور

ک ج ف = ۱/۲ ک ر۲ + ۱/۲ م قہ۲

جہاں ر خطی رفتار ہے اور قہ قرص کی زاویئی رفتار اُس وقت ہے جب قرص ف فاصلہ طے کر چکتا ہے۔

ہمیں یہ پہلے سے معلوم ہے کہ ر = قہ ن جہاں ن دُھری کا نصف قطر مع ڈوری کی نصف موٹائی ہے۔ جیسا شکل ۸۲ء کے ملاحظے سے ظاہر ہے۔ چونکہ نقطہ و ساکن ہے اِس لئے محور کے مرکز و کی رفتار ر = قہ و وَ جہاں و وَ = دُھری کا نصف قطر + ڈوری کی نصف موٹائی۔

ر اور قہ کی تعیین ــــــ ڈوری کے نیچے تک پہنچنے کے وقت قرص کی خطی رفتار، گرنے کے دوران میں اُس کی اوسط خطی رفتار کی قیمت سے دو چند ہے۔ کیونکہ یہ قرص پہلے صفر رفتار رکھتا ہے اور ہموار اسراع کے ساتھ نیچے اُترتا ہے۔

فرض کرو کہ قرص کا طے کیا ہوا فاصلہ = ف

اِس لئے اوسط رفتار رَ = ف/و جہاں و وہ وقت ہے جو قرص کو فاصلہ ف طے کرنے کے لئے درکار ہے

اور آخری رفتار ر = ۲ رَ = ۲ف/و

اور قہ = ر/ن

تجربہ ۶۵ء - ڈوریوں سے لٹکائے ہوئے قرص کے جمود کے معیارِ اثر کی تعیین

ــــــ تجربے کو اِس طرح مرتب کرو کہ قرص کے پست ترین مقام پر اُس کی دُھری اُفقی وضع میں رہے۔ اُس کے بعد قرص کو اپنے محور کے گرد اِس طرح گھماؤ کہ ڈوریاں تکلے پر ہموارانہ لپٹتی جائیں۔ اور قرص اپنے بلند ترین مقام تک اُٹھ جائے۔ بعد ازاں قرص کو چھوڑ دو اور ٹھیک اُسی وقت ایک چل رکنی گھڑی بھی چلا دو۔ قرص کو بلند ترین مقام سے پست ترین مقام تک گرنے میں جو وقت لگتا ہے اُس کو قلمبند کر لو۔ اِس مشاہدے کو

چند بار دُہرانا چاہیئے۔ اور وقت کی اوسط قیمت محسوب کرنی چاہیئے۔ فاصلہ ف کی پیمائش کرو۔ اور ذیل کی مساوات سے آخری رفتار ر کی قیمت نکالو۔

$$ر = \frac{۲ف}{و}$$

تکلے اور ڈوری کے قُطر خردہ پیما پیچ سے ناپو۔ اور اس سے ن کی قیمت اخذ کرو۔ یہ ن تکلے اور ڈوری کے نصف قُطروں کا مجموعہ ہے۔ مساوات ر = قدن سے قد کی قیمت نیم قُطروں فی ثانیہ میں دریافت کرو۔ قُرص اور تکلے کا وزن براہِ راست تول کر معلوم کرو۔ پس ھ کی قیمت جاننے کے لئے جتنی مقداروں کی ضرورت ہے اُن کی قیمتیں معلوم ہیں۔

ھ کی تقریبی قیمت رشتہ

$$ھ = \frac{گ ص^۲}{ف}$$

سے بھی دریافت ہو سکتی ہے۔

یہ قیمت محض تقریبی ہی حاصل ہوگی۔ ضابطۂ (۱) صرف اُس حالت میں درست ہوگا جب قُرص کا مادّہ اُس کے تمام جسم پر ہموارانہ پھیلا ہُوا ہو۔ اس تجربے میں یہ صورت ہرگز نصیب نہیں ہے۔ کیونکہ دُھری کو بھی ایک معتد بہ مادّہ حاصل ہے اور یہ قُرص پر ہموارانہ پھیلا ہُوا نہیں ہے۔

فصل نہم

دَوری حرکت

۱۔ خطّی سادہ موسیقی حرکت

علمِ طبیعیات کی کل شاخوں میں ایسی صورتیں پیش آتی ہیں جن میں نقطے یا ذرّے کی حرکتِ اہتزازی یا ارتعاشی قسم کی ہوتی ہے۔ کسی نقطے کی حرکت اُس وقت دَوری کہلاتی ہے جبکہ اُس میں حرکت کا ایک ہی قسم کا سلسلہ وقت کے خاص مساوی وقفوں کے بعد بار بار واقع ہوتا ہے۔ حرکت کے مکمل سلسلے کو پورا کرنے کے لئے جو وقت درکار ہوتا ہے اُس کو حرکت کا وقتِ دَوران کہتے ہیں۔ دَوری حرکت کی آسان ترین شکل وہ حرکت ہے جو سادہ موسیقی حرکت کے نام سے مشہور ہے۔ اور بغرض تخفیف یہ حرکت اکثر س، م، ح سے تعبیر کی جاتی ہے۔

خطّی سادہ موسیقی حرکت کی تعریف علمِ ہندسہ کے نقطۂ نظر سے یوں ہوسکتی ہے کہ وہ حرکت کسی دائرے کے قطر پر ایک ہموار تدویری حرکت کا ظل ہے۔

ایک ایسے نقطے پ کو تصور کرو جو کسی دائرے پر ہموار چال سے حرکت کر رہا ہے۔ فرض کرو کہ اس دائرے کا قطر ۲ آ ہے۔

اس پر نقطۂ پ سے پ ع عمود ڈالو۔

تب عمود پ ع کا پایہ یعنی نقطۂ ع قطر ۱۱ پر سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ نقطۂ ع کا نقل مکان و ع ہے۔ اور یہ نقطۂ ع کے اوسط مقام و سے ع کا فاصلہ ہے۔ نقطۂ ع کو اوسط مقام و سے جو زیادہ سے زیادہ نقل مکان نصیب ہو سکتا ہے اُس

شکل ۸۳۔ سادہ موسیقی حرکت

کو حیطۂ اہتزاز کہتے ہیں۔ اور یہ حیطۂ اہتزاز دائرے کے نصف قطر ن یا و ۱ کے برابر ہے۔ حرکت کی موجودہ ہیئت سے وہ وقفۂ وقت یا وقتِ دوران کی کسر مراد ہے جو نقطۂ پ کے کسی ثابت نقطے مثلاً ۱ پر سے گذرنے کے بعد صرف ہو چکا ہے۔ اِس ہیئت کو زاویۂ پ و ۱ سے بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔ حرکت کا وقتِ دوران وہ وقفۂ وقت ہے جو نقطۂ ع کو قطر ۱ ۱َ پر آگے پیچھے جانے میں صرف ہوتا ہے۔ یہ وقت وہی وقت ہے جو نقطہ پ کو دائرۂ محولہ پر پورا چکّر کرنے کے لئے درکار ہے۔

فرض کرو کہ پ کی رفتار کسی نقطے پر ر ہے اور فرض کرو کہ خط و پ کی زاویئی رفتار قہ نیم قطریاں فی ثانیہ ہے۔ تو

$$\text{وقتِ دوران } د = \frac{۲\pi ن}{ر} = \frac{۲\pi}{قہ}$$

نقطۂ ع کو سمت ۱ ۱َ پر وہ رفتار حاصل ہے جو نقطۂ پ کی رفتار کے اُس جزوِ تحلیلی کے ہمیشہ برابر ہے جو ۱ ۱ کے متوازی ہے۔ پس اگر پ کی رفتار میں کوئی ایسی تبدیلی پیدا ہو جس کا اثر اُس کی رفتار کے ۱ ۱َ کے متوازی جزو پر پڑے تو اُس تبدیلی کا اثر ع کی

رفتار پر بھی پڑیگا۔ لہذا ۲ا َ پر نقطۂ ع کی اسراع نقطۂ پ کی اسراع کے اُس جزوِ تحلیلی کے برابر ہے جو ۲ا َ کے متوازی ہے۔ مگر پ کی اسراع پ و کی سمت میں $\frac{ر^2}{ن}$ ہے۔

اِس لئے ع کی اسراع و کی طرف = $\frac{ر^2}{ن}$ جم پ و̂ ع

$= \frac{ر^2}{ن} \times \frac{و ع}{و پ}$

$= \left(\frac{ر}{ن}\right)^2 \times$ ع کا نقلِ مکان

$= ق^2 \times$ ع کا نقلِ مکان

پس یہ ظاہر ہے کہ خطّی سادہ موسیقی حرکت میں نقطہ ایک خطِ مستقیم پر ایسی اسراع سے حرکت کرتا ہے جس کی سمت ہمیشہ خطِ مذکور کے ایک ثابت نقطے کی طرف رہتی ہے۔ اور اُس کی مقدار، ثابت نقطۂ مذکور سے متحرک نقطے کے فصل کے متناسب رہتی ہے۔

مذکورۂ بالا بیان سے ہمیں س۔ م۔ ح۔ کی ایک اَور تعریف ملتی ہے۔ اور اس کو بجائے پہلی تعریف کے استعمال کر سکتے ہیں۔

لہذا اگر ہم کو یہ معلوم ہو جائے کہ کوئی نقطہ مذکورۂ بالا قسم کی اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے تو نقطۂ مذکور کی حرکت سادہ موسیقی حرکت ہے۔ اور ثابت نقطہ متحرک نقطے کا اوسط مقام ہے۔ اور اِس س۔ م۔ ح کا وقتِ دَوران، ثابت نقطے سے کسی معلوم فصل پر کی اسراع کے حدود میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ خواہ حرکت کی کوئی اَور دوسری خاصیت دی ہوئی نہ بھی ہو۔

مندرجۂ بالا بحث میں نقطہ ع متحرک نقطے کا کام دیگا۔ ع کی حرکت کے حیطۂ اہتزاز کی کسی معیّن قیمت کے لحاظ سے ہم دائرے پر گھومنے والے ایک نقطۂ پ کو تصور کر سکتے ہیں جیسا اُوپر بیان کیا

جا چکا ہے۔

اس نقطۂ پ کی زاویئی رفتار کی ایک ایسی قیمت قہ ہوگی کہ

ع کی اسراع = قہ^{2} × ع کا نقلِ مکان

اب اس نقطے کی اسراع یوں ظاہر کی جا سکتی ہے کہ

اسراع = م × لا

یہ ظاہر ہے کہ قہ کی وہ خاص قیمت جس سے مساواتِ بالا پوری ہوتی ہے $\sqrt{م}$ ہے۔ اور اس لئے س۔م۔ح کا وقتِ دوران = $\frac{۲\pi}{\sqrt{م}}$

علمِ حرکت میں یہ اکثر پایا جاتا ہے کہ متحرک ذرہ کے تمام مقامات پر قوتِ عاملہ کی سمت کسی ایک ثابت نقطے کی طرف رہتی ہے۔ اور اس کی مقدار ثابت نقطۂ مذکور سے متحرک ذرے کے فصل کے ساتھ تناسب رہتی ہے۔ یہ صاف ظاہر ہے کہ اگر ذرہ ثابت نقطے پر ہو کر کسی خطِ مستقیم میں حرکت کرے تو اس کی حرکت سادہ موسیقی حرکت ہوگی۔

فرض کرو کہ قوت مذکورہ مہ. لا ہے۔ جہاں مہ ایک مستقل ہے اور لا نقلِ مکان مستقل مہ قوت کی قیمت ہے۔ جب نقلِ مکان اکائی ہے۔ اگر ذرے کی کمیتِ مادہ ک ہو تو نیوٹن کے دوسرے کلیۂ حرکت سے اسراع ع کی قیمت حسبِ ذیل حاصل ہوتی ہے:—

ک ع = مہ لا

یعنی ع = $\frac{مہ}{ک}$ لا

یعنی اسراع نقلِ مکان کے ساتھ تناسب راست رکھتی ہے۔ اور اس لئے حرکت س۔م۔ح۔ ہے۔

اس مساوات سے یہ صاف ظاہر ہے کہ یہاں $\frac{مہ}{ک}$ سابق بحث کے م، قہ^{2} یا $(\frac{ر}{ن})^{2}$ کا قائم مقام ہے۔

اس لئے وقتِ دوران کی قیمت حسبِ ذیل بلا توقف لکھی جا سکتی ہے:—

$$و = \frac{۲\pi}{\sqrt{م}} \text{ ، } \frac{۲\pi ع}{ر} \text{ یا } \frac{۲\pi}{قہ}$$

یعنی $و = ۲\pi \sqrt{\frac{ک}{مہ}}$

مساوات ہذا پر غور کرنے سے یہ معلوم ہوگا کہ وقت دوران وحیطۂ اہتزاز ن کے غیر تابع ہے۔

وقت دوران کی اِس مساوات کا استعمال نہایت وسیع ہے۔ اگر ہم کو کسی جسم کی کمیتِ مادہ معلوم ہو۔ اور اوسط مقام سے اُس کے نقلِ مکان کے حدود میں اُس پر عمل کرنے والی قوت بھی معلوم ہو۔ تو رشتۂ متذکرۂ بالا سے وقتِ دوران بلا توقف دریافت ہو سکتا ہے۔

م، اکثر قوت فی اکائی نقلِ مکان کہلاتا ہے یعنی م، قوت کی وہ قیمت ہے جو جسم پر عمل کر کے اُس کو اپنے اوسط مقام سے ایک سم ہٹا دے۔

۲۔ زاویئی سادہ موسیقی حرکت

خطّی حرکت اور زاویئی حرکت کے متعلق چند مقداروں کے درمیان جو مشابہت واقع ہے اُس کا ذکر پہلے کیا جا چکا ہے (صفحہ ۲۲۶ کی جدول ملاحظہ ہو)۔

خطّی اور زاویئی س۔م۔ح کی بحث میں متذکرۂ بالا مشابہت کی مدد لی جا سکتی ہے۔ پس ہم مندرجۂ ذیل دعویٰ بلا توقف اخذ کر سکتے ہیں:-

جب کوئی جسم کسی جفت کے زیرِ عمل کسی محور کے گرد گھومے اور یہ جفت کسی خاص مقام کے لحاظ سے زاویئی نقلِ مکان کے متناسب ہو تو جسمِ مذکور سادہ موسیقی حرکت کریگا۔

بنا بریں اگر جسم پر عمل کرنے والے جفت اور زاویئی نقلِ مکان کا باہمی تعلق مساوات ج = ی ط سے ظاہر کیا جائے۔ تو زاویئی سادہ موسیقی حرکت کا وقتِ دوران

$$د = ۲\pi\sqrt{\frac{ص}{ی}}$$

جہاں ρ = جسم کے جمود کا معیارِ اثر محور کے گرد
سر، ی اکثر اوقات جفت فی اکائی مروڑ کہلاتا ہے ۔ یعنی
ی جفت کی وہ قیمت ہے جو جسم پر عمل کریگی اگر جسمِ مذکور اپنے اوسط مقام
سے ایک نیم قطری ہٹا دیا جائے۔

۳۔ دَوری حرکت کی مثالیں

دَوری حرکت کے وہ اقسام جن سے تجربے میں بالعموم واسطہ پڑتا ہے شاذونادر حقیقی سادہ موسیقی حرکتیں ہیں۔ بہر حال بہت سی صورتوں میں وہ اقسام سادہ موسیقی حرکتیں تصور کئے جا سکتے ہیں بشرطیکہ حرکتیں جو پیدا کی جائیں کسی خاص چھوٹے حدود سے بڑھنے نہ پائیں۔ دَوری حرکت کی اہم ترین صورتوں میں سے ایک صورت رقّاص کی حرکت ہے۔ رقّاص نہ صرف وقت معلوم کرنے کے لئے عام طور پر استعمال کیا جاتا ہے بلکہ مختلف قسم کی رقاصوں کے وقتِ دوران کی تعیینوں سے علمِ طبعیات کے اہم ترین نتیجے حاصل ہو سکتے ہیں۔

سادہ رقّاص کا وقتِ دَوران

سادہ رقّاص مادّے کا ایک وزنی ذرّہ ہوتا ہے جو بالکل استوار نقطۂ تعلیق سے ایک بے وزن لچکدار اور ناقابلِ وسعت تاگے کے ذریعے سے لٹکتا ہو۔ شکل ۱۴۰ پر غور کرو۔ جب گولا اپنے اوسط مقام و سے ایک طرف ہٹا دیا جائے تو وہ "گولا" قوائے عاملہ کے زیرِ عمل قوس پر ہوتا ہُوا نقطۂ و کی طرف واپس آجائیگا۔ وہ اکیلی قوت جو قوس کی سمت میں عمل کرنے والا جزو رکھتی ہے وہ گولے کا وزن ہے۔ اور یہ جزو جو جسم کو نقطۂ و کی طرف حرکت دینے کا متقاضی ہے ک ج جب ط کے مساوی ہے لہذا گولے پر مماسی قوت

$$ق = ک\ ج\ جب\ ط$$

اگر زاویۂ نقلِ مکان بہت ھی چھوٹا ھو تو مذکورۂ بالا رشتہ یوں لکھا جا سکتا ھے۔

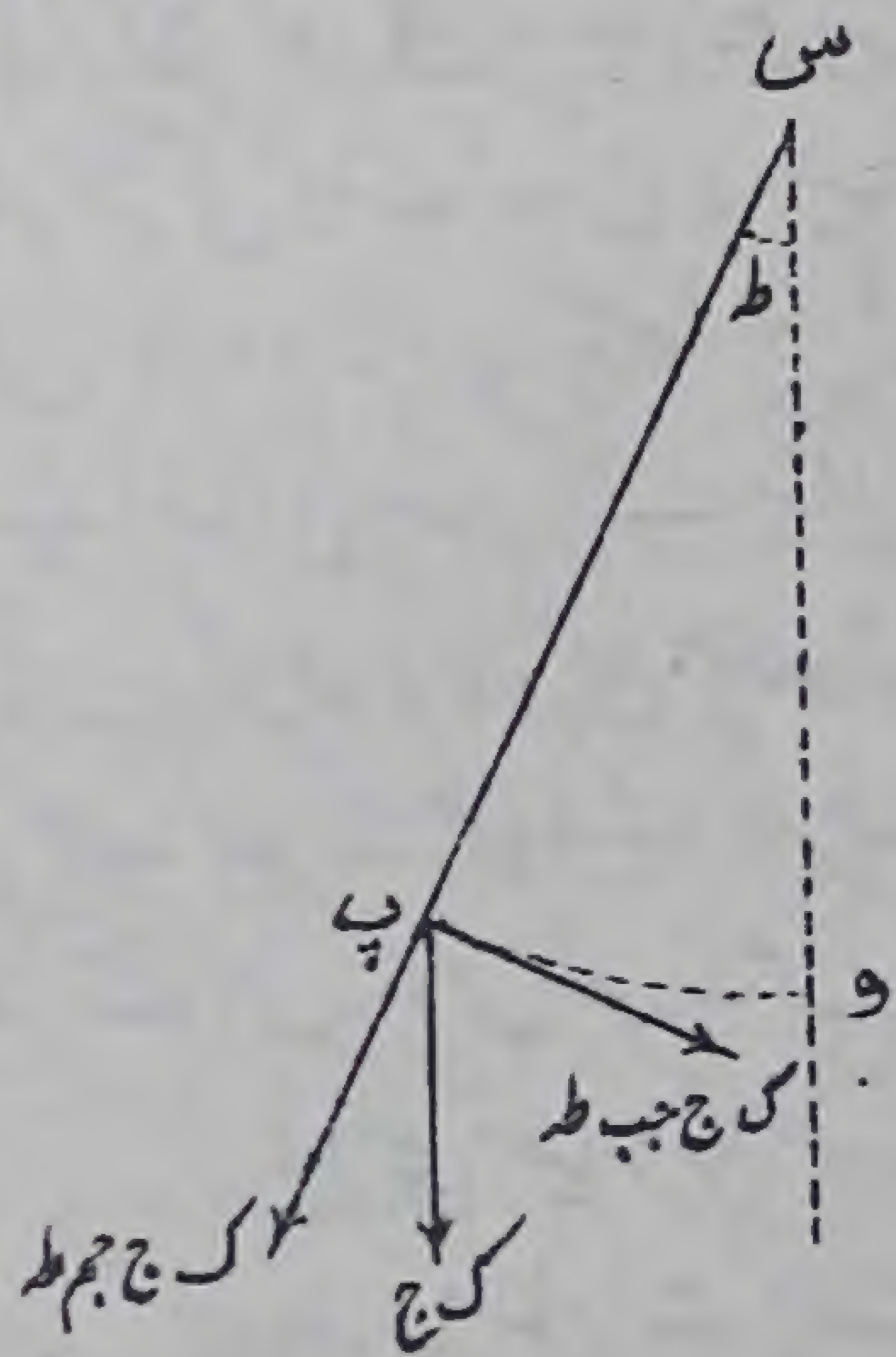
ق = ک ج ط

فرض کرو کہ گولے کا نقلِ مکان قوس کے اُوپر لا ہے تو

$$ط = \frac{لا}{ل}$$

جہاں ل = گولے کے مرکزِ جاذبہ کا فاصلہ نقطۂ تعلیق س سے

اور $$ق = \frac{ک ج}{ل} لا$$

اور یہ مساوات ق = مہ لا کی شکل کی ہے۔ پس گولے کی حرکت سادہ موسیقی حرکت ہے بشرطیکہ نقلِ مکان لا بڑا نہ ہو۔

شکل ۸۴ ۔ سادہ رقّاص کے گولے پر قوتیں ۔

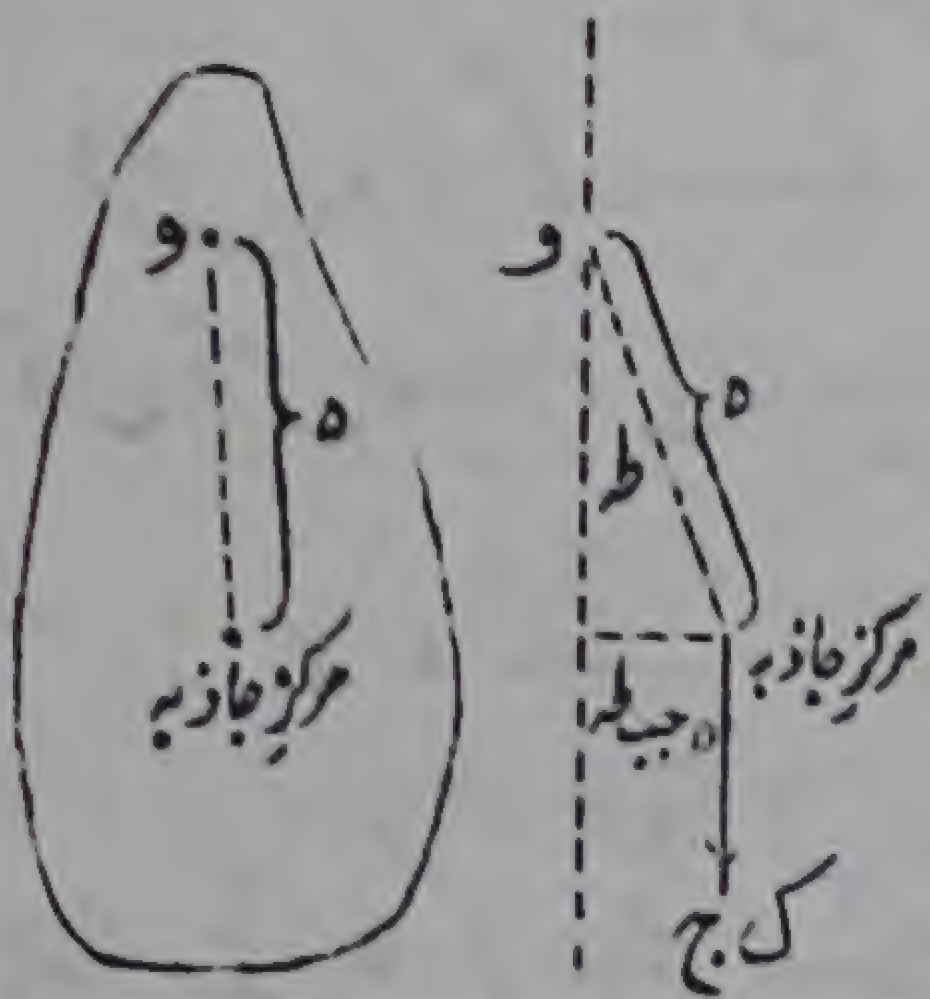
اس کا وقتِ دوران $د = ۲ \pi \sqrt{\frac{ک}{مہ}}$ جہاں $مہ = \frac{ک ج}{ل}$

اس لئے $$د = ۲ \pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

مرکب رقّاص کا وقتِ دوران

اگر کسی جسم کے مادّے کی کمیّت اُس کے تمام حجم پر یکساں پھیلی ہوئی ہو تو جسمِ مذکور میں کسی محور کے گرد ارتعاش پیدا کر کے ہم اُس کو بطورِ رقّاص استعمال کر سکتے ہیں۔

فرض کرو کہ ایک جسم محور و سے لٹکتا ہے (شکل ۸۵)۔

اگر وہ اپنے اوسط مقام سے ایک طرف ہٹا دیا جائے تو اس کا وزن مرکزِ جاذبہ ہو کر نیچے کی طرف عمل کرتا ہوا جسم میں واپسی معیارِ اثر پیدا کریگا۔ محور و کے گرد اس واپسی معیارِ اثر کی قیمت ک ج ہ جب طہ ہے۔ یہاں طہ وہ زاویہ ہے جس تک جسم اپنے ابتدائی مقام سے ہٹا لیا گیا ہے۔ اگر طہ بہت ہی چھوٹا ہو تو ہم جب طہ کے بجائے صرف طہ لکھ سکتے ہیں۔ اِس صورت میں

شکل ۸۵ - مرکب رقّاص

واپسی معیارِ اثر یا جفت = ک ج ہ طہ

اور یہ مساوات جفت = ی طہ کی شکل کی ہے۔ جہاں ی = ک ج ہ لہذا جسم نقطۂ و سے گذرنے والے محور کے گرد زاویئی سادہ موسیقی حرکت کرتا ہے۔ اور اُس کا وقتِ دَوران

$$د = 2\pi \sqrt{\frac{م_و}{ک\ ج\ ہ}}$$

یہاں $م_و$، و سے گذرنے والے محور کے گرد جسم کے جمود کا معیارِ اثر ہے۔ اور $م_و$ کو یوں لکھ سکتے ہیں کہ

$$م_و = ک\,(گ^2 + ہ^2)$$

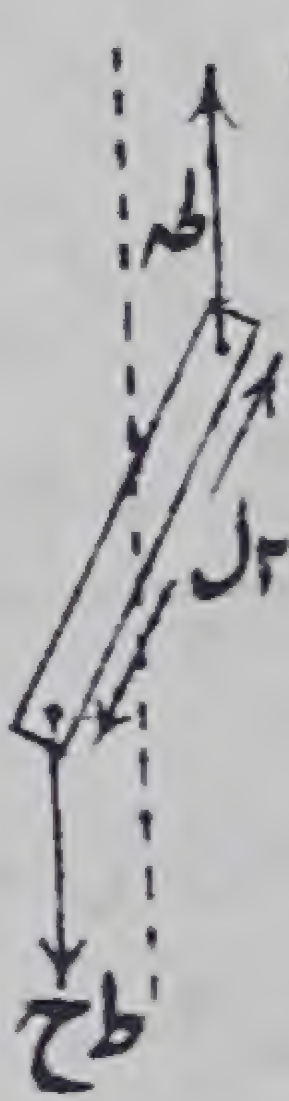
جہاں گ مرکزِ جاذبہ کے گُرد جسم کا گردشی نصف قُطر ہے۔

لہذا $$د = 2\pi \sqrt{\frac{ک\,(گ^2 + ہ^2)}{ک\ ہ\ ج}}$$

یعنی $$د = 2\pi \sqrt{\frac{گ^2 + ہ^2}{ہ\ ج}}$$

مُرتعش مقناطیس کا وقتِ دَوران

جب ط قطبی طاقت کا مقناطیس ح حدت کے میدان میں لٹکایا جائے تو اُس کے ہر قطب پر قوت ط ح عمل کرتی ہے۔

جب یہ مقناطیس اپنے اوسط مقام سے زاویہ طہ تک ہٹایا جاتا ہے تو قطبوں پر عمل کرنے والی قوتیں مقناطیس پر جُفت پیدا کرتی ہیں۔ جس کی قیمت
ط ح × ۲ل جب طہ ہے۔
یہاں ۲ل مقناطیس کا طول ہے۔
۲ل ط مقناطیس کا مقناطیسی معیارِ اثر کہلاتا ہے۔ اور اس کو حرف طـہ سے تعبیر کرتے ہیں۔ لہذا

جُفت = طـہ ح جب طہ

اگر ارتعاشیں چھوٹی ہوں تو

جُفت = طـہ ح طہ

شکل ۷۶۔ مقناطیس پر جُفت

اور ہم بلا توقف وقتِ دَوران کی قیمت حسبِ ذیل معلوم کرسکتے ہیں:۔

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{م}{طـہ\ ح}}$$

یہاں م = مقناطیس کے جمود کا معیارِ اثر اپنے محورِ ارتعاش کے گرد۔

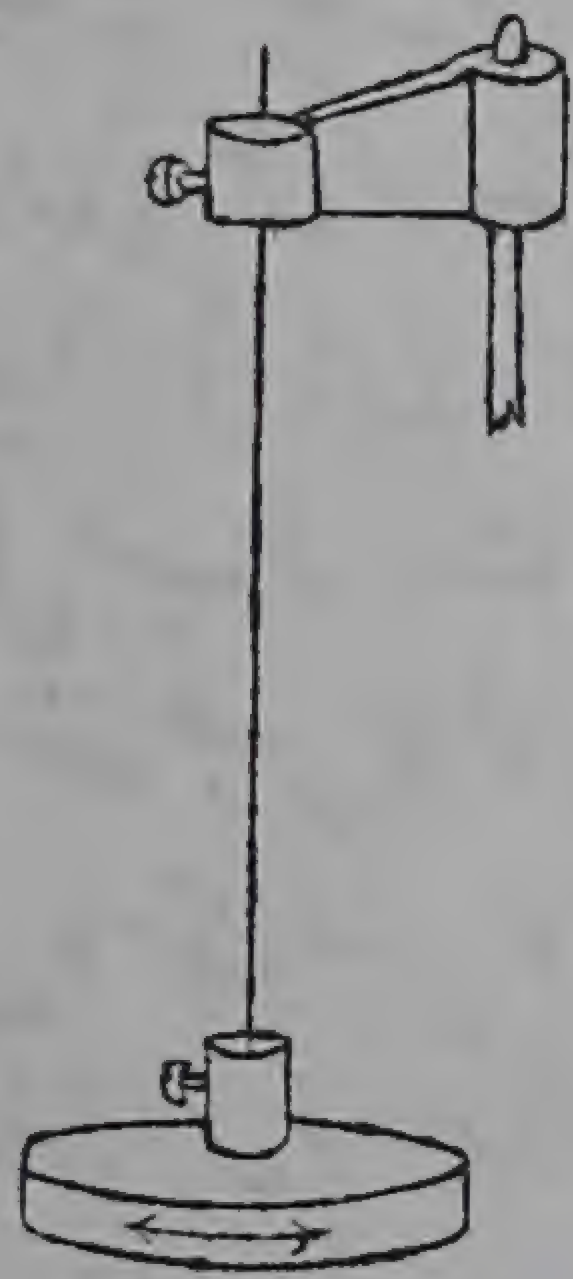
مروڑی رقّاص کا وقتِ دَوران

اب تک دَوری حرکت کی جو مثالیں دی گئی ہیں اُن میں حرکتیں، سادہ موسیقی حرکتیں اُس صورت میں تصور کی گئی ہیں جہاں زاویۂ ارتعاش

چھوٹے ہوں ۔ مروڑی رقّاصوں میں جن سے اب ہم بحث کریں گے جو حرکتیں ہوتی ہیں وہ بڑے زاویۂ نقلِ مکان کی صورت میں بھی حقیقی سادہ موسیقی حرکتیں ہیں ۔

اگر کسی تار کا اُوپر کا سرا جکڑا ہُوا ہو ۔ اور اُس کا نیچے کا سرا زاویۂ ط نیم قُطریوں تک مروڑا جائے تو اُس میں جو واپسی جُفت پیدا ہوتا ہے وہ

$$\frac{\pi\ ا\ ن^{4}\ ط}{۲\ ل}$$

جہاں ن = تار کا نصف قُطر
ا = تار کی اُستواری کا مقیاس
(استواری کے مقیاس کی تعیین صفحہ ۱۸۶ میں ملاحظہ ہو)

شکل ۸۷ ۔ مروڑی رقاص

پس اِس تار سے لٹکنے والا جسم جس کے جمود کا معیارِ اثر م ہے سادہ موسیقی حرکت کریگا ۔ اور اِس کا وقتِ دَوران حسبِ ذیل ہوگا :-

$$د = ۲\pi\sqrt{\frac{م}{\frac{\pi\ ا\ ن^{4}}{۲\ ل}}}$$

یا

$$= ۲\pi\sqrt{\frac{۲\ ل\ م}{\pi\ ا\ ن^{4}}}$$

اگر ایسے جسم کے جمود کا معیارِ اثر معلوم ہو تو مساوات مندرجۂ بالا تار کی اُستواری مقیاس کے دریافت کرنے میں استعمال کی جا سکتی ہے ۔ اور یہ طریقہ مقیاس کے نکالنے کا ایک ارتعاشی طریقہ ہے ۔

مرغولہ دار کمانی سے لٹکتے ہوئے مادّے کا وقتِ دوران

مرغولہ دار کمانی سے لٹکتے ہوئے مادّے کی دوری حرکت، حقیقی سادہ موسیقی حرکت کی ایک دوسری مثال ہے ــــ فرض کرو کہ کمانی سے ک کمیت کا لٹکتا ہوا مادہ کمانی کے طول میں ل سمر کا اضافہ پیدا کرتا ہے۔ اِس صورت میں کمانی کی قوت، لٹکتے ہوئے مادّے کے وزن ک ج کے برابر ہے۔ اور اس لئے قوت فی اِکائی بڑھاؤ $\frac{ک ج}{ل}$ ہے۔ اگر کمانی میں ایک سمر کا مزید بڑھاؤ پیدا ہو جائے تو اب بڑھاؤ ل + ۱ سمر کے برابر ہوگا۔ اور کمانی مادّے کو $\frac{ک ج}{ل}$ (ل + ۱) ڈائن قوت کے ساتھ اُوپر کی طرف کھینچے گی۔

لٹکتے ہوئے مادّے پر عمل کرنے والی قوتیں حسبِ ذیل ہیں:ــ

(۱) کمانی سے عمل کرنے والی قوت ک ج (۱ + $\frac{۱}{ل}$) ڈائن اُوپر کی طرف۔

(۲) لٹکتے ہوئے مادّے کا وزن ک ج ڈائن نیچے کی طرف۔

ان دونوں قوتوں کا حاصل $\frac{ک ج}{ل}$ ڈائن اوپر کی طرف ہے۔ لہٰذا اِس سے یہ ثابت ہُوا کہ جب کمانی اپنے مستقل مقام سے ایک سمر ہٹا دی جائے تو لٹکنے والا مادہ $\frac{ک ج}{ل}$ ڈائن کی قوت سے اُوپر کی طرف کھنچ جاتا ہے اور یہ قوت، قوت فی اِکائی نقلِ مکان ہے۔ اِس لئے ارتعاش کا وقتِ دوران

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{ک}{\frac{ک ج}{ل}}} = ۲\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

جہاں ل = کمانی کا مستقل بڑھاؤ جو لٹکنے والے مادّے نے

پیدا کیا ہے۔

۴۔ دَوری حرکتوں کے تجربے

سادہ رقّاص کے ذریعے سے اِسراع بوجہ جاذبۂ زمین (ج) کی تعیین

اسراع بوجہ جاذبۂ زمین کے براہِ راست دریافت کرنے میں بہت سی مشکلوں کا سامنا پڑتا ہے۔ اُس صورت میں بھی جہاں محض سرسری صحت مدِنظر رہتی ہے۔ اِس وجہ سے اُس کے دریافت کرنے کے لئے دوسرے ایسے طریقے اختیار کئے جاتے ہیں جو بالکل براہِ راست نہیں۔ اِن طریقوں میں سے ایک نہایت ہی آسان طریقہ وہ طریقہ ہے جس میں سادہ رقّاص استعمال کیا جاتا ہے۔ مختلف طول کے رقّاص کے وقتِ دوران کا مُشاہدہ کیا جاتا ہے اور اوقاتِ مشہودہ کو ضابطہ

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

میں داخل کر کے ج کی قیمت اخذ کرلی جاتی ہے۔ اس ضابطے میں ل = طولِ رقّاص، ج = اسراع بوجہ جاذبۂ زمین (صفحہ ۴۴ ملاحظہ ہو)

تجربہ ۶۶۔ سادہ رقّاص کے ذریعے سے "ج" کی تعیین

نظری سادہ رقّاص ایک ایسے وزنی ذرّے پر مشتمل ہے جس کے ابعاد لاتناہی چھوٹے ہوں۔ اور وہ ذرّہ ایک بالکل اُستوار چھٹی سے جکڑے ہوئے بے وزن اور ناقابل وسعت ریشے سے لٹکتا ہُوا ہو۔

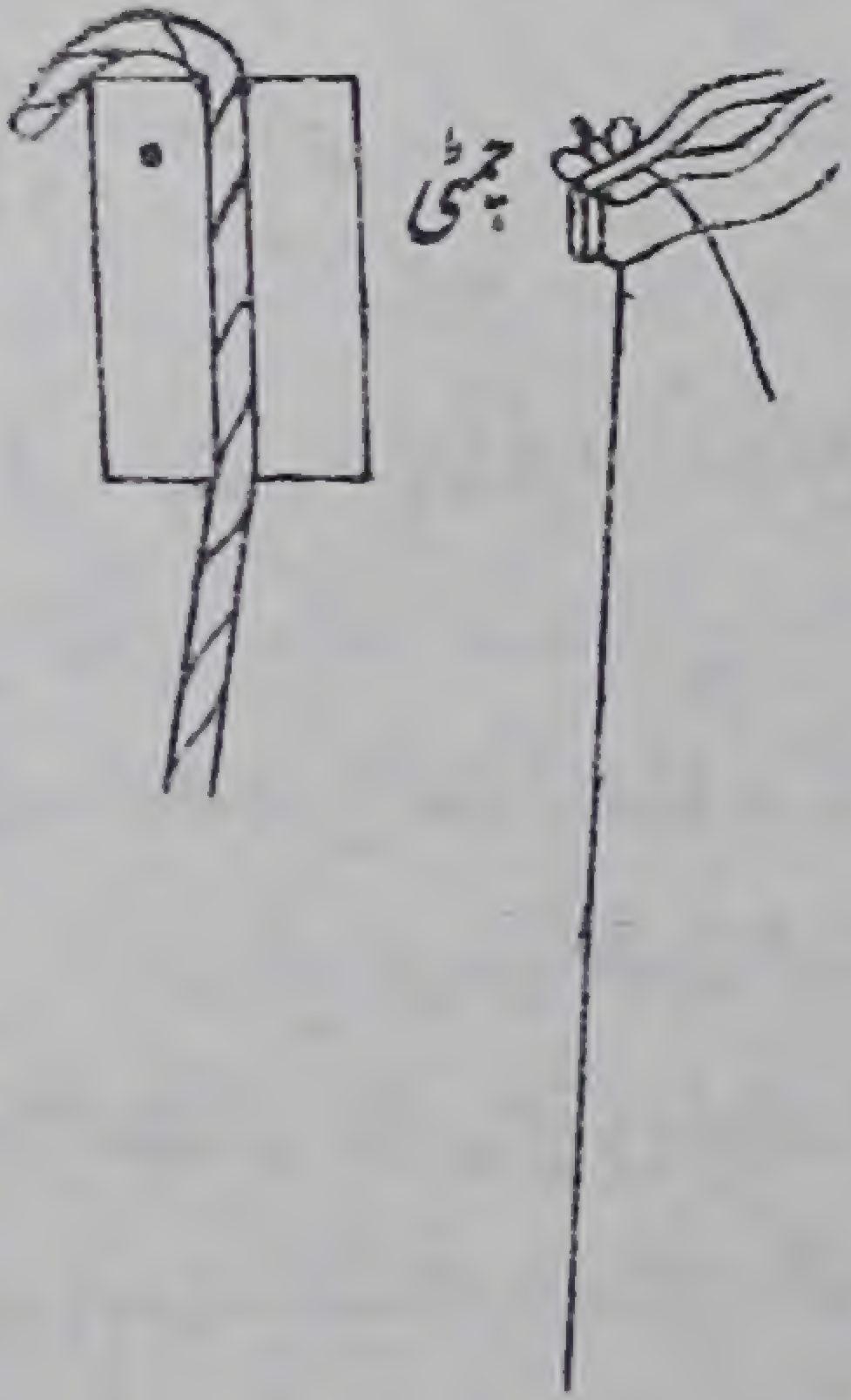
مگر تجربے میں ہم مندرجۂ بالا ذرّے کے بجائے عموماً ایک چھوٹی اور بھاری گولی استعمال کرتے ہیں اور یہ گولی ایک باریک مضبوط

تاگے سے لٹکائی جاتی ہے۔ اس تاگے کے اُوپر کا سِرا نہایت مضبوط چٹی سے جکڑ دیا جاتا ہے۔ تاگے کا وہ نقطہ جو چٹی سے نیچے کی طرف عین باہر نکلا ہوتا ہے رقاص کا نقطۂ تعلیق ہے۔ رقّاص کا طول وہ فصل ہے جو نقطۂ مذکورۂ بالا اور گولی کے مرکز جاذبہ کے درمیان واقع ہے۔

ایک مکمل ارتعاش (آگے اور پیچھے) کا وقت وہ وقت ہے جس میں گولی اپنے ارتعاش کے اوسط مقام پر سے ایک ہی سمت

شکل ۸۸ - سادہ رقّاص

میں دو متواتر موقعوں پر گذرتی ہے۔ ارتعاش کے اوسط مقام کا نشان کسی طرح لگا دینا چاہیئے۔ مثلاً رقّاص کی ڈوری کے پیچھے کسی جسم پر کھریا سے کھینچا ہوا انتصابی نشان۔ وقتِ دوران کے صحیح طور پر دریافت کرنے کے لئے رقاص کو متعدد ارتعاشیں کرنی چاہئیں۔ (مثلاً ۵۰)۔ اور ان ۵۰ ارتعاشوں کے مجموعی وقت کا مشاہدہ چل رُکنی گھڑی پر کر لینا چاہیئے۔ فرض کرو کہ رقاص کو ۵۰ بار ارتعاش کرنے میں ۹ ثانیہ صرف ہوتا ہے تو وقتِ دوران ۹/۵۰ ثانیہ ہوگا۔

چل رُکنی گھڑی کی مدد سے ارتعاشوں کے وقت دریافت کرنے میں مناسب یہ ہے کہ نشان کے سامنے سے ڈوری کے پہلے پہل گزرتے وقت ۲ کہا جائے۔ اور اُس کے بعد پیچھے کی طرف شمار کیا جائے، مثلاً

۳، ۲، ۱، ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۵۰

چل رکنی گھڑی صفر کہتے وقت چلادی جاتی ہے اور ۵۰ کہنے پر روک دی جاتی ہے۔ ایسا کرنے سے ڈوری کی پہلی گذر کے وقت ا کہکر ۵۰ گننے کے بعد یہ کہنے سے کہ ۵۰ ارتعاشیں واقع ہوئی ہیں (حالانکہ فی الحقیقت صرف ۴۹ ارتعاشیں ہوئی ہیں) جو غلطی صادر ہوتی ہے اُس سے مشاہد باز رہتا ہے۔ یہ طریقہ مشاہد کو ارتعاشوں کی تال سمجھنے کے قابل بنا دیتا ہے۔ قبل ازیں کہ مشاہد ارتعاشوں کے وقت دریافت کرنے کے لئے تیار ہو۔

ڈوری کی مختلف لمبائیں لے کر ہر لمبان کے لئے وقتِ دَوران دریافت کرو۔ ڈوری کی لمبان ۳۰ سمر سے لے کر تقریباً ۱۰۰ یا ۱۲۰ سمر تک ہونی چاہیئے۔ تجربے میں کم سے کم چھ مختلف لمبائیں استعمال کرنی چاہئیں۔ اور ہر لمبان کے تجربے میں زاویۂ ارتعاش چھوٹا رہے۔ مشاہدات کو حسب ذیل جدول میں درج کرو:۔

لمبان ل سمر میں	وقت و ۵۰ ارتعاشوں کے لئے	وقتِ دَوران د ثانیہ میں	د²	ل/د²	اوسط قیمت ل/د²

ج = ۴π²(ل/د²) = ... سمر فی ثانیہ۔

نوٹ۔ ج کی قیمت محسوب کرنے کے لئے ل/د² کی اوسط قیمت استعمال کرنی چاہیئے۔ لمبان ل کی مختلف قیمتوں کو فصلے اور ان کے جواب میں د² کی قیمتوں کو معین مان کر ایک منحنی تیار کرو۔ اس منحنی کو مبداء میں سے

گزرنا چاہیئے کیونکہ ل، د۲ کے متناسب ہے۔ (دیکھو شکل ۸۹ صفحہ ۲۵۶)

مقعر آئینے پر ایک کُرے کو حرکت دیکر ج کی تعیین

تجربۂ زیرِ بحث سے دَوری حرکت کی ایک دلچسپ مثال ملتی ہے۔مگر یہاں متحرک جسم کے جمود کے معیارِ اثر جاننے کی ضرورت ہے۔ سادہ رقّاص میں گولی ایک ایسے نصف قطر کے دائرے کے قوس پر حرکت کرتی ہے جو ڈوری کی لمبائی کے برابر ہے۔اور حرکت خالص انتقالی حرکت ہے۔اور صرف آگے پیچھے کی حرکت کے سوائے گولی میں اُس کے مرکزِ جاذبہ کے گرد کوئی گردشی حرکت نہیں ہوتی۔

مقعر آئینے پر لُڑھکنے والے کُرے میں جو حرکت ہوتی ہے وہ بہمہ طور سادہ رقّاص کی گولی کی حرکت کے مشابہ ہے۔مگر صرف اُس میں اتنا فرق ہے کہ کُرہ آگے پیچھے حرکت کرنے کے سوا اپنے مرکزِ ثقل کے گرد گھومتا بھی ہے۔لہذا مقعر آئینے پر لڑھکنے والے کُرے پر غور کرتے وقت ہم کو اُس کی دونوں محوری اور انتقالی حرکتوں کا لحاظ رکھنا چاہیئے۔اِن دونوں حرکتوں میں کسی نقطے پر متحرک جسم کی توانائی بالفعل اُس توانائی بالقوہ کے برابر ہے جس کو جسم مذکور اپنی ارتعاش کی آخری حد سے نقطۂ زیرِ بحث تک گرنے میں کھوچکا ہے

سادہ رقّاص میں جہاں حرکت خالص انتقالی ہے۔توانائی بالفعل $\frac{1}{2}$ ک ر۲ ہے۔اور کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ ک ج ف ہے۔

$$\therefore \frac{1}{2} \text{ک ر}^2 = \text{ک ج ف}$$

یا

$$\text{ر}^2 = 2 \text{ ج ف}$$

آئینے پر لُڑھکنے والے کُرے میں توانائی بالفعل = $\frac{1}{2}$ ک ر۱۲ + $\frac{1}{2}$ م ق۲ اور کھوئی ہوئی توانائی بالقوہ = ک ج ف

$$\therefore \frac{1}{2} \text{ک ر}_1^2 + \frac{1}{2} \text{م ق}^2 = \text{ک ج ف}$$

اب کُرے کے جمود کا معیارِ اثر (م) اُس کے مرکز کے گرد $\frac{2}{5}\,\text{ک}\,\text{ن}^2$ ہے اِس لئے مساداتِ بالا ذیل کی صورت اختیار کریگی :—

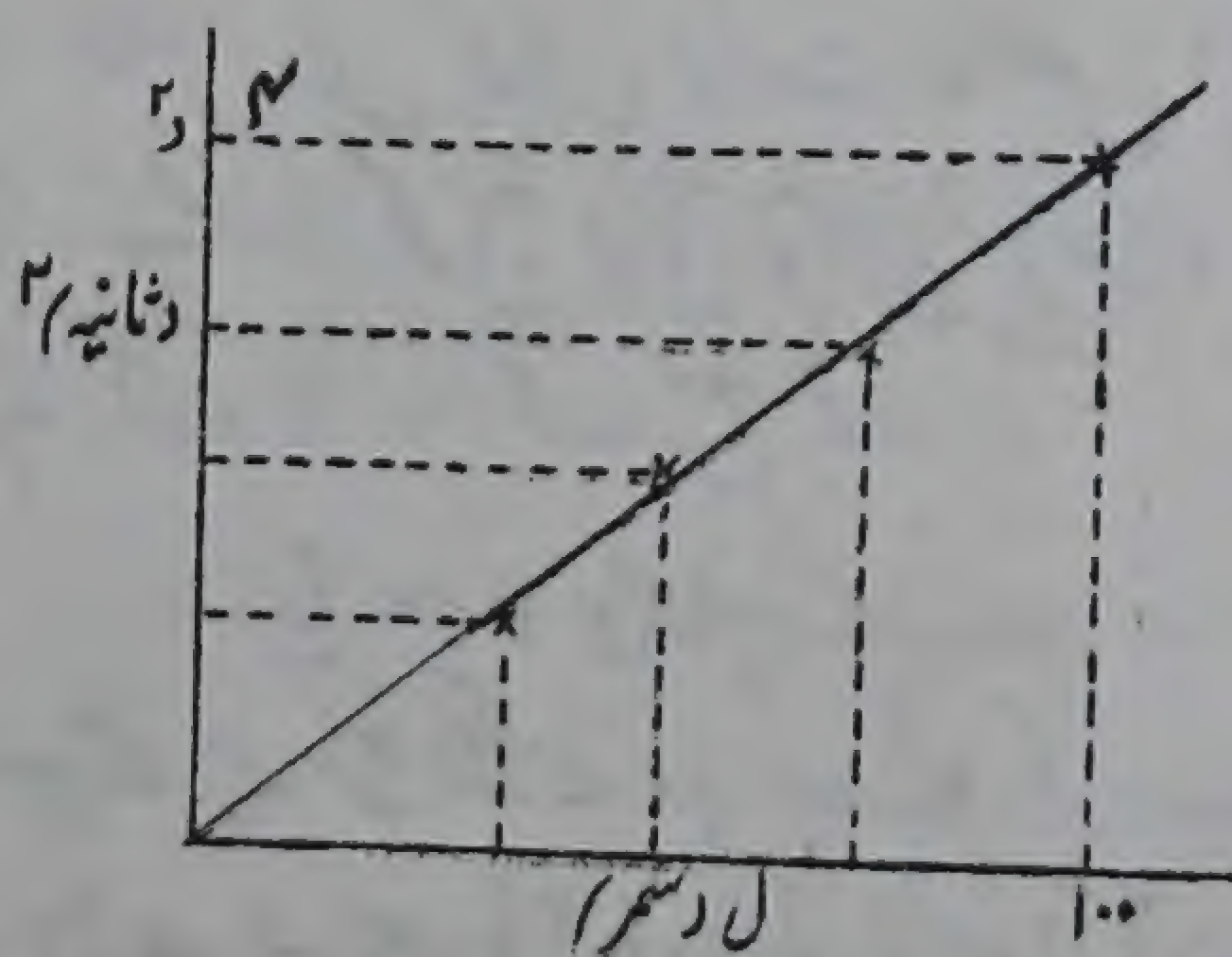
$$\text{ک ج ف} = \frac{1}{2}\,\text{ک}\,\text{ر}_1^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\,\text{ک}\,\text{ن}^2\right)\text{قہ}^2$$

اور سطح پر نقطۂ تماس ساکن ہے۔ اِس لئے مرکز کی خطی رفتار $\text{ر}_1 = \text{قہ ن}$، جہاں ن کُرے کا نصف قطر ہے (صفحہ ۲۳۵ دیکھو)

$$\text{یا}\quad \text{ر}_1^2 = \text{قہ}^2\,\text{ن}^2$$

پس مقعر آئینہ پر کُرے کی حرکت ظاہر کرنے والی مساوات حسبِ ذیل شکل کی ہوگی۔

$$\text{ک ج ف} = \frac{1}{2}\,\text{ک}\,\text{ر}_1^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\,\text{ک}\,(\text{ن}^2\,\text{قہ}^2)$$
$$= \frac{1}{2}\,\text{ک}\,\text{ر}_1^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\,\text{ک}\,\text{ر}_1^2$$
$$= \left(\frac{7}{5}\right)\frac{1}{2}\,\text{ک}\,\text{ر}_1^2$$
$$\text{یا}\quad \text{ر}_1^2 = \left(\frac{5}{7}\right)2\,\text{ج ف}$$

لہٰذا سادہ رقّاص کی گولی اور مقعر آئینے پر حرکت کرنے والا کُرہ اگر ایک ہی قسم کا راستہ اختیار کرے تو کسی خاص محل پر کُرے کی رفتار، سادہ رقّاص کی گولی کی رفتار سے ہمیشہ کم ہوگی۔

شکل ۸۹۔ سادہ رقّاص کی ترسیم

اگر ر = رقاص کی گولی کی رفتار کسی مقام پر ر = کُرے کی رفتار اُسی مقام پر۔ تو

ر۲ = ۲ ج ف اور

ر۲ = ۵/۷ (۲ ج ف) = ۵/۷ ر۲

بناءبریں راستے کے کُل نقطوں پر لڑھکنے والے کُرے کی رفتار رقاص کی گولی کی رفتار کے صرف √(۵/۷) کے برابر ہوگی۔
اس لئے کسی مفروضہ حرکت طے کرنے میں تیز رفتار رقاص کی گولی کو جتنا وقت درکار ہوگا کُرے کو اِس وقت کے √(۷/۵) حصہ کی ضرورت ہوگی۔

اب ہمیں معلوم ہے کہ سادہ رقاص کا وقتِ دوران

د = ۲ π √(ل/ج)

اِس لئے ویسا ہی راستہ طے کرنے میں لڑھکنے والے کُرے کا وقتِ دوران

(د) د × √(۷/۵) ہوگا۔

یعنی د = ۲ π √(۷/۵) · √(ل/ج)

کُرے کا راستہ (ص - ن) نصف قطر کا قوس ہے۔ جہاں ص = مقعر آئینے کا نصف قطرِ انحنا۔ اور ن = کُرے کا نصف قطر۔ اُس سادہ رقاص کا طول جس کا لنگر وہی راستہ طے کرتا ہے جو کُرہ طے کرتا ہے (ص - ن) کے برابر ہے۔
لہٰذا ایسے سادہ رقاص کا وقتِ دوران

د = ۲ π √((ص - ن)/ج)

آئینے پر کُرے کا وقتِ دوران = د × √(۷/۵)

اِس لئے آئینے پر کے کُرے کا وقتِ دَوران

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{\frac{۷}{۵}(ص - ن)}{ج}}$$

تجربہ ۸۶ - مقعر آئینے پر حرکت کرنے والے کُرے کے ذریعے سے ج کی تعیین —— آئینے کے اِنحنا کے نصف قطر کو کُرویت پیما کے ذریعے سے اور کُرے کے نصف قطر کو سرل چاپ سے ناپ لو۔ کُرے اور آئینے کو گرد سے پاک کرلو۔ آئینے پر کُرے کی دس یا بیس مکمل ارتعاشوں کا مجموعی وقت چل رُکنی گھڑی سے دریافت کرو۔ اور اِس سے وقتِ دَوران کی قیمت اخذ کرو۔ وقت دریافت کرنے کے تجربے کو تین بار دُہراؤ۔

ج کی قیمت ذیل کی مساوات سے محسُوب کرو:-

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{\frac{۷}{۵}(ص - ن)}{ج}}$$

$$\text{یا} \quad ج = \frac{۴\pi^{۲} \frac{۷}{۵}(ص - ن)}{د^{۲}}$$

مرکب رقاص

جب کوئی اُستوار جسم اس طرح قائم کیا جائے کہ وہ کسی اُفقی محور کے گرد گھوم سکے تو جسم مذکور اپنے تعادل کے مقام کے گرد ارتعاش کریگا (اس کے متعلق صفحہ ۲۴۸ دیکھو)۔

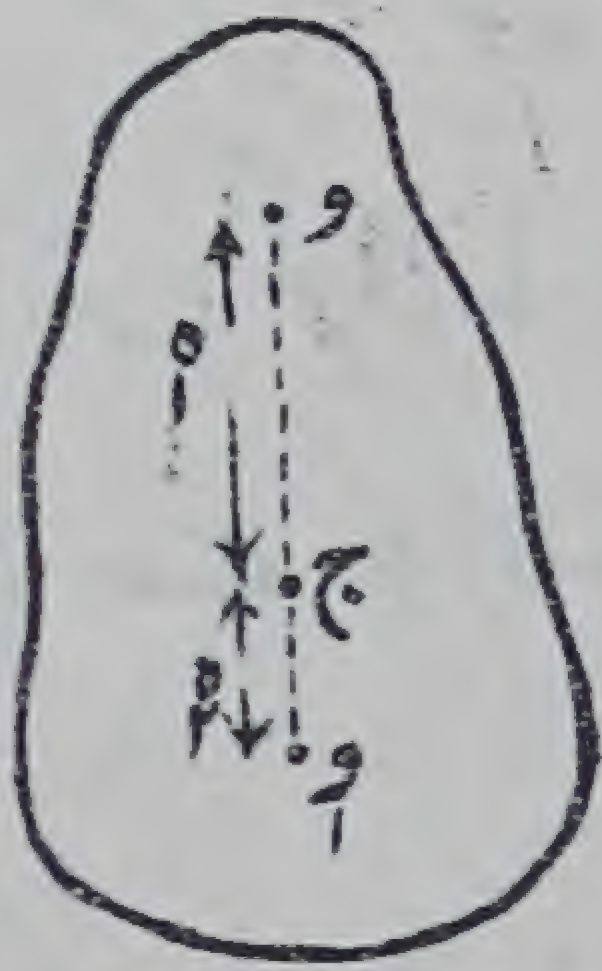
فرض کرو کہ $م_ج$ = ک گ۲، جہاں $م_ج$ جسم کے مرکزِ جاذبہ ج سے گذرنے والے ایک اُفقی محور کے گرد جسمِ مذکور کے

جمود کا معیارِ اثر ہے۔
شکل نمبر ۹۱ میں فرض کرو کہ جسم ایک ایسے محور کے گرد ارتعاش کر رہا ہے جو کاغذ کی سطح پر علی القوائم ہے۔ اور نقطۂ و سے گزرتا ہے۔ اِس نقطۂ و کو مرکزِ تعلیق کہتے ہیں۔ نقطۂ و سے گزرنے والے محور کے گرد جمود کا معیارِ اثر ذیل کی مساوات سے حاصل ہوتا ہے:۔

شکل نمبر ۹۱۔ مرکب رقّاص

$$\text{ج}_{\text{و}} = \text{ج}_{\text{ج}} + \text{ک}\,\text{ہ}_{۱}^{۲}$$

$$= \text{ک}\,\text{گ}^{۲} + \text{ک}\,\text{ہ}_{۱}^{۲}$$

$$= \text{ک}\,(\text{گ}^{۲} + \text{ہ}_{۱}^{۲}) \quad \text{جہاں } \text{ہ}_{۱} = \text{و ج}$$

صفحہ ۲۴۹ میں یہ ثابت کیا جا چکا ہے کہ مرکب رقّاص کا وقتِ دوران

$$\text{د} = ۲\pi\sqrt{\frac{\text{ج}_{\text{و}}}{\text{ک ج ہ}_{۱}}}$$

$$= ۲\pi\sqrt{\frac{\text{گ}^{۲} + \text{ہ}_{۱}^{۲}}{\text{ہ}_{۱}\,\text{ج}}}$$

سادہ رقّاص جس کا وقتِ دوران وُہی ہے جو مندرجۂ بالا رقّاص کا اُس کا طول ل حسبِ ذیل مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{ل} = \frac{\text{گ}^{۲} + \text{ہ}_{۱}^{۲}}{\text{ہ}_{۱}}$$

اور یہ طول سادے معادل رقّاص کا طول کہلاتا ہے۔
اگر یہ ممکن ہو کہ جسم کے مادّے کی ساری کمیت بڑھائے ہوئے

خط و ج میں ایک ایسے نقطے پر منجمد ہو جائے جو محورِ تعلیق سے فصل مذکور پر واقع ہو تو وقتِ دوران اور مقامِ تعادل میں کوئی تبدیلی واقع نہ ہوگی۔ اور یہ نقطہ $و_1$ اس طرح واقع ہوگا کہ فصل $و و_1 = ل$۔ محورِ تعلیق و کے لحاظ سے نقطۂ $و_1$ مرکزِ ارتعاش کہلاتا ہے۔

ج سے $و_1$ کا فاصلہ $ہ_1$ مندرجۂ ذیل کے رشتے سے حاصل ہوگا۔

$$ہ + ہ_1 = ل$$

مرکزِ تعلیق اور مرکزِ ارتعاش آپس میں بدلے جاسکتے ہیں۔ کیونکہ

$$ہ + ہ_1 = ل$$

$$ہ + ہ_1 = \frac{گ^2 + ہ^2}{ہ}$$

یا $$ہ ہ_1 = گ^2 \quad \ldots\ldots (۱)$$

$ہ_1^2$ کو مساواتِ بالا کے ہر پہلو میں جمع کر کے

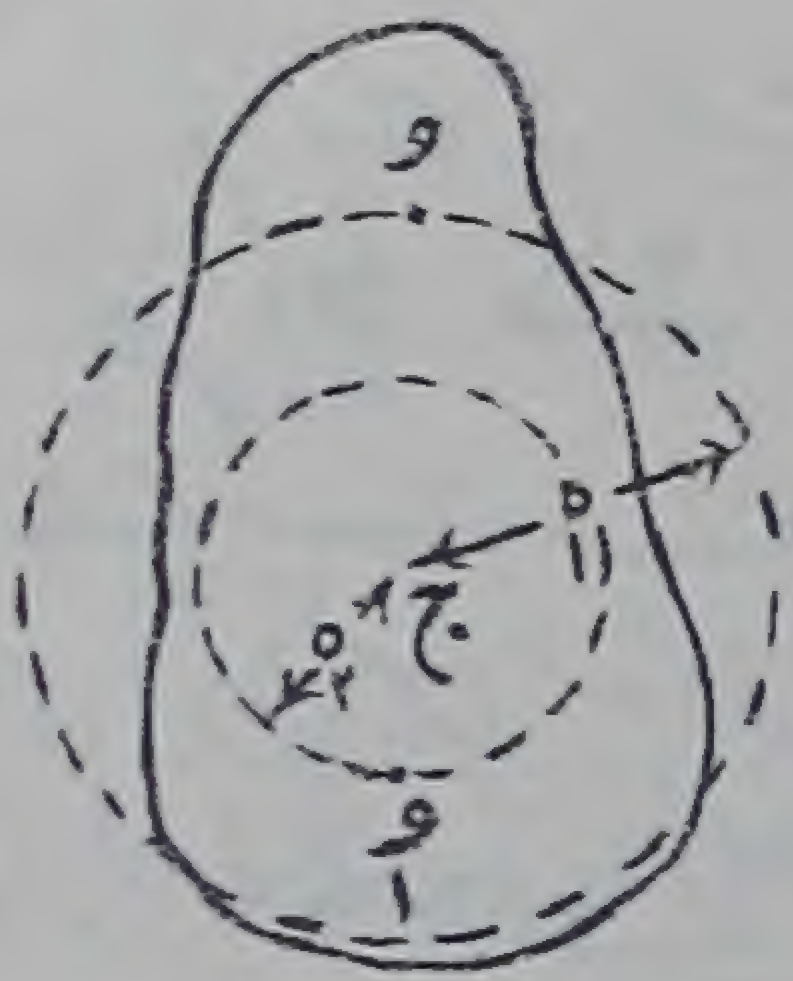
$$ہ_1^2 + ہ ہ_1 = گ^2 + ہ_1^2$$

یا $$ہ_1 + ہ = \frac{گ^2 + ہ_1^2}{ہ_1} \quad \ldots\ldots (۲)$$

اب $\frac{گ^2 + ہ_1^2}{ہ_1}$ اُس سادہ رقاص کا طول ہے جس کا وقتِ دوران وُہی ہے جو جسم کا جب جسمِ مذکور نقطۂ $و_1$ سے لٹکایا جائے۔ اور یہ فاصلہ مساوات (۲) سے $ہ + ہ_1$ کے برابر ہے۔ یعنی وقتِ دوران ایک ہی رہیگا خواہ جسم نقطہ و سے یا نقطہ $و_1$ سے لٹکایا جائے۔ یعنی اِس کے معنی یہ ہیں کہ مرکزِ تعلیق اور مرکزِ ارتعاش

آپس میں بدلے جا سکتے ہیں۔

اُن نقطوں کا حیّز جن کے لئے د مستقل ہے

مذکورۂ بالا و اور وَ محوروں کے علاوہ اور بھی محور ہیں جن کے گرد جسم کا وقتِ دوران وہی رہتا ہے جو و اور وَ کے گرد۔

اگر مرکز ج اور نصف قطر اَ اور وَ کے دو دائرے کھینچے جائیں۔ اور ان دائروں میں سے کسی ایک پر کوئی متوازی محورِ ارتعاش لیا جائے تو وقتِ دوران ایک ہی رہیگا۔

شکل ۹۲۔ اُن نقطوں کا حیّز جن کے لئے (د) مستقل ہے

ہ کے ساتھ د کا تغیر۔ کم سے کم وقتِ دوران۔

جب محورِ تعلیق مرکزِ جاذبہ میں سے گزرتا ہے تو وقتِ دوران لاتناہی بڑا ہو جاتا ہے۔ اگر محورِ مذکور لاتناہی فاصلے پر واقع ہو تو پھر وقتِ دوران لاتناہی ہوگا لہذا محور کا کوئی درمیانی مقام ایسا بھی ہوگا جس کے لئے وقتِ دوران کم سے کم قیمت رکھیگا۔
ہمیں معلوم ہے کہ

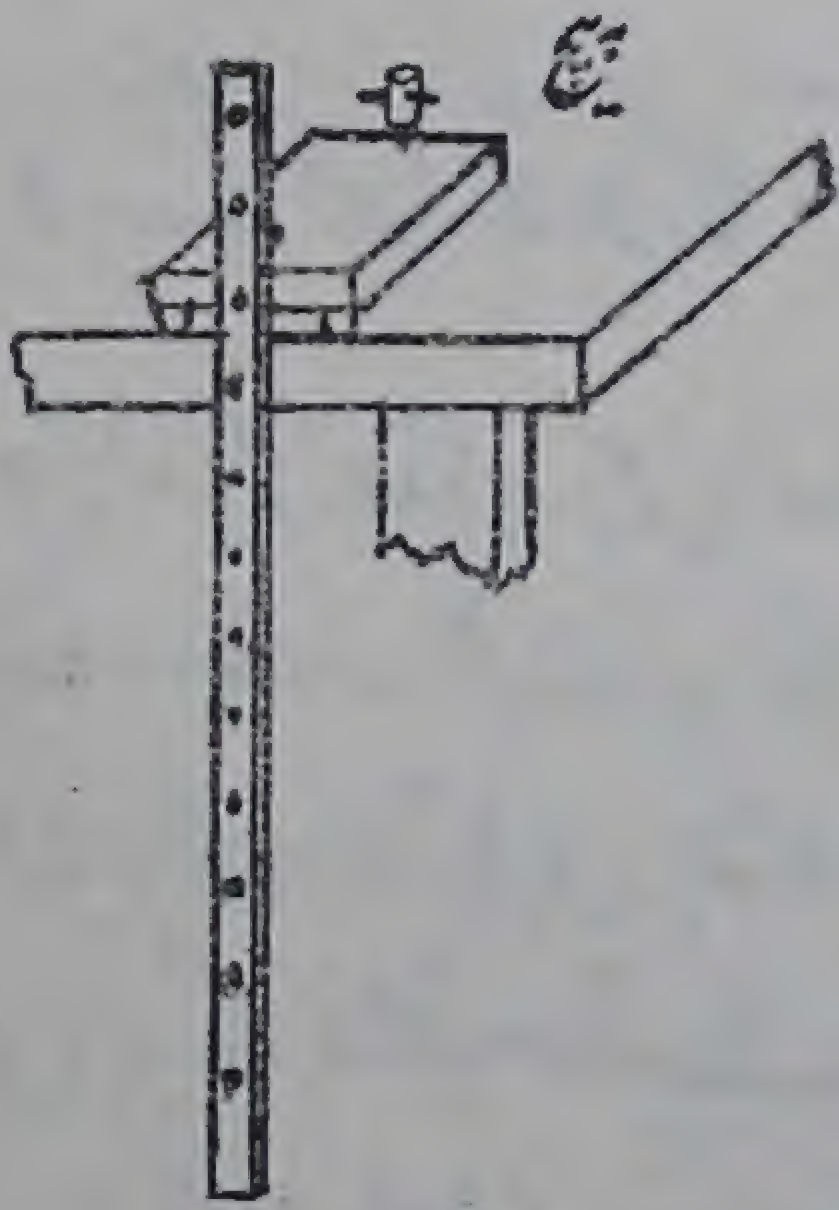
$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{گ^۲ + ہ^۲}{ج ہ}}$$

د کی قیمت اُس وقت کم سے کم ہوگی جب $\frac{گ^۲ + ہ^۲}{ہ}$ کی قیمت کم سے کم ہوگی۔

لیکن
$$\frac{گ^۲ + ہ^۲}{ہ} = \frac{(گ - ہ)^۲ + ۲ گ ہ}{ہ}$$
$$= \frac{(گ - ہ)^۲}{ہ} + ۲ گ$$

یہ صاف ظاہر ہے کہ اس رقم کی قیمت اُس وقت کم سے کم ہوگی جب ہ = گ
اِس صورت میں سادہ معادل رقّاص کا طول = ۲ گ
اور ہر دو نقطے و اور وَ مرکزِ جاذبہ ج سے گ فاصلے پر
واقع ہیں۔

کم سے کم وقتِ دَوران د = ۲ π √(۲ گ / ج)

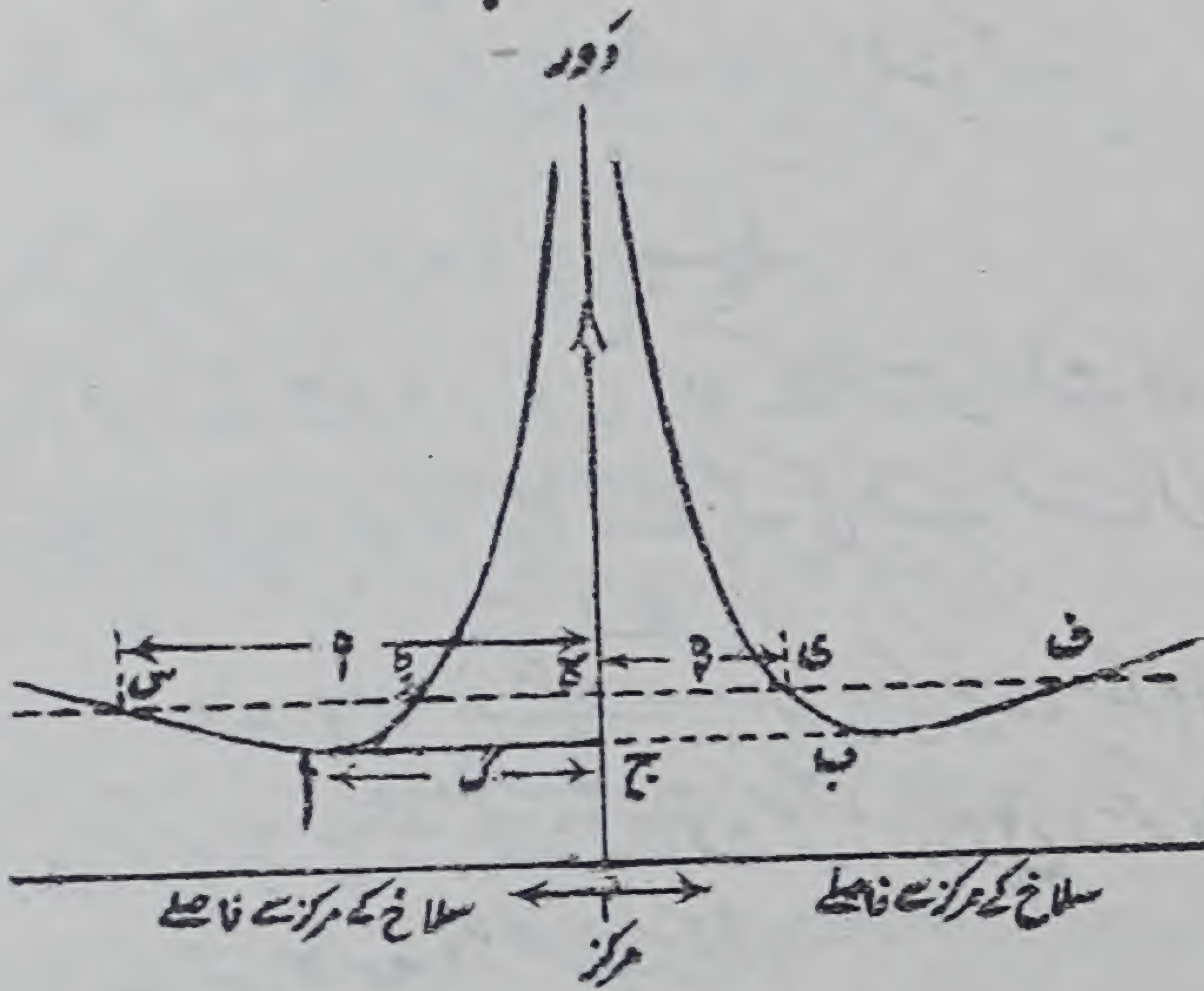
تجربہ نمبر ۶۵۔ مرکب رقّاص ___ نتائج مندرجۂ بالا
کی تشریح کے لئے میٹر طول کی ایک مستطیلی سلاخ جس کی
ساری لمبائی میں مساوی مساوی فاصلوں پر (تقریباً دو دو سمر پر)
سُوراخ بنے ہوں، ایک ایسے محور سے لٹکائی جا سکتی ہے جس کا
اُفقی وضع میں رہنا ضروری ہے (شکل ۹۳ ملاحظہ ہو)۔

(۱) سلاخ کے ایک سرے
سے شروع کر کے ہر تیسرے سُوراخ
سے سلاخ کو لٹکا کر اُس کا وقتِ دَوران
دریافت کرو۔ گروقتِ دَوران
محسوب کرنے کے لئے ۵۰ کامل
ارتعاشوں کے مجموعی وقت کا مشاہدہ
کرنا چاہیئے۔

پیچ

شکل ۹۳۔ سلاخی رقّاص

(۲) مرکزِ جاذبہ سے مختلف
فاصلوں پر سلاخ کو لٹکا کر وقتِ
دَوران دریافت کرنے کے بعد
اِن فاصلوں اور وقتِ دَوران کی ترسیم کھینچو۔ سلاخ کے دو نیم حصوں
کے لحاظ سے ترسیم میں دو تشاکل شاخیں ہونگی۔ ترسیم کے ملاحظہ
سے یہ ظاہر ہوگا کہ نقطوں ا اور ب پر وقتِ دَوران کی قیمت
کمترین ہے۔

(۳) تختی سے اِن کمترین اوقاتِ دَوران کے لئے سلاخ پر سوراخ

دریافت کرو۔ اور اس کمترین وقتِ دَوران کے سُوراخ کے دونوں طرف دو دو سوراخوں کے لئے وقتِ دَوران نہایت صحت کے ساتھ

شکل ۹۴ع۔ مرکب رقّاص کی ترسیم

دریافت کرو۔ اور اُس سُوراخ کے لئے بھی وقتِ دوران نہایت صحت کے ساتھ دریافت کرو جہاں یہ وقتِ دَوران کمترین قیمت رکھتا ہے۔ اِن پانچ سوراخوں میں سے ہر ایک کے لئے کم سے کم سو ارتعاشیں لینی چاہئیں تاکہ منحنی کے اِس حصے میں نقطے بہت ہی صحیح حاصل ہوں۔ ا اور ب کے مقامات سے گ دریافت کرو:۔

گ = ا ج = ب ج

(۴) شکل ۹۴ع میں ایسے نقطے مثلاً س۔ ڈ۔ ی۔ ف دریافت کرو جن میں سے ہر ایک کے لئے وقتِ دَوران ایک ہی ہے۔ اِس لئے اگر س ہ ، ل۱ کو تعبیر کرے۔ ہ ی = ل۲

نیز ہ ف = ل۱ اور ہ ڈ = ل۲

ذیل کے ضابطے سے گردشی نصف قطر کی قیمت محسوب کرو۔

گ۲ = ل۱ ل۲

سادے معادل رقاص کا طول دریافت کرو۔ یہ طول

$$\text{ل} = \text{ہ}_1 + \text{ہ}_2$$

اور ذیل کے ضابطے سے ج کی قیمت دریافت کرو۔

$$\text{د} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{ل}}{\text{ج}}}$$

(۵) منحنی کے نقطے ۲ اور ب کے لئے کمترین وقتِ دوران د دریافت کرو اور ذیل کے ضابطے سے گ کی قیمت محسوب کرو:

$$\text{د} = 2\pi\sqrt{\frac{2\text{گ}}{\text{ج}}}$$ اگر ج کی قیمت معلوم ہو

(۶) جسم کا کمیتِ مادّہ ک دریافت کرو۔ اور ذیل کے ضابطے سے اُس کے جمود کا معیارِ اثر محسوب کرو۔

$$\text{ھ} = \text{ک}\ \text{گ}^2$$

گ کی مختلف قیمتیں جو (۳)، (۴) اور (۵) میں حاصل ہوئی ہیں اُن سب میں مطابقت ہونی چاہئے۔ اور یہ قیمتیں تقریباً سلاخ کے طول کا $\frac{1}{\sqrt{12}}$ ہونی چاہئیں۔ بشرطیکہ طول کے مقابلے میں سلاخ کا عرض نظر انداز کردیا جائے (ضمیمہ میں جمود کے معیارِ اثر کا بیان ملاحظہ ہو)۔

تجربہ ۶۹۔ استواری کے مقیاس کی تعیین ارتعاش سے ــــ ایک سلاخ یا ایک قرص یا جمود کے معلوم معیارِ اثر کا کوئی دوسرا جسم ایک ایسے تار سے لٹکاؤ جس کا اُوپر کا سرا مضبوط جکڑا ہُوا ہو۔

جسم کا وقتِ دوران اُس حالت میں دریافت کرو جب وہ مڑوڑی رقاص کی طرح حرکت کرتا ہو۔

تار کا طول اور اُس کا نصف قطر ناپو۔ لٹکے ہوئے جسم کے جمود کا معیارِ اثر اُس کے مادّے کی کمیت اور اُس کے ابعاد کے علم سے دریافت کرو۔

مندرجۂ ذیل مساوات سے استواری کے مقیاس کی قیمت اخذ کرو:۔

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{۲ م ل}{\pi ا ن^۴}}$$

$$\text{یا استواری کا مقیاس } ا = \frac{۸ \pi م ل}{د^۲ ن^۴}$$

اِسی تار سے دو اجسام کو بطور مڑوڑی رقّاص استعمال کر کے اُن کے جمود کے معیارِ اثر کا مقابلہ کرو۔

$$د_۱ = ۲\pi \sqrt{\frac{۲ ل}{\pi ا ن^۴} م_۱} \quad \text{ایک جسم کے لئے۔}$$

$$د_۲ = ۲\pi \sqrt{\frac{۲ ل}{\pi ا ن^۴} م_۲} \quad \text{دُوسرے جسم کے لئے۔}$$

چونکہ دونوں جسم ایک ہی تار سے لٹکائے گئے ہیں اِس لئے

$$\frac{م_۱}{م_۲} = \frac{د_۱^۲}{د_۲^۲}$$

تجربہ ۷ ۔ مرغولہ دار کمانی سے لٹکتے ہوئے مادّے کا وقتِ دَوران (ارتعاش) کا مشاہدہ کر کے ج کی تعیین

مرغولہ دار کمانی سے ایک مادّہ لٹکاؤ۔اور اِس مادّے کو آہستہ سے لٹکانے پر کمانی میں جو بڑھاؤ ل پیدا ہو گا اُس کو دریافت کرو۔مادّے میں انتصابی ارتعاش پیدا کر کے اُس کا وقتِ دَوران دریافت کرو۔

ذیل کے ضابطے سے (جس کا ثبوت صفحہ ۲۵۱ میں دیا جا چکا ہے) ج کی قیمت محسوب کرو۔

$$د = ۲\pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

فصل دہم

گیس: بارپیما اور کُلیّۂ بائیل

۱- گیسوں کی خاصیتیں

مادّے کی اور شکلوں سے گیس اِس حیثیت سے مختلف ہے کہ گیس جہاں جگہ پاتی ہے اُس کو بھر دیتی ہے۔ ایک خاص حجم میں خواہ گیس کی مقدار کتنی ہی چھوٹی ہو وہ تمام حجم میں پھیل جاتی ہے۔ گیس کی شکل کی اشیاء میں یہ خاصیت ایک نہایت ہی عجیب خاصیت ہے اور اِس خاصیت کو ہم اِن اشیاء کا پھیلاؤ کہہ سکتے ہیں۔

اِس فصل میں ہم صرف اُن گیسی مظاہروں پر بحث کرینگے جن کا تعلق مستقل تپش سے ہے۔ اور تپش کی تبدیلیوں کے اثرات کی تحقیقات حرارت کے باب میں کی جائیگی۔

کُلیّۂ بائیل

جب کبھی گیس کی ایک مستقل مقدار کے حجم میں تبدیلی واقع ہوتی ہے تو گیس کا دباؤ ایک خاص طریقے سے بدل جاتا ہے چنانچہ اگر تپش مستقل قائم رکھی جائے دباؤ اور حجم میں

تناسبِ معکوس رہتا ہے۔ یہ رشتہ حسبِ ذیل آسان شکل میں لکھا جا سکتا ہے :۔

دباؤ × حجم = مستقل

سنہ ۱۶۶۲ء میں رابوٹ بائیل انگریز سائنس دان نے اس رشتے کو پہلے پہل بیان کیا تھا۔ اور یہ رشتہ کلیۂ بائیل کے نام سے مشہور ہے۔ فرانس میں بھی ایک سائنس داں مسمی ماریاٹ[1] نے چودہ برس بعد بطورِ خود اس کلیے کا دعویٰ بیان کیا۔ اور اِس بناء پر یہ کلیہ انگلستان کے سوائے تمام ممالکِ یورپ میں کلیۂ ماریاٹ کے نام سے مشہور ہے۔ (نوٹ :۔ اس کے متعلق انگریزی کتاب ٹیٹ[2] کا خواصِ مادہ ضمیمہ ۲ دیکھو)۔

یہ ظاہر ہوگا کہ مستقل تپش پر گیس کے مظاہروں کی تحقیقات کے لئے یہ ضروری ہے کہ ہم اُس کے حجم اور دباؤ کی پیمائش کے ذرائع مہیا کریں۔

حجم کی پیمائش میں کسی قسم کی دقّت پیش نہیں آتی مگر دباؤ کی پیمائش کے لئے کچھ تشریح کی ضرورت ہوگی۔

۲۔۔۔ کرۂ ہوائی کے دباؤ کی پیمائش۔

بند حجم کی گیسوں کے دباؤ کی پیمائش پر بحث کرنے سے قبل پہلی چیز جس کا جاننا ضروری ہے وہ یہ ہے کہ ہوا بہت بڑا دباؤ ڈالتی ہے۔

بار پیما

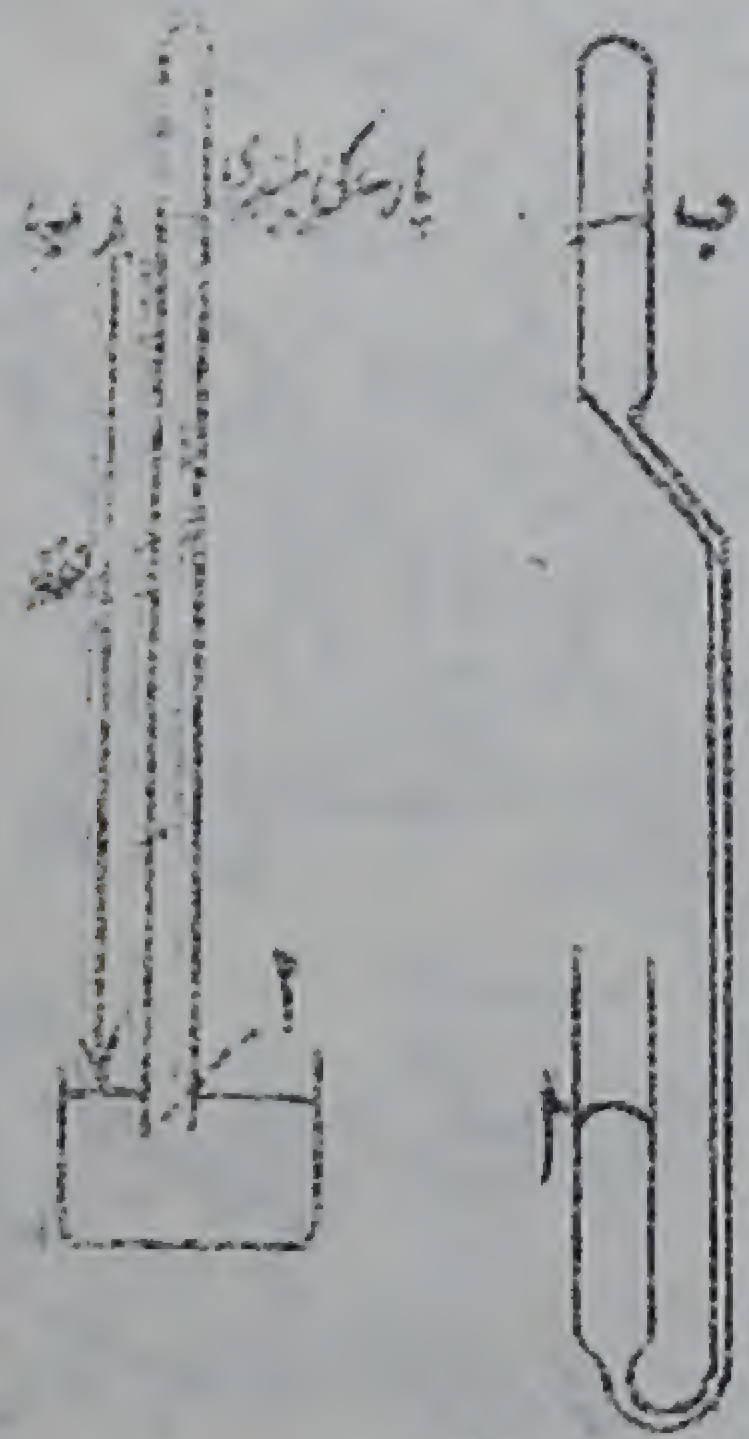
اِس امر کے اظہار کے لئے ایک میٹر لمبائی کی شیشے کی

---

[1] Marriotte

[2] Tait

ایک نلی لے کر اُس کا ایک سرا بند کر دیا جاتا ہے۔ پھر اِس نلی کو پارے سے لبالب بھر کر ایک پیالے میں جس میں پارا پہلے سے موجود ہو اِس طرح اوندھایا جاتا ہے کہ نلی کا کھلا ہوا منہ پیالے کے پارے کے اندر چلا جائے باوجودیکہ نلی میں پارے کے سوائے کوئی اور شے داخل نہیں کی جاتی ہے اوندھانے پر نلی کا پارا فوراً کچھ نیچے آ جاتا ہے۔ پارا سب کا سب نلی سے نہیں گر پڑتا۔ بلکہ ایک خاصا بڑا تقریباً ۷۵ سم بلندی کا پارے کا ستون نلی میں رہ جاتا ہے۔ اور یہ ستون کرۂ ہوائی کے دباؤ کی وجہ سے سہارا ہوا رہتا ہے۔ اس ساخت کی نلی بار پیما کی نلی کہلاتی ہے۔

شکل ۹۵ میں نلی کے اُس نقطہ ا پر کے دباؤ پر غور کرو جس کی سطح وہی ہے جو نلی سے باہر کے پارے کی آزاد سطح ہے اِس نقطے سے اوپر کثافت ث اور بلندی ن سم پارے کا ستون قائم ہے۔ اور یہ ستون اِس نقطہ ا پر دباؤ بمقدار ف ث ج ڈائین فی مربع سم ڈالتا ہے۔ نلی کے اندر کے پارے کے اوپر جگہ ب بالکل خلا ہے سوا پارے کے بخار کی نہایت ہی خفیف مقدار کے جس کا اثر نظر انداز کر دیا جاتا ہے۔ اِس لئے نقطہ ا پر مجموعی دباؤ صرف پارے کے ستون کے سبب سے ہے یعنی نلی کے اندر نقطہ ا پر دباؤ = ف ث ج ڈائین فی مربع سم۔

شکل ۹۵۔ بار پیما کی سادہ شکلیں

جو دباؤ نلی کے باہر پارے کی آزاد سطح پر عمل کرتا ہے وہ صرف خارجی کرۂ ہوائی کا دباؤ ہے۔

مائع کی ایک ہی اُفقی سطح کے کُل نقطوں پر دباؤ ایک ہی ہے۔ اِس لئے نلی کے اندر نقطۂ ۲ پر دباؤ باہر کی سطح کے اُوپر کے دباؤ کے بالکل برابر ہے۔ کیونکہ ۲ اُسی اُفقی سطح میں واقع ہے جس میں باہر کی سطح ہے۔

۲ پر دباؤ ف ث ج ہے۔ اور باہر کے پارے کی سطح پر دباؤ ، کرۂ ہوائی کا دباؤ ہے۔

اِس لئے کرۂ ہوائی کا دباؤ = ف ث ج ڈائین فی مربع سم

چونکہ کرۂ ہوائی میں تپش کی تبدیلی ایک چھوٹی حد کے اندر ہوتی ہے اور اِس حد کے اندر پارے کی کثافت تقریباً مستقل رہتی ہے۔ اِس لئے قاعدہ ہے کہ دباؤ کو پارے کی بلندی سے "سم میں" بیان کرتے ہیں۔ مگر حقیقتِ حال یہ ہے کہ اِس طریقے سے دباؤ کی جو قیمت ملیگی وہ صفر درجہ مئی پر کے پارے کے اُسطوانہ کے طول کی رقوم میں ہوگی۔ لیکن معمولی مقاصد کے لئے تپش کی وجہ سے تصحیح کرنے کی چنداں ضرورت نہیں کیونکہ کثافت کی تبدیلی بہت ہی کم ہوتی ہے۔ اگر اِس تصحیح کی ضرورت ہو تو اِس کا حساب بلا دقت ہو سکتا ہے (صفحہ ۲۷۰ ملاحظہ ہو)

مزید براں ج کی قیمت تمام کرۂ زمین کی سطح پر یکساں نہیں ہے۔ اِس لئے عرض البلد اور سطح سمندر کی بلندی کی وجہ سے جس تصحیح کی ضرورت ہوگی اُس کو حساب میں داخل کرنا چاہیئے تاکہ پارے کی مشہودہ بلندی اُس بلندی میں تحویل ہو جائے جو اُس کو سطح سمندر اور ۴۵° عرض البلد پر حاصل ہو۔ بہر حال اس تصحیح کی ضرورت صرف اُس وقت پڑتی ہے جب غایت درجے کی صحت مدِ نظر ہو۔

چونکہ ہم کو ث اور ج کو تقریباً مستقل تصور کرنے کا مجاز ہے

اِس لئے کرۂ ہوائی کا دباؤ، پارے کی ایک خاص بلندی ف، کے مماثل کہا جاسکتا ہے۔ اور یہ بلندی بار پیما کی بلندی کہلاتی ہے۔

یہ بلندی پارے کے اُسطوانہ کی وہ بلندی ہے جس کو مذکورۂ بالا ساخت کے بار پیما کی نلی میں کرۂ ہوائی سہارتا ہے۔

آجکل Meteorology (شہابیات) کا محکمہ کرۂ ہوائی کے دباؤ کو اُن اِکائیوں میں ظاہر کرتا ہے جو مطلق س گ ث نظام کی اکائیوں کے اضعاف ہیں۔ اور بعض جدید بار پیما اِس طرح درجہ بند کئے گئے ہیں کہ اُن میں دباؤ کی قیمتیں اِن اکائیوں میں براہِ راست پڑھ لی جاسکتی ہیں۔

دباؤ کی مروّجہ اکائی بار (Bar) کہلاتی ہے اور یہ اکائی 10^6 ڈائین فی مربع سمر کے برابر ہے۔ دو چھوٹی اکائیاں بھی مستعمل ہیں۔ سنتی بار (Centibar) اور ملی بار (Millibar) جو بالترتیب $\frac{1}{100}$ اور $\frac{1}{1000}$ بار (Bar) ہیں۔

بار (Bar) عرض البلد ۴۵° میں صفر درجہ مئی پر کے پارے کی ۷۵٫۰۱ سمر بلندی کے دباؤ کے مماثل ہے۔

طبعی کرۂ ہوائی (پارے کا ۷۶ سمر) ایک بار (Bar) سے قدرے بڑا ہے۔ اور اِس کی قیمت ۱۰۱۳٫۲ ملی بار (Millibar) ہے۔

بار پیما کی مروّجہ شکلیں

لانما نلی کی شکل کا — اُس کام میں جہاں غایت درجے کی صحت مقصود نہ ہو سادہ لانما نلی کی شکل کا (جیسا شکل ۹۵ میں دکھایا گیا ہے) بار پیما کافی کارآمد ہوگا۔ یہاں آ کی آزاد سطح متذکرۂ بالا وضع کے بار پیما میں حوضک کے پارے کی آزاد سطح کے بجائے ہے۔

سرے کے قریب نلی موڑدی گئی ہے تاکہ پارے کی دو سطحیں جن کی بلندی کے فرق کی پیمائش مقصود ہے ایک ہی انتصابی خط میں رہیں۔

نلی کے حصے ا اور ب خاصے چوڑے قطر کے ہونے چاہیئیں۔ اور اُن کی عمودی تراشیں آپس میں برابر ہونی چاہیئیں۔ تاکہ سطحی تناؤ کی وجہ سے بلندی کے مشاہدے میں غلطی داخل نہ ہو۔ بلندیاں ایک ایسے پیمانے پر پڑھی جاتی ہیں جو عموماً خود نلیوں پر کھُدا ہوتا ہے۔ بلندی سطوح ب اور ا کا عمودی فاصلہ ہے۔

اِس شکل میں صحت جو قابلِ حصول ہے کچھ زیادہ درجے کی نہیں: پیمانے کے ہر بار پڑھنے میں جو غلطی داخل ہوسکتی ہے وہ نصف مم تک پہنچ سکتی ہے۔ اور چونکہ یہاں پیمانے کو دو دفعہ پڑھنا پڑتا ہے اِس لئے غلطی جو یہاں ممکن ہے ایک مم تک ہوسکتی ہے۔

فورٹن[1] کا بار پیما

اِس قسم کے بار پیما عموماً طبیعیات کے معملوں میں پائے جاتے ہیں جہاں کرۂ ہوائی کے دباؤ کے صحیح مشاہدوں کی ضرورت پڑتی ہے۔ یہ آلہ سادہ قسم کے بار پیما کی نلی (صفحہ ۲۶۷) سے زیادہ مختلف نہیں ہے۔ فرق صرف یہ ہے کہ اِس آلے میں پارے کی دو سطحوں کے پڑھنے کا طریقہ خاص ہے۔

تجربہ ۱۷۔ فورٹن کا بار پیما پڑھنا ـــــ پارے کی بلندی دریافت کرنے کے لئے مندرجۂ ذیل دو ترتیبیں ضروری ہیں:۔

[1] Fortin

(ا) حوضک کی ترتیب۔ نلی کے نیچے کے سرے پر چمڑے کی تھیلی میں پارا رہتا ہے۔ اور اِس تھیلی کی شکل اُس کی تہ پر لگے ہوئے پیچ ۲ کے ذریعہ سے بدل جا سکتی ہے۔ بارپیما کے ڈھانچے سے ہاتھی دانت کا ایک چھوٹا مخروط نصب رہتا ہے۔ اور اِس مخروط کی راس ص بارپیما کے پیمانے کا صفر ہے (شکل ۹۶)۔

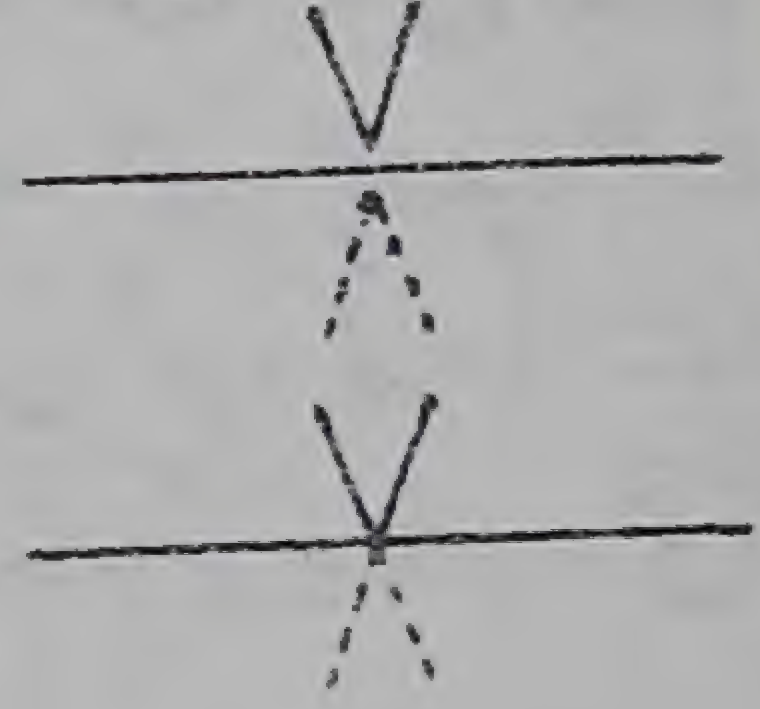
پیچ ۲ کو گھما کر پارے کی سطح ہاتھی دانت کے اِس مخروط کی راس تک چڑھا دی جاتی ہے۔ اور پیچ اُس وقت تک گھمایا جاتا ہے کہ راسِ مذکورہ اور پارے میں اُس کا خیال عین ملتے ہوئے دکھائی دیں۔ ۲ور پارے کی سطح میں راسِ مذکور پر کسی قسم کا نشیب نظر نہ آئے۔ اِس امر کی توضیح کے لئے

شکل ۹۶
فورٹن کا بارپیما

شکل ۹۷
فورٹن کے بارپیما کا حوضک

ذیل کی شکل ملاحظہ ہو:۔

پارے کی سطح ضرورت سے نیچی

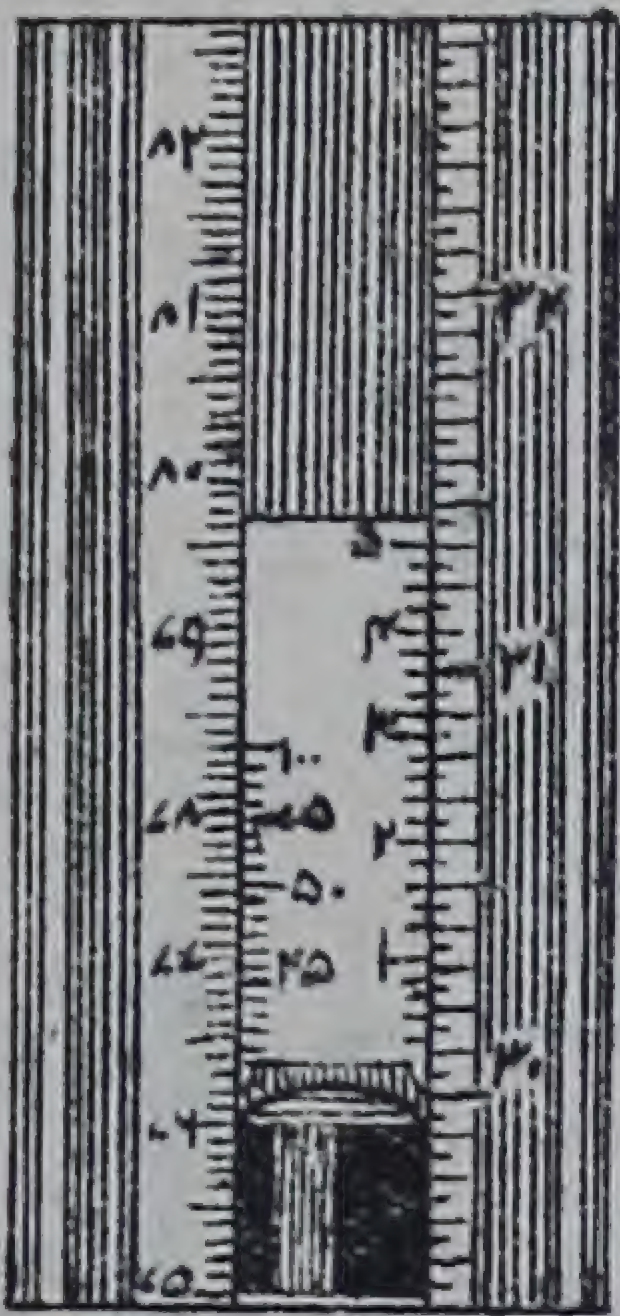
صحیح ترتیب

پارے کی سطح ضرورت سے زیادہ اونچی (بگڑے ہوئے عکس پر غور کرو)

شکل ۹۸۔ حوضک کی ترتیب

اس طریقے سے پارے کی سطح نہایت نزاکت کے ساتھ درست کی جاتی ہے۔ بشرطیکہ پارے کی سطح مناسب طور پر منور کردی جائے۔

(۲) نلی کے پارے کی بالائی سطح پر پیمانے کی ترتیب

بالائی سطح پر ترتیب مقابلۃً آسان نہیں ہے۔ شیشے کی نلی کے اوپر ایک پیتلی نلی س چڑھی ہوتی ہے۔ اور یہ نلی آلے کے بازو میں لگے ہوئے پیچ ب کے ذریعے سے اُوپر نیچے اٹھائی جاتی ہے (شکل ۹۶)۔ اس نلی کا نیچے کا حصہ اس طرح کٹا ہوا ہوتا ہے کہ اُس کی کٹی ہوئی پشت ڈ اور اُس کے کٹے ہوئے سامنے ص کے کنارے ایک ہی اُفقی سطح میں ہوں۔ (جیسا شکل ۱۰۰ سے واضح ہے)۔ اگر مشاہد کی آنکھ اِن دونوں کناروں کی سطح کے نیچے رکھی جائے تو پشت اور سامنے کے کنارے دونوں دکھائی دینگے۔ اگر آنکھ کو بتدریج اُونچا کیا جائے تو پشت کا کنارہ رفتہ رفتہ نظر سے چُھپتا جائیگا۔ یہاں تک کہ جب آنکھ ٹھیک اِس متحرک نلی کے کٹے ہوئے کناروں کی سطح میں آجاتی ہے تو پُشت کا کنارہ سامنے کے کنارے سے عین چُھپ جاتا ہے۔

آنکھ کو اِس طرح رکھا جائے کہ اوپر کے بیان کے مطابق پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے سے عین چھپ جائے۔ اِس کے بعد پیتل کی نلی کو متحرک کرنا چاہیئے یہاں تک کہ سامنے کا کنارہ پارے کی چوٹی ب کی سیدھ میں آجائے۔ مگر یہ ضروری ہے کہ نلی کے حرکت کرتے وقت آنکھ اُس کے کٹے ہوئے کناروں کی سطح میں رہے (شکل ۱۰۰)۔

انتباہ۔ اگر آنکھ نلی کے کٹے ہوئے کناروں کی سطح سے اُوپر رکھی جائے تو پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے سے چھپ جائیگا۔ اور اُس حالت میں آلے کی ترتیب درست نہیں رہیگی۔ اس لئے یہ نہایت ضروری ہے کہ آنکھ کو اونچا کیا جائے یہاں تک کہ پشت کا کنارہ سامنے کے کنارے کے پیچھے عین غائب ہوجائے۔ سطح کے درست ہونے کا یہی ایک معیار ہے۔

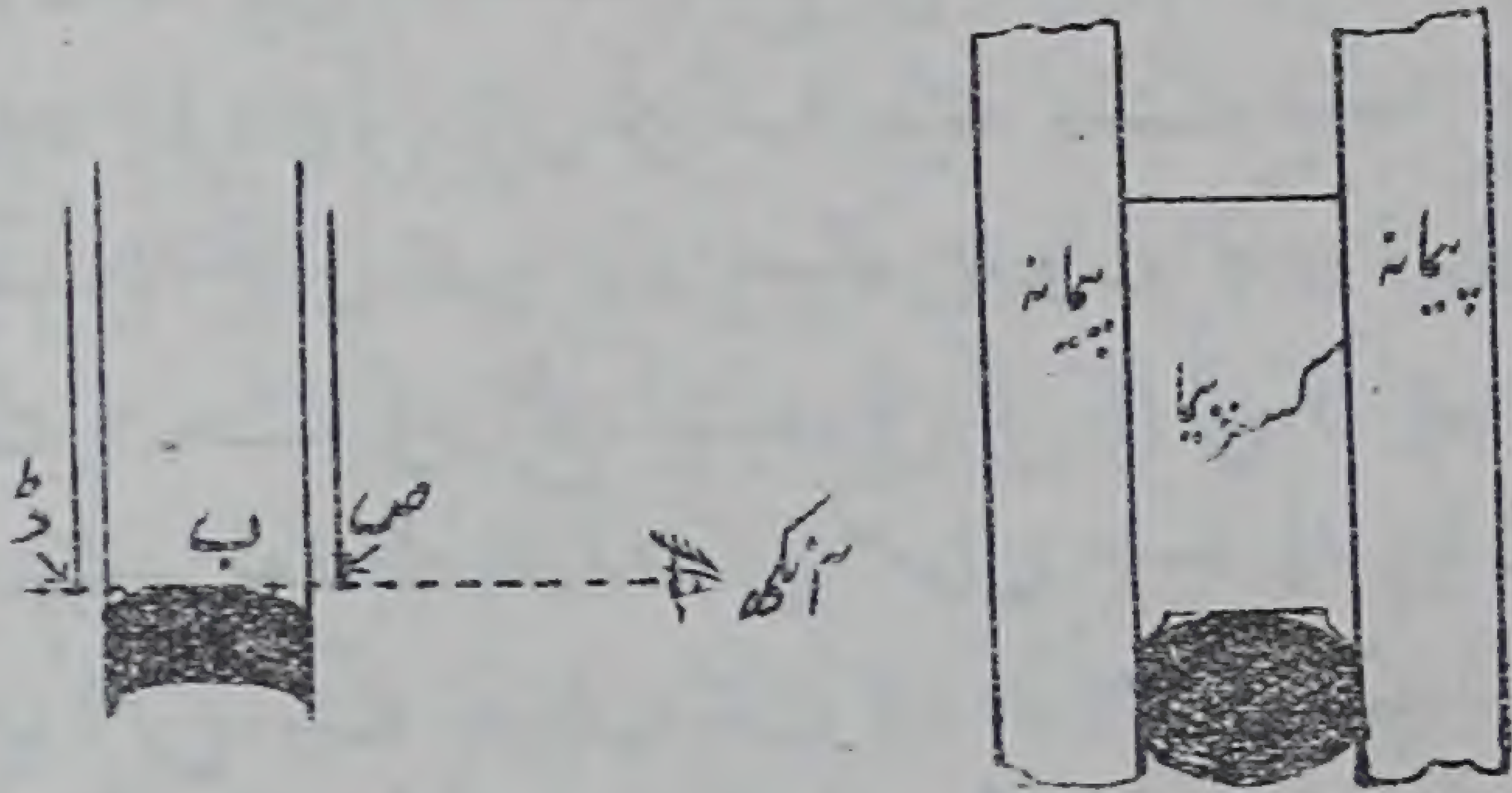
شکل ۹۹۔ بار پیمائی پیمانے اور کسر پیما

جب متحرک نلی ٹھیک جگہ رکھ دی گئی ہے تو آنکھ کے نیچے کی طرف ذرا سی بھی حرکت سے پشت کے کنارے کو دکھائی دینا چاہیئے۔ جب آنکھ دوبارہ صحیح سطح پر اُونچی کی جائے تو سامنے کے کنارے کا وسط پارے کی چوٹی سے ٹھیک مس کرتا ہُوا معلوم ہونا چاہیئے۔ مگر اِس صورت میں چوٹی کے دونوں طرف کنارے کے نیچے کچھ روشنی صاف دکھائی دیگی۔

پیتل کی چھوٹی نلی میں ایک کسر پیما لگا ہُوا ہوتا ہے۔ اِس

کسر پیما کا صفری نشان نیچے کے کٹے ہوئے کنارے کے ساتھ ہمسطح

پیمانہ
پیمانہ
کسر پیما
صفر
ب
ڈ
آنکھ

شکل ۱۰۱۔ کسر پیما کی ترتیب

رہتا ہے۔ یہ کنارہ عام طور سے دونوں طرف نیچے نکلا ہوا ہوتا ہے تاکہ کثرتِ استعمال سے گوشے گھس نہ جائیں۔ آلے کے ڈھانچے میں ایک ثابت پیمانہ لگا ہوا ہوتا ہے جس کے کنارے پر یہ کسر پیما اوپر نیچے حرکت کرتا ہے۔ اور اس پیمانے پر کسر پیما کے ذریعے سے پارے کی چوٹی کی بلندی معلوم ہوتی ہے۔ پیمانہ، آلے کے اوپر کے حصے کے قریب چند سنتی میٹروں ہی تک درجہ بند کیا جاتا ہے۔ اس پیمانے کا صفر، اوپر بیان کئے ہوئے حوضک کے ہاتھی دانت کا سرا ہے۔ اس لئے کسر پیما سے دکھلائی ہوئی پیمانے کی درجہ خوانی بار پیما کی بلندی بتاتی ہے۔

بار پیما کی اور مروجہ شکلوں میں ایک لانبا نلی کی شکل کا ایسا بار پیما ہے جس کی چھوٹی ساق میں پارے کی سطح پر تیرتے ہوئے وزن سے لگے ہوئے نمائندے کے ذریعے سے پارے کی سطح کی حرکت ظاہر ہوتی ہے۔ ایک اور شکل ہے جس کی ساخت فورٹن[1] کے بار پیما جیسی ہے مگر اس میں حوضک کے درست کرنے کا

[1] Fortin

کوئی انتظام نہیں ہے۔

حوضک میں پارے کی سطح کی تبدیلی سے درجہ خوانی میں غلطیاں ضرور پیدا ہوتی ہیں۔ کیونکہ ایسے آلے کے سرے پر سنٹی میٹر یا انچوں میں جو درجے بندیاں ہوتی ہیں اُن میں حوضک کے پارے کی سطح کی تبدیلی کی تلافی کا کچھ خیال نہیں رکھا جاتا ہے۔ مندرجۂ بالا دونوں قسموں کے بار پیما میں سے کوئی ایک بھی سائنس کے تجربوں میں کار آمد نہیں ہے۔

بے نم بار پیما — بے نم بار پیما، بار پیما کی ایک نہایت آسان شکل ہے۔ اور اِس کی جدید شکل غایت درجے کی صحت دے سکتی ہے۔ یہ بار پیما دھات کا ایک ایسا برتن ہے جس میں مکمل خلا پیدا کر دیا گیا ہے۔ اور جو بالکل ہوا بند کر دیا گیا ہے۔ کرۂ ہوائی کے دباؤ کی تبدیلی سے اِس برتن کی شکل کچھ نہ کچھ بگڑ جائیگی۔ اور یہ بگاڑ دباؤ کی تبدیلی کے متناسب ہے۔ (صفحہ ۱۶۹ پر کلیۂ ہوک ملاحظہ ہو)۔ بیرم اور گھڑی کے پُرزوں جیسے انتظام سے یہ خفیف بگاڑ بڑا دکھایا جاتا ہے۔ اور اِس انتظام سے نمایندہ ایک پیمانے پر حرکت کر کے کرۂ ہوائی کے دباؤ کی تبدیلی صاف صاف بتاتا ہے۔

اِس آلے سے دباؤ کی قیمت براہِ راست نہیں ملتی۔ اِس لئے اِس کی ضرورت ہے کہ اِس کی درجہ خوانیوں کا فورٹن کے سیمابی بار پیما سے مقابلہ کر کے اِس آلے کی تعییر کی جائے۔ مگر ایک دفعہ تعییر کئے جانے کے بعد اُس کی درجے خوانیوں کی صحت پر تقریباً مدت لامتناہی تک بھروسا کیا جاسکتا ہے۔ اگر یہ مقصود ہو کہ بار پیما کو جگہ بہ جگہ لے جایا جائے تو اُس صورت میں یہ آلہ نہایت مفید ثابت ہوتا ہے اس لئے کہ اس کو ایک جامع مختصر شکل کا بنا سکتے ہیں۔ مگر جگہ بہ جگہ جانے میں یہ ضرور ہے کہ یہ آلہ مختلف تپشوں کے زیرِ اثر آئے۔ اور تپشوں کے زیادہ اختلاف سے

اُس کی درجہ خوانیوں کی صحت بہت درست نہیں رہیگی۔ اِس سبب سے کہ دھات کے برتن کی لچک تپش سے مؤثر ہوتی ہے۔

تجربہ ۲۰۷۔ بے نم بار پیما کے استعمال سے کسی عمارت کی بلندی کی پیمائش — ایک ایسا بے نم بار پیما لو جس کا پیمانہ بہت چھوٹے چھوٹے درجوں میں منقسم ہو۔ اور عمارت کی زمین اور اُس کی چھت پر اِس آلے کی درجہ خوانیوں کے فرق کا مشاہدہ کرو۔ فرض کرو کہ فرقِ مشہودہ پارے کی لا سمہ بلندی ہے۔ یہ فرق ہوا کی سطحوں کے درمیانی فاصلے کے مطابق ہے۔ اور یہ فاصلہ عمارت کی بلندی ف ہے۔ اگر سطحوں کا یہ فرق کم ہو اس کے اندر کی ہوا کو ہم ایک ایسا سیّال تصور کر سکتے ہیں جس کی کثافت تقریباً تمام یکساں ہے۔ اس حالت میں اِن دو نقطوں کے بیچ کے دباؤ کا فرق ف ث۱ ج کے برابر ہے۔ جہاں ث۱ ہوا کی کثافت ہے۔ دباؤ کا یہ فرق پہلے ناپا جا چکا ہے۔ اور یہ وہ دباؤ ہے جو پارے کا لا سمہ لمبائی کا اُسطوانہ ڈالتا ہے۔

پس ف ث۱ ج = لا ث ج ، جہاں ث ، پارے کی کثافت ہے۔

تپش کی وجہ سے کثافتوں میں جو خفیف تبدیلی واقع ہوتی ہے اُس کو نظر انداز کر کے ہم کافی صحت کے ساتھ یہ لکھ سکتے ہیں کہ ث = ۱۳٫۶ گرام فی مکعب سمہ اور ث۱ = ۰٫۰۰۱۲۹ گرام فی مکعب سمہ

$$\text{اِس لئے} \quad ف = لا \cdot \frac{۱۳٫۶}{۰٫۰۰۱۲۹}$$

بلندی کو براہِ راست ناپ کر اِس نتیجے کی تصدیق کرو۔

پہاڑ پر چڑھنے والے جو بے نم بار پیما استعمال کرتے ہیں وہ اکثر براہِ راست فٹ اور میٹروں میں درجہ بند رہتے ہیں۔

سیمابی بار پیما میں تپش کی تصحیح

کرۂ ہوائی کے دباؤ کو ۰ْ م کے پارے کی بلندی (سمر) باڈائین فی مربع سمر میں ظاہر کرنے کے لئے اس کی ضرورت ہے کہ بار پیما کی مشہودہ بلندی تپش کی وجہ سے صحیح کر لی جائے۔

فرض کرو کہ بار پیما کی درجہ خوانی ﻫ سمر ہے۔ یہ درجہ خوانی دراصل سمر میں نہیں حاصل ہوتی بلکہ پیمانے کے درجوں میں۔ کیونکہ پیمانے کے درجے صرف اس وقت سمر تھے جب اس کی تپش ت۰ْ م (مثلاً) تھی۔ یہ تپش عموماً ۰ْ۱۵ م کی ہوتی ہے۔ فرض کرو کہ کمرے کی تپش ت۰ْ م ہے تو پیمانے کا ہر درجہ {۱+ب(ت-ت۱)} کے برابر ہے۔ جہاں ب پیمانے کے خطی پھیلاؤ کی شرح ہے (یہ پیمانہ عام طور سے پیتل کا ہوتا ہے)۔

اس لئے پارے کی حقیقی بلندی

ﻫ سمر = ﻫ{۱+ب(ت-ت۱)}

یہاں ﻫ سمر بلندی کے پارے کا ستون ت۰ْ م تپش پر ہے۔

اب یہ دریافت کرنے کی ضرورت ہے کہ پارے کی کون سی بلندی ﻫ۰ ۰ْ مئی تپش پر اتنا ہی دباؤ ڈالیگی جتنا پارے کا یہ ستون ﻫت ۰ْ مئی پر ڈالتا ہے۔

۰ْ م پر ﻫ۰ سمر پارے کا دباؤ ﻫ۰ ث۰ ج ڈائین فی مربع سمر ہے،

جہاں ث۰ ۰ْ مئی پر پارے کی کثافت ہے۔

ت۰ْ مئی کے ﻫت سمر ستون کا دباؤ ﻫت ثت ج ڈائین فی مربع سمر ہے،

جہاں ثت ت۰ْ مئی پر پارے کی کثافت ہے۔

ہمیں ﻫ۰ کی قیمت ذیل کی مساوات سے دریافت

کرنی ہے :۔

$$\text{ه}_{0}\ \text{ث}_{0}\ \text{ج} = \text{ه}_{1}\ \text{ث}_{1}\ \text{ج}$$

اور ہمیں معلوم ہے کہ $\text{ث}_{0} = \text{ث}_{1}\,(1 + \text{عہ}\ \text{ت})$ جہاں عہ پارے کے حجمی پھیلاؤ کی شرح ہے۔

اِس لئے $$\text{ه}_{0} = \frac{\text{ه}_{1}\ \text{ث}_{1}}{\text{ث}_{0}} = \frac{\text{ه}_{1}}{1 + \text{عہ}\ \text{ت}}$$

ه_{1} کو ه کی رقوم میں منتقل کر کے حسبِ ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے :۔

$$\text{ه}_{0} = \frac{\text{ه}\,\{1 + \text{ب}\,(\text{ت} - \text{ت}_{0})\}}{1 + \text{عہ}\ \text{ت}}$$

جب ۰° مئی پر پارے کے مماثل یہ بلندی ه_{0} محسوب ہو جائے تو دباؤ کی قیمت ڈائین فی مربع سمر میں ذیل کی مساوات سے حاصل ہو سکتی ہے :۔

$$\text{دباؤ}\ \text{د} = \text{ه}_{0}\ \text{ث}_{0}\ \text{ج}$$

$$\text{ث}_{0} = \text{۱۳٫۵۹۶ گرام فی مربع سمر}$$

ج کی قیمت حیدر آباد دکن میں ۹۷۸٫۴ ڈائین فی گرام یا سمر فی ثانیہ فی ثانیہ ہے۔

اِس لئے $\text{د} = \text{ه}_{0} \times \text{۱۳٫۵۹۶} \times \text{۹۷۸٫۴}$ ڈائین فی مربع سمر

بار پیما کی بلندی میں تپشی تصحیح کے اِس طریقے کی تشریح کے لئے مندرجۂ ذیل عددی مثال فائدے سے خالی نہیں :۔

فرض کرو کہ ایک بار پیما جس میں پیتل کا پیمانہ لگا ہوا ہے ۱۸° مئی تپش پر ۷۵٫۹۳۳ سمر بلندی بتاتا ہے۔ پیمانے کی درجہ بندی ۱۵° مئی پر صحیح ہے۔ اب سوال یہ ہے کہ بار پیما کی بلندی ۰° مئی پر کیا ہوگی اور یہ بھی دریافت طلب ہے کہ کرۂ ہوائی کا دباؤ ڈائین فی مربع سمر میں کیا ہے۔

پیتل کے خطی پھیلاؤ کی شرح = ۰٫۰۰۰۰۱۸۹ فی درجہ مئی

پارے کے حجمی پھیلاؤ کی شرح = ۰٫۰۰۰۱۸۰ فی درجہ مئی

ہ = ۷۵٫۹۳۳ {۱ + ۰٫۰۰۰۱۸۹ (۱۸° − ۱۵°)} ÷ (۱ + ۰٫۰۰۰۱۸ × ۱۸)

= ۷۵٫۹۳۳ (۱ + ۰٫۰۰۰۵۶۷) ÷ (۱ + ۰٫۰۰۳۲۴)

= ۷۵٫۹۳۳ (۱ + ۰٫۰۰۰۵۶۷) × (۱ − ۰٫۰۰۳۲۴) تقریباً

= ۷۵٫۹۳۳ (۱ + ۰٫۰۰۰۵۶۷ − ۰٫۰۰۳۲۴) تقریباً

بالآخر ہم یہ لکھ سکتے ہیں کہ

ہ = ۷۵٫۹۳۳ (۰٫۹۹۶۸۲)

یعنی　ہ = ۷۵٫۶۹۰ سمر

اُوپر کی مثال میں دباؤ ڈائین فی مربع سمر میں حسبِ ذیل حاصل ہوگا:-

د = ہ ش ج ڈائن فی مربع سمر

= ۷۵٫۶۹۰ × ۱۳٫۵۹۶ × ۹۸۱٫۱۸

(۹۸۱٫۱۸ ج کی قیمت لندن میں ہے) -

= ۱٬۰۰۹٬۷۰۰ ڈائین فی مربع سمر

یا　۱۰۰۹٫۷ ملی بار

تجربہ ۳۷ ـ کرۂ ہوائی کے دباؤ کی تعیین مطلق اکائیوں میں

—— تجربہ ۱۷ کی طرح بارپیما کی بلندی پڑھو۔ اور اُس سے لگے ہوئے تپش پیما کے ذریعے سے بارپیما کی تپش کا مشاہدہ کرو۔ حسبِ مثال مندرجۂ بالا تپش کی تصحیح کر کے کرۂ ہوائی کا دباؤ ۰° ر پر پارے کی بلندی سمر میں دریافت کرو۔ اور اُس سے دباؤ کی قیمت مطلق اکائیوں میں محسوب کرو۔

تپش کی تصحیحی جدول —— ۰° سے ۲۵° سئی تک کی ہر تپش پر جس تصحیح کی ضرورت ہوتی ہے مندرجۂ بالا طریقے سے اُس کو دریافت کر کے جدول کی شکل میں مرتب کر کے حوالے کے لئے بارپیما کے برابر لگا دو۔ اگر یہ تصحیحیں بارپیما کی بلندی ۷۶٫۰ سمر فرض کر کے

محسوب کی گئی ہیں تو بغیر کسی پیچیدگی کے اِن تصحیحوں کا اطلاق بار پیما کی تمام معمولی درجہ خوانیوں پر کرنا کافی طور سے صحیح ہوگا۔

کسی تپش پر تصحیح کرنے کا ضابطہ ـــــ بعض اوقات تصحیح حسب ذیل شکل میں ظاہر کی جاتی ہے:- بار پیما کی درجہ خوانی کے بعد اُس میں سے ب سمر گھٹا لو۔ اور حاصل تفریق سے ۰ مئی کے اوپر ہر درجے کے لئے پھر س سمر گھٹا لو۔ مندرجۂ ذیل مساوات سے اِس شکل کا ضابطہ بغیر زیادہ دِقّت کے بطور مشتق حاصل کیا جاسکتا ہے:-

$$ہ_۰ = \frac{ہ \{ ۱ + ب (ت - ت_۱) \}}{۱ + ع ت}$$

اِس سے حسب ذیل مساوات حاصل ہوتی ہے:-

$$ہ = ہ \{ ۱ - ب ت_۱ - (ع - ب) ت \}$$

اُوپر کے ضابطے میں ب' ہ ب ت۱ ہے جو تقریباً مستقل مقدار ہے۔ اور اِس کی قیمت ہ کی ۷۶ سمر قیمت کے لحاظ سے دریافت کی جاتی ہے۔

اُوپر کے ضابطے میں س' ہ (ع - ب) ہے یہ بھی تقریباً مستقل مقدار رکھتی ہے۔ اور اِس کی قیمت ہ کی قیمت ۷۶ سمر فرض کرکے دریافت کی جاتی ہے۔

۳ـــ بند حجم کی گیس کا دباؤ

بند حجم کی گیس کے دباؤ کی پیمائش عموماً پارے دار لانما نلی کے ذریعے سے ہوتی ہے۔ اِس نلی کے ایک منہہ کا اُس بند حجم سے تعلق کیا جاتا ہے جس کے اندر کے دباؤ کی پیمائش مدِنظر ہے۔ اور دوسرا سرا کرۂ ہوائی میں کھلا رہتا ہے۔

لانلی کی دونوں ساقوں میں پارے کی بلندیوں کا

فرق بند حجم کے اندر کے دباؤ اور کرۂ ہوائی کے بیرونی دباؤ کا فرق بتاتا ھے۔
پس اگر بند حجم س کے اندر دباؤ د (سم پارے کی بلندی) ہو۔ اور کرۂ ہوائی کا دباؤ (بار پیما کی بلندی) ۂ ہو۔تو د اور ۂ کا باہمی رشتہ حسبِ ذیل ثابت ہوتا ہے :-

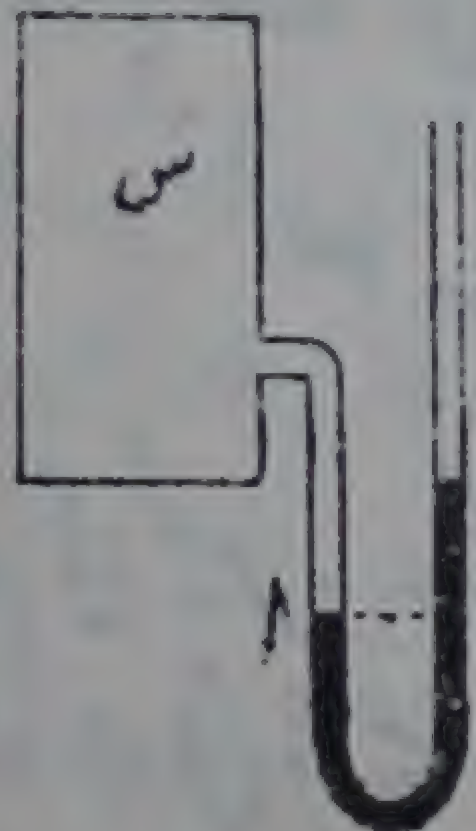
د = ۂ + (ب - ۱) (شکل ۱۰۱ ملاحظہ ہو)

اگر نقطہ ب نقطہ ۱ کے نیچے ہو تو (ب - ۱) منفی مقدار ہے۔ اِس لئے دباؤ د ۂ سے کم ہوگا۔
اگر خواہش ہو تو مندرجۂ بالا جملہ اِس صورت کے لحاظ سے حسبِ ذیل لکھا جا سکتا ہے :-

د = ۂ - (۱ - ب)

یہ دونوں جملے جبر و مقابلہ کے نقطۂ نظر سے ایک ہی ہیں۔ اور دونوں کی شکلیں بالکل عام ہیں۔
بعض دفعہ جب بار پیما کی بلندی پڑھنے سے اجتناب منظور ہو تو سطح ب کا تعلق خلا سے کر دیا جاتا ہے۔ اِس صورت میں

د = ب - ۱

مگر یہ طریقہ شاذ و نادر استعمال کیا جاتا ہے۔
جب نلی ب ھوا میں کھلی ھو تو بند حجم س کے اندر کے دباؤ کی پیمائش محسوب کرنے کے لئے سب سے پہلے یہ ضروری ھے کہ بار پیما کی بلندی پڑھ لی جائے اور ب اور ۱ کی۔

س
ب
۱
ب - ۱

شکل ۱۰۱۔ دباؤ کی پیمائش

سطحوں کے درمیان کا فاصلہ دریافت کر لیا جائے۔ اس ہدایت کو خاص طور سے ملحوظِ خاطر رکھا جائے۔ اگر دورانِ تجربہ میں بار پیما کی بلندی بدل جائے تو مقدار ہ کی قیمت مختلف اوقات کی درجہ خوانیوں میں مختلف ہوگی۔

اگر تجربے میں غایت درجے کی صحت مقصود ہو تو بار پیما کو ب اور ۲ کے ہر مشاہدے کے بعد فوراً پڑھ لینا چاہیئے۔ بہر حال گیسوں پر ہر تجربے کے قبل اور بعد بار پیما پڑھ لینا چاہیئے۔ اور بار پیما کی ان دو درجے خوانیوں میں جو فرق ہو اُس کو مشاہدات پر علی الترتیب تقسیم کر دو۔

۴۔ کلیۂ بائیل کی تصدیق

کُلیۂ بائیل کی تصدیق کے لئے (صفحہ ۲۶۶) گیس کی ایک مقدار شیشے کی ایک نلی میں بند کر دی جاتی ہے اور اس گیس اور خارجی کرۂ ہوائی کے بیچ میں پارا حائل رہتا ہے۔ یہ پارا ایک ایسی لچکدار ربڑ کی نلی میں رہتا ہے جس کا ایک سرا مذکورہ بالا گیس دار نلی سے ملحق رہتا ہے۔ اور دوسرا سرا شیشے کی ایک اور نلی میں لگا رہتا ہے اور اس نلی میں کرۂ ہوائی میں کھلی ہوئی پارے کی سطح دیکھی جا سکتی ہے۔ یا اس کی بجائے ایک دوسرا طریقہ اختیار کیا جا سکتا ہے۔ یعنی ان دونوں شیشے کی نلیوں کے دو سرے پگھلا کر ایک دوسرے میں جما دیئے جاتے ہیں۔ اور ان دونوں کا الحاق ایک متحرک حوضک کے ساتھ کیا جاتا ہے۔ جیسا شکل ۱۰۲ سے واضح ہے۔

اس آلے کی سب سے عمدہ شکلوں میں نلی جس میں زیرِ تجربہ گیس رکھی جاتی ہے مکعب سِروں میں درجہ بند ہوتی ہے۔ ڈاٹ کی انتہا تک تعمیر کی ہوئی ظرفک اس مقصد کے لئے کارآمد ہے۔ اگر اس قسم کی ظرفک دستیاب نہ ہو تو اس کے بجائے شیشے کی چپٹے بند سرے کی نلی جس کا سوراخ

تمام ہوارانہ یکساں ہو استعمال کی جاسکتی ہے۔ اِس نلی میں مقدارِ گیس اُس طول کے متناسب ہے جو چپٹے سرے اور پارے کی سطح کے درمیان واقع ہے۔

ظرفک دار آلے کی ترتیب اور درجہ خوانی مندرجۂ بالا آسان شکل کی نلی کے مقابلے میں زیادہ سہل ہے۔ اگر زیادہ احتیاط مدِنظر ہو تو اِس میں ایک خشک کرنے کی نلی لگادی جائے تاکہ ظرفک کی ڈاٹ بند کرنے سے پہلے اُس میں ہوا (یا کوئی اور گیس جو زیرِ تجربہ ہو) بالکل خشک ہو جائے۔

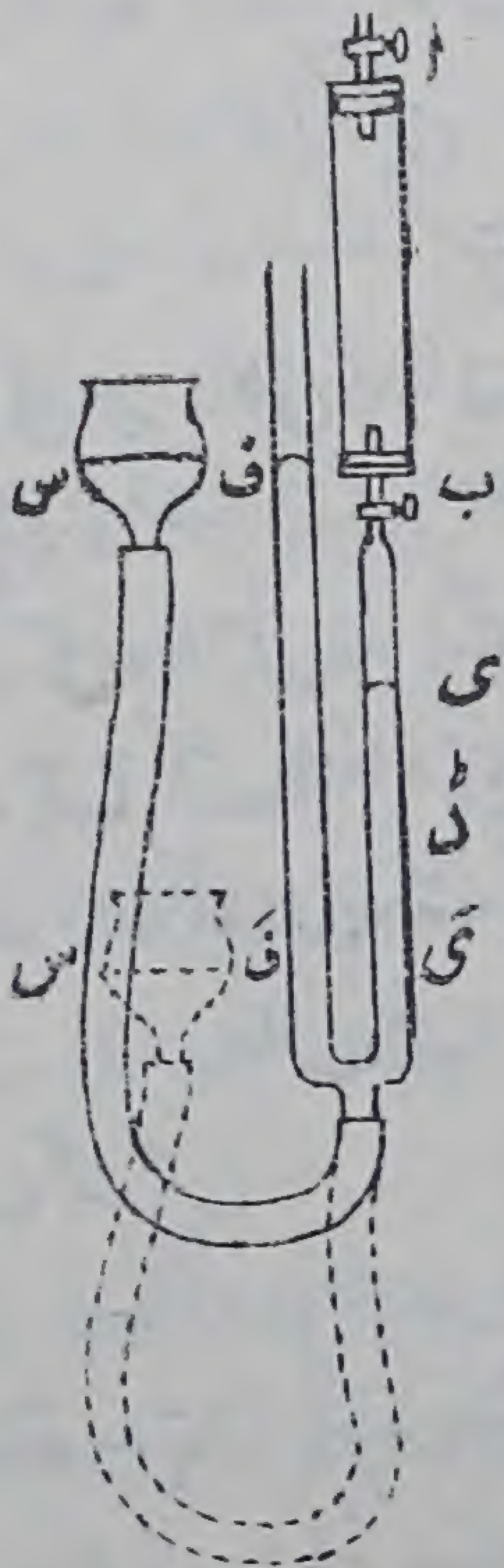
یہ ضروری ہے کہ ڈاٹ نہایت ٹھیک طور سے بند کی جائے ورنہ زیادہ دباؤ کے تحت میں نلی سے ہوا باہر نکلنے لگیگی۔ اور اِس وجہ سے زیرِ تجربہ گیس کی مقدار بدل جائیگی۔ لہٰذا کُل درجہ خوانیاں ناقص ہو جائینگی۔

تجربہ ۴۷۔ کُلّیۂ بائیل کی تصدیق (آلہ ۱)۔

اِس قسم کے آلے کا استعمال حسبِ ذیل طریقے سے ہوتا ہے:۔

ڈاٹ ا اور ب دونوں کو پہلے کھول دیتے ہیں۔ اور حوضک س کو اونچا کر کے پارا ڈاٹ ب تک چڑھادیا جاتا ہے۔ حوضک س کو پھر نیچے کر کے اِن ڈاٹوں میں سے ہوا کو داخل ہونے دیتے ہیں۔ یہاں تک کہ ظرفک ڈ تک ہوا سے پُر ہو جائے۔ ب اور ڈ کے بیچ میں تقریباً ۳۰ مکعب سمر ہوا کو داخل ہونے دینا چاہیئے۔

ڈاٹ ا بند کردی جاتی ہے اور حوضک س کو پھر اونچا کر کے ہوا کو خشک کرنے والی نلی میں واپس کیا جاتا ہے یہاں تک کہ پارا ب تک پہنچ جائے۔

ہوا کو ا اور ب کے بیچ میں چند منٹ تک

رہنے دیا جاتا ہے تاکہ وہ بالکل خشک ہو جائے۔ پھر حوضک س نیچے اُتاری جاتی ہے یہاں تک کہ ظرفک میں پارے کی سطح ڈ پر واپس آجاتی ہے۔ اس عمل سے ب ڈ تقریباً خشک ہوا سے پُر ہو جاتی ہے۔ پھر ب کو بند کر دیا جاتا ہے تاکہ ب اور ڈ کے درمیان ہوا کی ایک خاص مقدار بند ہو جائے۔ اور آلہ تجربے کے لئے اب تیار ہے۔

شکل ۱۰۲۔ کلیۂ بائیل (آلہ ۱)

س کو اُوپر نیچے کرنے سے ظرفک میں گیس پر مختلف دباؤ ڈالے جا سکتے ہیں۔ اور گیس کا حجم بدلتا جائیگا یہاں تک کہ گیس کا دباؤ اُس دباؤ کے برابر ہو جاتا ہے جو اُس پر باہر سے ڈالا جاتا ہے۔

دُوسری نلی (ف) میں پارے کی سطح کی بلندی وُہی ہو گی جو حوضک س کے پارے کی۔ اس لئے کہ دونوں سطحیں کرۂ ہوائی میں کھُلی ہیں۔

اگر حوضک کے کسی مقام کے تحت میں بغلی نلی میں پارے کی سطح ف ہو اور ظرفک میں ی ہو تو ظرفک کے اندر گیس پہ دباؤ حسبِ ذیل حاصل ہوتا ہے:—

$$\text{دباؤ}\quad د = ہ + (ف - ی)$$

جہاں ہ بارپیما کی بلندی ہے۔

اِن نلیوں کے ٹھیک پیچھے ایک انتصابی پیمانہ لگا رہتا ہے جس پر سطوح ف اور ی کے مقام کی درجہ خوانی ہوتی ہے۔

اِس شکل کے آلے میں کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم اور زیادہ دونوں دباؤ کے تحت میں تجربے کئے جا سکتے ہیں۔ بشرطیکہ ظرف ک اور بغلی نلی ہر دو کافی لمبان کی ہوں۔ اگر دباؤ زیر تجربہ کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم ہو تو مندرجۂ بالا سطوح ف اور ی کی بجائے بالترتیب سطوح فَ، یَ حاصل ہونگے۔ یہ صورت اُس وقت حاصل ہوتی ہے جب حوضک س اُس مقام تک اُتاری جاتی ہے جس کی توضیح شکل ۱۰۲ میں نقطہ دار لکیروں سے کی گئی ہے۔

یہاں ب اور ی، بَ اور یَ، وغیرہ کی درمیانی فضائیں حجم ہیں۔

چند مختلف بلندیوں پر حوضک کو رکھو تاکہ آدھے مشاہدے کرۂ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ دباؤ کے تحت میں کئے جاسکیں۔ اور آدھے مشاہدے اس دباؤ سے کم دباؤ کے تحت میں۔

ہر تجربے میں ظرف ک کے اندر گیس پر مجموعی دباؤ کو محسوب کرو۔ (اس امر کے لئے بارپیما کی بلندی پہلے دریافت کرنا ضروری ہے)۔ اور ہر دباؤ کے تحت میں ظرف ک کی گیس کا حجم بھی قلم بند کرلو۔ ثابت کرو کہ حاصل ضرب دباؤ × حجم ہر ترتیب میں ایک ہی ہے۔

اپنے مشاہدات کو حسب ذیل جدول میں مرتب کرو:۔

بارپیما کی بلندی = ہ = ... سمر

بغلی نلی ف میں درجہ خوانی	ظرف ک ی میں درجہ خوانی	ف-ی	مجموعی دباؤ = ہ + (ف-ی) = د	گیس کا حجم ح	ح د
		(اِن مقداروں میں منفی علامتیں لگاؤ جو آدھی سے زیادہ ہوں)			

تنبیہ۔ اِس کا خیال رہے کہ ف ۔ ی اور ھ ایک ہی اِکائیوں میں استعمال کئے جائیں ۔ یعنی ف ۔ ی اور ھ دونوں کی پیمائش سمر میں ہونی چاہیئے ۔ ایسا نہ ہونا چاہیئے کہ ف ۔ ی کی قیمت سمر میں اور ھ کی قیمت مم میں لکھی جائے ۔

گیس دار نلی کے سرے پر اگر ڈاٹ نہ ہو تو اُس میں گیس کسی اور طریقے سے داخل کی جاسکتی ہے ۔ اور پھر اُوپر کے بیان کے مطابق تجربے کی تعمیل ہوسکتی ہے ۔ اگر اس امر کی ضرورت ہو کہ تجربہ کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم دباؤ کے تحت میں کیا جائے تو پارے کو داخل کرنے سے پہلے گیس دار نلی کو بہت زیادہ گرم کرنا ہوگا ۔

اِس صورت میں تجربہ شروع کرنے سے پہلے یہ ضروری ہے کہ نلی کو بالکل ٹھنڈا ہونے دیا جائے ۔

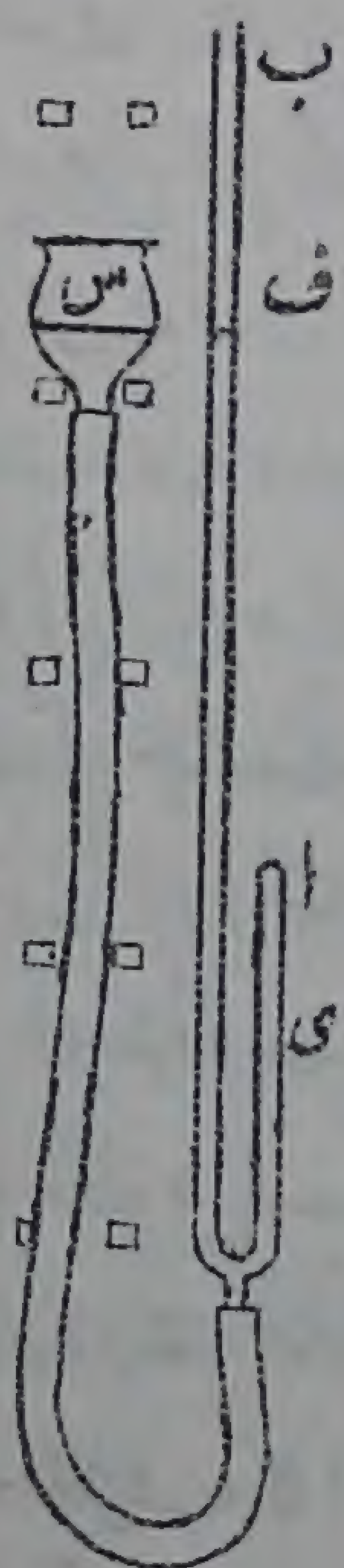
اِس طریقے سے نلی میں ہوا کی مقدار کو کم و بیش کرنا کچھ آسان نہیں ۔ اور اِس کوشش میں نلی اکثر ٹوٹ جاتی ہے ۔ مبتدی کو ہرگز نہ چاہیئے کہ اس کی کوشش کرے ۔

اگر ظرفک اور ڈاٹ والا آلہ دستیاب نہ ہو تو کُلّیہ کی تصدیق کے لئے اکثر اوقات یہ قابلِ ترجیح ہے کہ نلی میں ہوا کی مقدار مندرجۂ بالا طریقے سے کم و بیش کرنے کی بجائے دو الگ الگ آلے (کرۂ ہوا کے دباؤ سے زیادہ دباؤ کے لئے اور دُوسرا اِسی دباؤ سے کم دباؤ کے لئے) استعمال کئے جائیں ۔ اگر ظرفک اور ڈاٹ والا آلہ بھی دستیاب ہو ۔ پھر بھی اِن دو مختلف شکلوں کے آلے کا استعمال فائدے سے خالی نہیں ۔ کیونکہ دو ایسے مختلف شکلوں کے آلوں کے استعمال سے دباؤ کے مجموعی اختلاف کا اظہار زیادہ ممکن ہو جاتا ہے بہ نسبت اُس ایک ہی شکل کے آلے کے استعمال سے جس کا ذکر اُوپر ہو چکا ہے ۔ اور اس طرح سے کُلّیۂ ہذا کی تصدیق دباؤ کے تجربات کی ایک زیادہ بڑی وسعت تک ہو جاتی ہے ۔ مزید براں طالب علم بھی

مختلف اشکال کے آلوں سے جو گیسی دباؤ کی پیمائش میں استعمال کئے جا سکتے ہیں واقف ہو جاتے ہیں۔

تجربہ ۷۵ — کلیۂ بائیل کی تصدیق۔ آلہ ۲ (کرۂ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ دباؤ کے تحت میں)۔

آلہ زیر بحث کلیۂ بائیل کی تصدیق کے لئے اس وقت استعمال کیا جاتا ہے جب دباؤ کرۂ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ ہوتا ہے۔

ہوا جس پر تجربہ کیا جاتا ہے شیشے کی نلی ا میں رکھی جاتی ہے۔ اس نلی کے نیچے کے حصے کا پارے کی ایک حوضک س اور ایک دباؤ نلی ب سے تعلق ہے۔ (ا میں گیس کی خاص مقدار پر دباؤ) = (کرۂ ہوائی کا دباؤ) + (ا اور ب میں پارے کی سطحوں کی بلندیوں کے فرق کے سبب سے دباؤ)۔ کرۂ ہوائی کا دباؤ بارپیما کے ذریعے سے دریافت ہو سکتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ دباؤ ھ سم پارے کا ہے۔ گیس کا حجم فصل ا ی کے تناسب تصور کیا جا سکتا ہے۔ اور اس فصل کی پیمائش آلے سے لگے ہوئے پیمانہ سے ہوتی ہے۔

اگر ہم حوضک کو اونچا کریں۔ ا میں ہوا پر دباؤ بڑھ جائیگا۔ اور ہوا کا حجم گھٹ جائیگا۔ نیا دباؤ = کرۂ ہوائی کا دباؤ + وہ دباؤ جو پارے کا ستون ف ی ڈالتا ہے۔

یعنی د = ھ + (ف - ی)

نیا حجم ح کے برابر ہے۔ اور یہ ا ی کے تناسب ہے۔

شکل ۲۰۳۔ا کلیۂ بائیل (آلہ ۲)

اسی طرح پارے کے حوضک کے مختلف مقامات کے لحاظ سے د اور ح کی قیمتیں دریافت کرو اور حاصل ضرب (د × ح) کی قیمتیں محسوب کرو۔ اگر کلیۂ بائیل کی پابندی ہو رہی ہو تو یہ قیمتیں مستقل ملینگی۔

نتیجوں کو جدول کی شکل میں مرتب کرو جس طرح آلہ نمبر ۱ صفحہ ۲۸۵ کے بیان میں بتایا جاچکا ہے۔

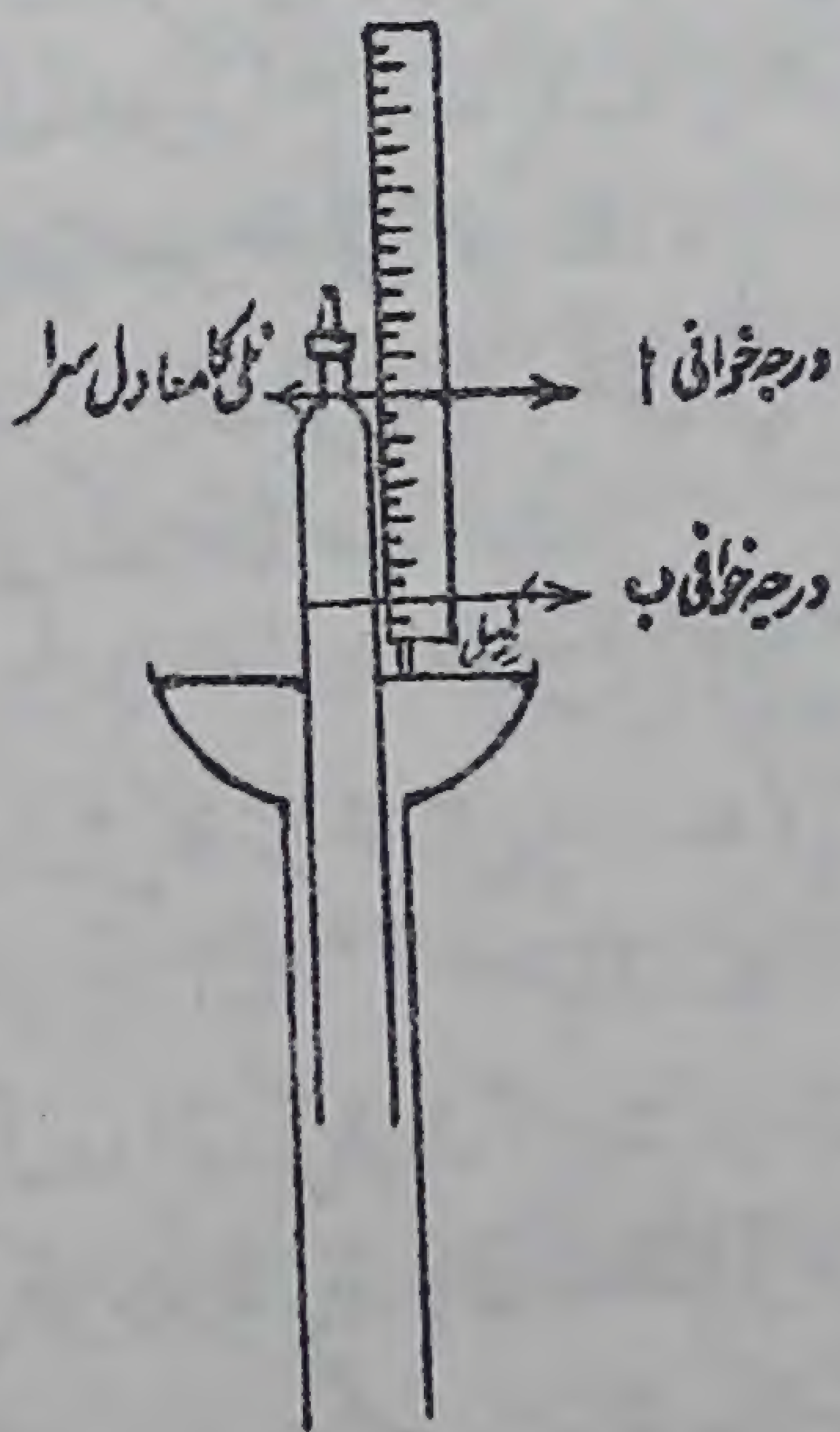
دباؤ کو معین اور حجم کو فصلہ مان کر ایک منحنی تیار کرو۔ تیار شدہ منحنی قائم زاید کی شکل کا ہونا چاہئے۔

تجربہ نمبر ۶۷۔ کلیۂ بائیل کی تصدیق۔ آلہ نمبر ۳۔

(کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم دباؤ کے تحت) یہ تیسری قسم کا آلہ کلیۂ بائیل کی تصدیق کے لئے اس غرض سے استعمال کیا جاتا ہے کہ ہم کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کم دباؤ کے تحت ایک بڑی وسعت تک تجربہ کرسکیں۔

سادہ شکل میں یہ آلہ ایک شیشہ کی ہموار نلی پر مشتمل ہے جو پارے سے بھری ہوئی لوہے کی نلی کے اندر اوپر نیچے متحرک کی جاسکے۔ لوہے کی نلی کا بالائی سرا چوڑے پیالہ کی شکل کا ہے۔ سرے کی ایسی شکل کی وجہ سے اندرونی نلی لوہے کی نلی کے اندر نہ صرف ایک بڑی حد تک اُتاری اور چڑھائی جاسکتی ہے بلکہ اس عمل سے پارے کی خارجی سطح کی بلندی میں کوئی معتد بہ فرق نہیں ہوتا۔

نلی کا معادل سرا
درجہ خوانی ا
درجہ خوانی ب
پیمانہ

شکل نمبر ۱۰۲۔ کلیۂ بائیل
(آلہ نمبر ۳)

اندرونی شیشہ کی نلی میں گیس کا دباؤ کرۂ ہوائی کے دباؤ سے بمقدار

اُس دباؤ کے کم ہے جو پارے کے اُس اُستوانہ سے پیدا ہوتا ہے جس کی بلندی خارجی اور اندرونی پارے کی سطحوں کا درمیانی فاصلہ ہے۔

اِس بلندی کی پیمائش کے لیے انتصابی پیمانہ سے لگی ہوئی باریک کیل اِس طرح مرتب کی جاتی ہے کہ اُس کی نوک خارجی پارے کی سطح کو عین چھوتی رہے (ملاحظہ ہو شکل ۱۰۴ ب)۔ اندرونی پارے کی سطح کی بلندی درجہ خوانی ب اور کیل کے طول (لا ہر) کے مجموعے سے حاصل ہوتی ہے اور یہ مقدار وہ ہے جو نلی کے اندر ہوا کے دباؤ میں کرۂ ہوائی کے دباؤ سے کمی بتاتی ہے۔

اگر نلی کا سوراخ یکساں ہو تو اُس میں گیس کا حجم، نلی کے اُس طول کا متناسب ہے جہاں تک گیس ہے۔

ڈاٹ کے نیچے نلی کی گردن پر ایک نشان لگا دیا جاتا ہے۔ یہ نشان نلی کے "معادل سرے" کی تعبیر کرتا ہے۔ یعنی یہ نشان وہ نشان ہے جہاں نلی کا سرا، نلی کے سوراخ کے یکساں ہونے کی حالت میں ہوتا اور نلی کا حجم وُہی ہوتا جو حقیقی حجم ہے۔

اندرونی پارے کی سطح اور نشانِ مذکور کا درمیانی فاصلہ، نلی میں گیس کے حجم کے متناسب ہے۔

شیشہ کی نلی کی ڈاٹ کھول کر نلی کو پارے میں یہاں تک اُتارو کہ نلی کا سرا خارجی پارے کی سطح سے تقریباً ۵ سمر بلند رہے۔

احتیاط سے ڈاٹ کو بند کرو۔ بند کرتے وقت اُس کو اس طرح گھماؤ کہ وہ اندر کی طرف آہستہ آہستہ دبتی رہے۔ اور دورانِ تجربہ میں اُس کو دوبارہ ہاتھ نہ لگاؤ ورنہ نلی میں اَور ہوا داخل ہو جانے کا خدشہ رہیگا اور اِس وجہ سے گیس زیرِ تجربہ کی مقدار بدل جائیگی۔

اب نلی کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے برابر ہے۔

کیل لگے ہوئے میٹری پیمانے کو اِس طرح مرتب کرو کہ کیل کی نوک خارجی پارے کی سطح کو چھوتی رہے اور نلی کے "معادل سرے" کے برابر پیمانہ کی درجہ خوانی دریافت کرو۔

نلی کو یہاں تک اونچا کرو کہ اندرونی پارے کی سطح میٹری پیمانہ کے صفر سے کچھ اوپر رہے۔ اور کیل کو اِس طرح مرتب کرو کہ اُس کی نوک خارجی پارے کی سطح کو عین چھوتی رہے۔ اِس کے بعد پیمانہ پر، نلی کے مُعادل سرے، کے محاذی درجہ خوانی ا کو قلمبند کرو اور اندرونی پارے کی سطح کی بلندی ب بھی دریافت کرو۔

نلی کو متعدد مرتبہ چند سمر اوپر اُٹھا اُٹھا کر ا اور ب درجہ خوانیوں کو دُہراؤ مگر اس امر کا لحاظ رکھا جائے کہ کیل کی نوک ہر پیمائش میں خارجی پارے کی سطح کو عین چھوتی رہے۔

تجربہ کو اُس وقت تک جاری رکھو کہ نلی کو اور اُوپر اُٹھانے سے پیالے میں کچھ پارا باقی نہ رہے۔

تجربوں کے کم سے کم چھ سلسلے مشاہدہ کئے جائیں اور جن دباؤں کے تحت تجربے کئے جائیں، اُن سب پر مشاہدات ہموارانہ منقسم رہیں۔

نلی کو دوبارہ اُس ابتدائی مقام تک پارے میں اُتارو جس پر پہلی درجہ خوانیاں لی گئی تھیں۔ اگر اِس وقت درجہ خوانیاں پہلی درجہ خوانیوں کے مطابق نہ ہوں تو یہ ضرور ہے کہ ڈاٹ کے بند کرنے میں کسی نقص کی وجہ سے کچھ ہوا داخل ہوگئی ہو۔ اِس صورت میں ڈاٹ کو ٹھیک طور سے پھر ہوا بند کرکے تجربے کو دُہرانا چاہیئے۔

بارپیما کو پڑھ کر کرۂ ہوائی کے دباؤ کو پارے کے سنتی میٹروں میں ظاہر کرو۔

مُشاہدات کے نتائج کو مفصلۂ ذیل جدول کی شکل میں مرتب کرو۔

کیل کا طول، لا = ... سمر

درجہ خوانی ا	درجہ خوانی ب	دباؤ د = کرۂ ہوائی-(ب+لا)	حجم ح = (ا-ب)	ح د

آخری خانہ کی رقمیں مستقل ہونی چاہئیں۔

دباؤ اور حجم کا منحنی تیار کرو۔ اس منحنی کو قائم زائد ہونا چاہئے۔
اس طریقہ سے کلیۂ بائیل کی تصدیق ممکن ہے۔ یعنی اس امر کی تصدیق کہ کسی خاص مقدار کی گیس کا حجم، دباؤ کے ساتھ تناسبِ معکوس رکھتا ہے بشرطیکہ تپش مستقل رہے۔

فصل یازدہم

سطحی تناؤ

ا۔ سطحی تناؤ کی تعریف

مائع کی سطح اپنے ہر مقام پر اس طرح عمل کرتی ہے گویا کہ وہ تناؤ کی حالت میں ہے۔ اس کی تشریح کے لئے ربڑ کی تنی ہوئی جھلی بطور تشبیہ اکثر پیش کی جاتی ہے۔ مگر اس تشبیہ میں یہ اہم فرق قابلِ لحاظ ہے کہ اگر ربڑ کی جھلی تانی جائے تو جھلی کی سطح میں کسی خط پر تناؤ کا عمل جھلی کے بڑھاؤ کے ساتھ ساتھ زیادہ ہوتا جاتا ہے، مگر مائع کی سطح میں اس تناؤ کی زیادتی اس طرح واقع نہیں ہوتی۔

مائع کی سطح میں کسی فرضی خط کے اکائی طول پر علی القوائم عمل کرنے والا تناؤ (ڈائنوں میں) مائع مذکور کا سطحی تناؤ کہلاتا ہے۔

سطحی تناؤ نہ صرف مائع کی نوعیت پر منحصر ہے بلکہ اُس کی سطح کی دوسری جانب کے واسطہ پر بھی موقوف ہے۔ یعنی ہوا سے مس کرتے ہوئے پارے کی سطح کا سطحی تناؤ پانی سے مس کرتے ہوئے پارے کی سطح کے سطحی تناؤ سے بالکل مختلف ہے۔ اگر پارا، پوٹاسیم ڈائی کرومیٹ (Potassium Dichromate) کے ہلکے محلول میں رکھا جائے تو اِس محلول کا اثر پارے کے سطحی تناؤ پر بہت نمایاں ہوگا۔ اِس صورت میں پارا، اپنا "پاراپن" کھو دیتا ہے اور اُس میں ایک ایسی سستی پیدا

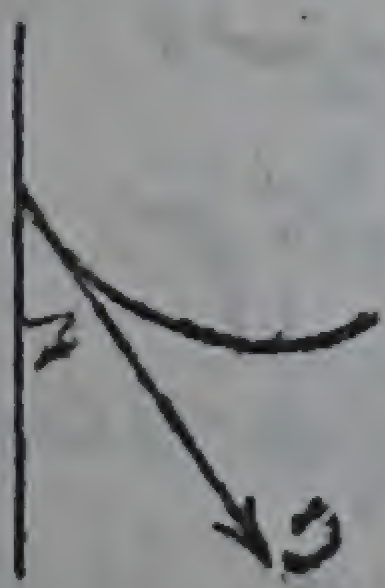
ہو جاتی ہے جو اُس کی اُس سیلانیت سے بالکل مختلف ہے جبکہ وہ ہوا سے مس کرتا ہے۔

لہذا جس وقت ہم مائع کے متعلق سطحی تناؤ کا لفظ استعمال کرتے ہیں تو یہ سمجھنا چاہیے کہ ہمارا مقصد اُس سطحی تناؤ سے ہے جو مائع اور ہوا کی مشترک سطح میں پیدا ہوتا ہے۔

۲- سطحی تناؤ کے اثرات

شعریت

جب کبھی کوئی باریک نلی کسی مائع سے بھری جائے اور اُس کا نیچے کا سرا اُسی مائع سے بھرے ہوئے بڑے برتن میں ڈبو دیا جائے تو پہلے کچھ مائع نلی میں سے نیچے بہ جائیگا اور آخر کار برتن کے مائع کی سطح سے اوپر، نلی میں مائع کا قابلِ پیمائش ستون رہ جائیگا۔ مائع کے سطحی تناؤ کی وجہ سے نلی اِس ستون کو سہارے رہتی ہے اور یہ سطحی تناؤ اس کی بلندی اور نلی کے ابعاد کے ذریعہ متعین ہوتا ہے۔

فرض کرو کہ نلی کا نصف قطر ص سمر ہے اور مائع کا سطحی تناؤ ت ڈائن فی سمر ہے۔ اُس خط کے علی القوائم جہاں نلی مائع کی سطح سے مس کرتی ہے، ایک قوت ت ڈائن فی سمر عمل کرتی ہے۔

یہ قوت مائع کی سطح سے پیدا ہوتی ہے اور اِس سطح کے خطِ تماس کے علی القوائم عمل کرتی ہے۔ لہذا اگر اس خط پر مائع کی سطح کا خطِ مماس، نلی کے پہلو سے زاویہ عہ بنائے (شکل ۱۰۵) تو ہمیں ت ڈائن فی سمر کی ایک ایسی قوت ملتی ہے جس کی سمتِ عمل انتصابی خط سے زاویہ عہ بناتی ہو۔

شکل ۱۰۵
سطحی تناؤ کی وجہ سے قوت

پورے خط پر، جس کا طول ۲ π ص ہے، عمل کرنے والی قوت ۲ π ص ت ہوگی۔ مگر اس قوت کی سمتِ عمل تمام نقطوں پر انتصابی خط سے بقدر زاویہ عہ مائل ہے

اس لئے قوت کا صرف انتصابی جزوِ تحلیلی عمل کریگا اور تمام اُفقی اجزاء متعادل ہونگے اس لئے نلی کے خطِ تماس کے علی القوائم مائع ایک ایسی قوت سے نلی پر عمل کریگا جس کی مقدار ۲ π ص ت جم عہ اور سمتِ عمل نیچے کی طرف ہوگی۔

چونکہ عمل اور ردِّ عمل آپس میں مساوی اور متضاد ہوتے ہیں اس لئے نلی بھی مائع پر متذکرۂ بالا قوت سے اوپر کی طرف عمل کریگی۔ یعنی نلی مائع پر اوپر کی طرف، خطِ تماس کے علی القوائم، **مجموعی قوت بقدر ۲ π ص ت جم عہ** ڈائن ڈالیگی۔ اور یہی قوت نلی میں چڑھے ہوئے مائع کے ستون کے وزن کو سہارے رہتی ہے اس لئے اگر ہمیں اس ستون کا وزن معلوم ہوجائے تو قوت مذکورۂ بالا کا تعین ہوجائیگا۔

چڑھے ہوئے ستون کا وزن ـــ مائع کی ہلالی سطح کے قاعدے تک یہ ستون، اُسطوانی شکل کا ہے۔ اِس قاعدے کے اوپر ہلالی حصہ کا حجم تقریباً ص نصف قطر کے نصف کُرہ کے اور اُس کے حائط اُستوانے کے حجموں کا فرق ہے۔

اگر ہلالی سطح کا پیندا مائع کی خارجی آزاد سطح سے ف بلندی پر ہو تو

چڑھے ہوئے ستون کا حجم = π ص^{2} ف + (π ص^{3} − $\frac{2}{3}$ π ص^{3})

= π ص^{2} (ف + $\frac{1}{3}$ ص)

اگر ف + $\frac{1}{3}$ ص کو فَ سے تعبیر کیا جائے تو

چڑھے ہوئے مائع کے ستون کی کمیت π ص^{2} فَ ث، اور اُس کا وزن π ص^{2} فَ ث ج ڈائن ہوگا۔ جہاں ث مائع کی کثافت ہے اور ج اسراع بوجہ جاذبۂ زمین۔

اس لئے　　۲ π ص ت جم عہ = π ص^{2} فَ ث ج

یعنی　　ت = فَ ص ث ج / ۲ جم عہ

اُن تمام مائعات کے لئے جن سے نلی کی سطح بھیگ جاتی ہے، عہ = ۰ اور اس لئے جم عہ = ۱۔ لہذا اِس صورت میں

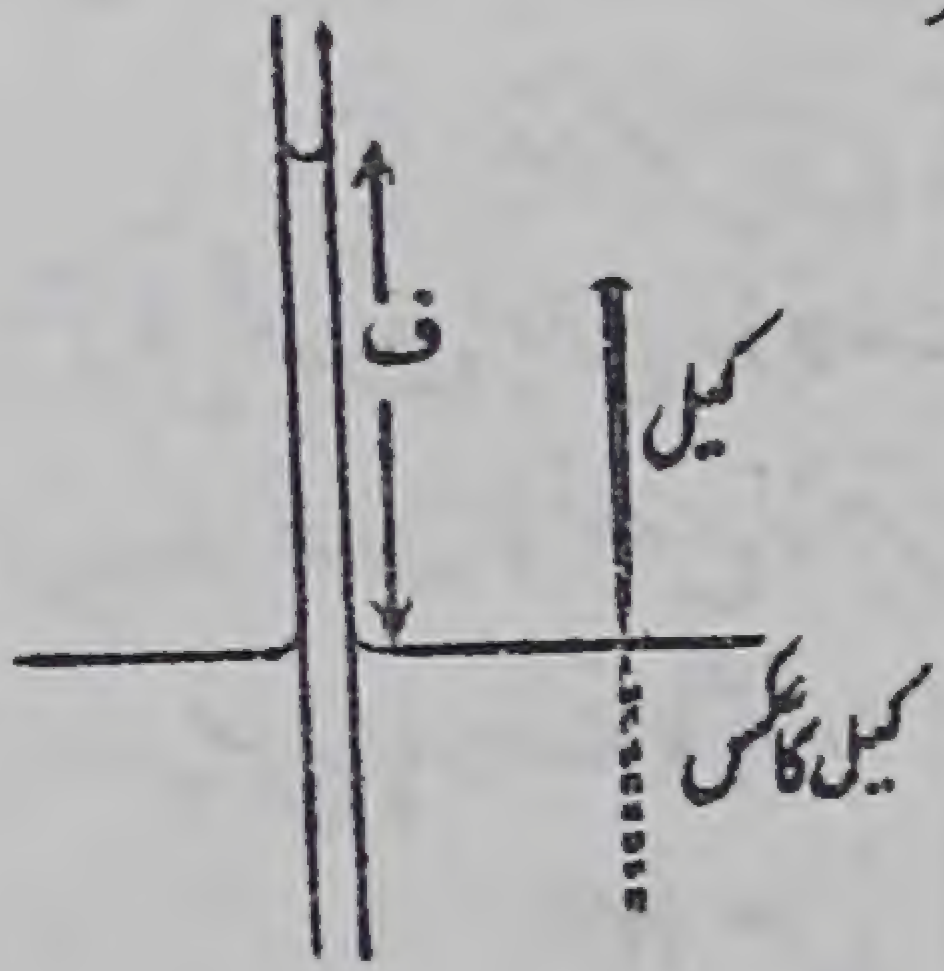
ت = فَ ص ث ج / ۲

پارے کی خاصیت اِس امر میں جداگانہ ہے جو قابلِ ذکر ہے۔ یہ سطح کو نہیں بھگوتا اور چونکہ اِس میں عہ کی قیمت ۹۰° سے زیادہ ہوتی ہے اس لئے جم عہ منفی ہے۔ اور جم عہ کی اس منفی قیمت کی وجہ سے پارے میں ف منفی رہتا ہے۔ یعنی پارا بجائے اوپر چڑھنے کے نلی میں برتن کی خارجی سطح سے نیچے اُتر آتا ہے۔

شکل ۲۰۱۔ پارے کے سطحی تناؤ کے اثرات

تجربہ ۲۰۱۔ شعری نلی میں پانی کے چڑھاؤ سے سطحی تناؤ کی تعیین۔ ایک شعری نلی کو پہلے کاوی سوڈے سے صاف کرو اور اس کے بعد نائیٹرک ترشہ سے۔ اور پھر زیادہ پانی سے خوب دھو دو یہاں تک کہ نلی میں ترشہ کا کوئی شائبہ باقی نہ رہے۔ اِس نلی کو پتلے شیشے کے پانی سے بھرے ہوئے ایسے منقارے میں رکھو جس کی دیواریں انتصابی ہوں۔ پھر نلی کو پانی میں اس قدر نیچے اُتارو کہ تمام نلی پانی سے پُر ہو جائے۔ بعد ازاں نلی کو اوپر اٹھاؤ یہاں تک کہ نلی میں پانی کا ستون قائم ہو جائے۔ کشید کئے ہوئے پانی کے بہ نسبت معمولی پانی کا استعمال قابلِ ترجیح ہے کیونکہ کشید کئے ہوئے پانی کی سطح پر اکثر چکنائی موجود رہتی ہے۔

مائع کے ستون کی بلندی کی پیمائش۔ تقسیمی پرکار کے ذریعہ ستون کی بلندی براہِ راست اِس طرح دریافت ہو سکتی ہے کہ اُس کی ایک نوک برتن میں پانی کی خارجی سطح پر اور دوسری نوک ہلالی سطح کے پست ترین نقطہ پر رکھی جائے۔ مگر اکثر اوقات اِس امر کے لئے ارتفاع پیما خردبین استعمال کی جاتی ہے۔ خردبین کو پہلے اس طرح مرتب کرو کہ اُس کا اُفقی تار نلی میں پانی

ل کاوی سوڈے کے استعمال کی غرض یہ ہے کہ نلی سے چکنائی دُور ہو جائے۔ ترشہ سوڈے کے بعد اس لئے استعمال کیا جاتا ہے کہ وہ بہ مقابلہ سوڈے کے بآسانی پانی سے دُھل جاتا ہے۔

کی ہلالی سطح سے مس کرتا ہُوا نظر آئے۔ اور پھر اُس کو یہاں تک نیچے اُتار کر اس طرح مرتب کرو کہ ایک ایسی کیل کی نوک جو پانی کی سطح کے بہت ہی قریب ہو مگر اُسے چھُوتی نہ ہو، خردبین کے میدان منظر میں اِس طرح آجائے کہ اُس کا اُفقی تار، اِس نوک اور پانی میں اُس کے عکس کے عین وسط میں نظر آئے۔

کیل

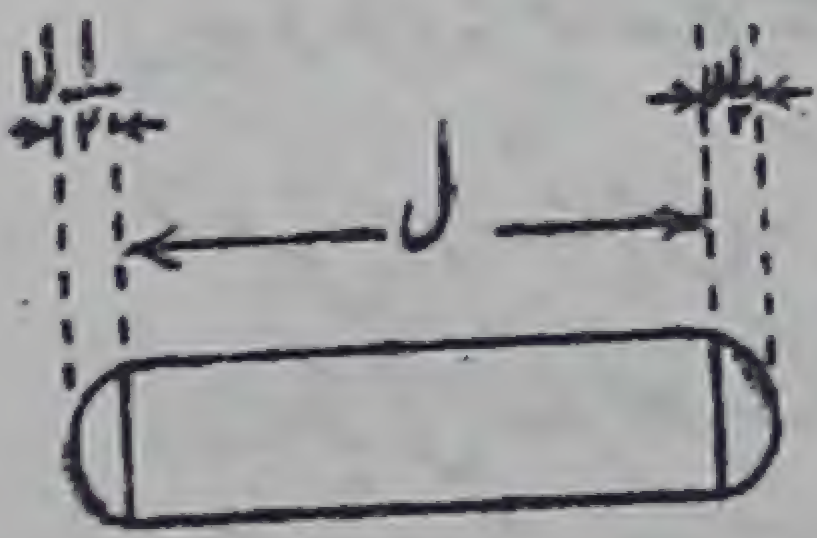
ف

کیل کا عکس

شکل ۱۰۰۔ شعری نلی میں مائع کا چڑھاؤ

اُس انتصابی فاصلہ کی پیمائش جہاں تک ان دونوں مقاموں کے درمیان خُردبین کو اُتارنا پڑتا ہے، خردبین کے استادہ سے لگے ہوئے پیمانہ کے ذریعہ ہوتی ہے۔ اور اس طرح ف کی صحیح قیمت حاصل ہو جاتی ہے۔

نلی کے سوراخ کی پیمائش۔۔ نلی کے سوراخ کی پیمائش کے لئے پہلے نلی کو خشک کر کے اُس میں صاف پارا چڑھا لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد نلی کے اندر پارے کی ڈوری کا طول ناپ لیا جاتا ہے۔ پھر اِس پارے کو معلوم وزن کی پیالی میں ڈال کر اُس کا وزن دریافت کر لیا جاتا ہے۔ پارے کی کمیت سے نلی کا نصف قطر محسوب کیا جا سکتا ہے بشرطیکہ پارے کی کثافت معلوم ہو۔

ل

شکل ۱۰۱۔ پارے کا ڈورا

پارے کی ڈوری کے مادہ کی کمیت = ۱۴ ص۲ لَ ثَ

جہاں ثَ پارے کی کثافت اور لَ پارے کی ڈوری کا طول ہے۔

ڈوری کے طول کی پیمائش کے وقت یہ معلوم ہو گا کہ پارے کے سرے چپٹے نہیں بلکہ اُبھرے ہوئے ہوتے ہیں۔ اگر پارے کی ڈوری کے اُسطوانی حصے کا طول ل ہو اور دونوں اُبھرے ہوئے حصوں کا مجموعی طول لا ہو تو پارے کی ڈوری کا

حجم ہوگا:۔

$$\pi ص^{2} ل + \frac{4}{3} \pi ص^{2} لا$$

دوسری رقم کی قیمت اِس مفروضہ پر حاصل کی گئی ہے کہ ڈوری کے دونوں اُبھرے ہوئے سرے نصف ناقص نما ہیں۔

پس پارے کا حجم

$$\pi ص^{2} \left[ل + \frac{4}{3} لا \right]$$ ہے۔

صفحہ ۲۹۷ کے ضابطہ میں $\left[ل + \frac{4}{3} لا \right]$ کو لَ سے تعبیر کیا گیا ہے۔

نلی کے نصف قطر کی پیمائش کا ایک اُور طریقہ یہ ہے کہ نلی کو اُس جگہ پر سے عموداً کاٹ دیا جاتا ہے جہاں مائع کی ہلالی سطح قائم تھی۔ اِسس عمودی تراش کو اِس طرح اُفقاً قائم کرتے ہیں کہ وہ متحرک خُردبین میں نظر آئے۔ سوراخ کے قطر کی پیمائش خُردبین کے چشمہ کی ماسکی سطح میں رکھے ہوئے خُردہ پیما کے ذریعہ کی جاتی ہے۔ اِس خُردہ پیما کی تعبیر کسی معیاری پیمانہ کو اسی خردبین سے دیکھ کر کی جاتی ہے۔ خردبین کے ذریعہ یہ دیکھا جاتا ہے کہ خُردہ پیما کے کتنے درجے معیاری پیمانہ کے ایک مِلی میٹر کے ساتھ منطبق ہوتے ہیں۔ مگر اِس امر کے مشاہدہ کرنے میں اِس بات کا لحاظ رہے کہ نلی کے قطر کے مشاہدہ کرنے میں خردبین کی جو ترتیب تھی اُس میں کسی قسم کی تبدیلی نہ ہونے پائے (ملاحظہ ہو صفحہ ۳۶)۔

پارے کی ڈوری کے ذریعہ نصف قطر کی پیمائش کا طریقہ خُردبین کے طریقہ سے کہیں زیادہ صحیح ہے۔ پارے کی ڈوری کی لمبائی نلی کے مختلف مقامات پر دریافت کرکے اِس کا اندازہ ہو سکتا ہے کہ آیا نلی کا سوراخ تمام یکساں ہے یا نہیں۔ اِس امر کا امتحان تجربہ شروع کرنے سے پہلے ہی کر لینا چاہیے۔ اگر نلی میں معتدبہ ناہمواری ہو تو نلی کو تجربہ سے خارج کر دینا چاہیے۔

مختلف سوراخ کی کم سے کم تین نلیوں پر تجربے کرنے چاہئیں۔ اور یہ ثابت

کرنا چاہئے کہ ف، نصف قطر ص کے ساتھ تناسب معکوس رکھتا ہے۔

اگر پانی کے علاوہ کوئی اور مائع استعمال کیا جائے تو سطحی تناؤ ت محسوب کرنے سے قبل اُس کی کثافت دریافت کر لینی چاہئے۔

منحنی سطحوں کی وجہ سے دباؤ

صابون کے بلبلے کے اندر دباؤ۔ صابون کے بلبلے کے اندر کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ سے بقدر ایک چھوٹی مقدار د کے زیادہ ہے۔ بلبلے کے بالائی نصف کرہ کے تعادل پر غور کرو۔ دباؤ کی زیادتی د اِس نصف کرہ پر عمل کرتی ہے اور اس میں اوپر کی طرف ایک حاصل قوت پیدا کرتی ہے جس کی مقدار د π ص² ہے۔ اور اِس قوت کا یہ تقاضا ہوتا ہے کہ بلبلے کے بالائی اور زیریں دونوں نصف کرّے ٹوٹ کر ایک دوسرے سے الگ ہو جائیں۔

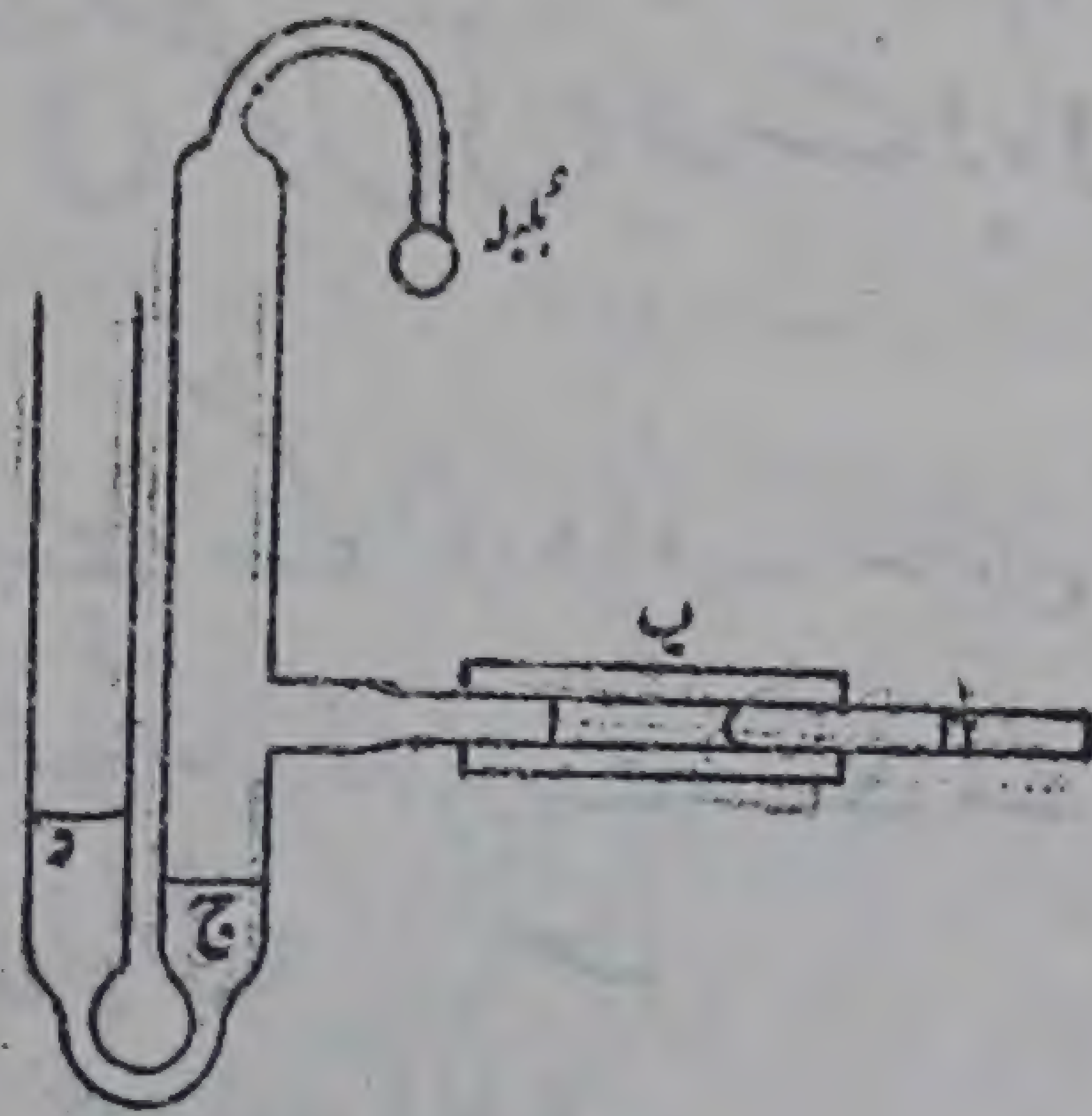
شکل ۱۰۹۔ صابون کے بلبلے کے اندر دباؤ

دونوں نصف کرّے سطحی تناؤ کی قوتوں سے آپس میں ملے رہتے ہیں۔ یہ تناؤ وہ قوتیں ہیں جو خطِ تماس کے گرد بلبلے کی جھلّی کی دونوں سطحوں پر عمل کرتی ہیں۔ بلبلہ پھیلتا جاتا ہے یہاں تک کہ سطحی تناؤ کی قوتیں اور بلبلے کو توڑنے والی قوت د π ص² آپس میں متعادل ہو جائیں۔

نصف کرّوں کے درمیان ہر سطح میں خطِ تماس کی لمبائی ۲ π ص ہے۔ چونکہ جھلّی کی سطحیں دو ہوتی ہیں اِس لئے نصف کرّوں کو ملے رکھنے کے لئے سطحی تناؤ کی وجہ سے جو مجموعی قوت درکار ہے اُس کی قیمت ۲ (۲ π ص ت) ہے۔

لہذا ۴ π ص ت = د π ص²

یا ت = $\frac{\text{د ص}}{\text{۴ا}}$

تجربہ نمبر ۸۷۔ صابون کے محلول کے سطحی تناؤ کی تعیین بلبلے کے اندر کے دباؤ سے۔ شکل نمبر ۱۱۰ میں شیشے کی سلاخ ا کو آلے کے پہلو میں لگی ہوئی ربر کی نلی ب میں آہستہ آہستہ ڈھکیل کر آلے کے سرے پر ایک چھوٹا بلبلہ بناؤ۔

شکل نمبر ۱۱۱۔ بلبلوں کے اندرونی دباؤ کا آلہ

ایک ایسی خردبین کے ذریعہ جس میں اُفقی اور انتصابی پیمانے لگے ہوں، بلبلے کا اُفقی قطر دریافت کرو۔ پہلے اُفقی پیمانہ کے ذریعہ اُفقی قطر ناپنے کے لئے خردبین کو اِس طرح متحرک کرو کہ اُس کا انتصابی متقاطع تار بلبلے کے خیال سے پہلے ایک طرف، اور پھر دوسری طرف مَس کرے۔ خردبین کی اِن دو وضعوں کا درمیانی فاصلہ اُفقی قطر کے برابر ہوگا۔ اب متحرک خردبین کے انتصابی پیمانے کی مدد سے نلیوں س اور د میں پانی کی بلندیوں کا فرق ف دریافت کرو تو بلبلے کے اندر کرۂ ہوائی کے دباؤ سے زیادتیٔ دباؤ

د = ف ث ج ڈائن فی مربع سمر

جہاں ث لانمائی کے خمدار حصے میں پانی کی کثافت ہے۔ ص کی پیمائش پہلے ہو چکی ہے۔

مندرجۂ ذیل مساوات سے سطحی تناؤ کی قیمت ڈائن فی سمر میں محسوب کرو۔

ت = د ص / ۴

مختلف جسامت کے دو یا تین بُلبلوں پر مشاہدات حاصل کرو۔

خواصِ مادّہ پر مزید مشقیں

۱- ۵ سمر نصف قطر اور ۵۰ْ زاویہ کا ایک قطاع دائرہ کھینچو۔ سطح پیما کے ذریعہ اُس کا رقبہ دریافت کرو۔ اور ترازو کی مدد سے اپنے نتیجہ کی تصدیق کرو۔

۲- ۲۰ سمر محورِ اعظم اور ۱۰ سمر محورِ اصغر کا ایک ناقص کھینچو اور سطح پیما کی مدد سے اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۳- ایک دی ہوئی تختی کا رقبہ اور کثافت، پہلے اُس کو ہوا میں اور پھر پانی میں تول کر اور اُس کی موٹائی ناپ کر دریافت کرو۔

۴- ایک میتری پیمانے اور ایک ماسکونی ترازو کی مدد سے ایک دیے ہوئے تار کی تراشِ عمودی کا اوسط رقبہ دریافت کرو۔

۵- ماسکونی ترازو اور خُردہ پیما کے ذریعہ تار کی ایک دی ہوئی اُلجھن کی لمبائی اور کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

۶- ایک معلوم کثافتِ اضافی کے مائع میں ایک ٹھوس جسم کو تول کر اُس کی کثافتِ اضافی معلوم کرو۔

۷- ایک دیے ہوئے ٹھوس جسم کو ہوا میں، پانی میں، اور ایک دیے ہوئے مائع میں تولو۔ حاصل شدہ وزنوں سے جسمِ مذکور کی اور دیے ہوئے مائع کی کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

۸- شکر اور پانی کا وزن کے لحاظ سے ٹھیک ۱۰ فیصدی محلول تیار کرو۔ اور محلولِ مذکور کی کثافتِ اضافی دریافت کرو۔

۹- معمولی نمک اور پانی کا ایک ایسا محلول تیار کرو کہ جس کے ۱۰۰ گرام میں ۱۵ گرام

نمک ہو۔ اِس محلول کی کثافت دریافت کرو۔

۱۰- نمک کا ایک ایسا محلول تیار کرکے اُس کی کثافتِ اضافی دریافت کرو جس کی کثافتِ اضافی دیے ہوئے پانی سے بھاری اور غیر مخلوط مائع کی کثافتِ اضافی کے برابر ہو۔

۱۱- ترازو کی مدد سے دیے ہوئے ظرف کی تعییر کرو۔

۱۲- ایک دی ہوئی معلوم طول کی تنگ نلی کا اندرونی حجم دریافت کرو اور اُس سے اوسط اندرونی قطر کی قیمت اخذ کرو۔

۱۳- دیے ہوئے کُرے کا نصف قطر کُرویت پیما کے ذریعہ ناپو۔ اُس کا وزن دریافت کرکے کُرے کے مادّہ کی کثافت معلوم کرو۔

۱۴- ایک جسم مائل سطح پر، سطح کے متوازی عمل کرنے والی قوت سے سہارا ہُوا ہے۔ ایک ایسی ترسیم تیار کرو جو قوت کی مقدار اور سطح مائل کی بلندی میں رشتہ ظاہر کرے۔

۱۵- سطح مائل کے استعمال سے دیے ہوئے گردونہ کے مادّے کی کمیت دریافت کرو۔

۱۶- ایک میتری پیمانہ کے طول میں مختلف نقطوں کو نصاب قرار دے کر اور چھوٹے بازو پر مختلف اوزان لٹکا کر توازن پیدا کرو۔ اور میتری پیمانہ کا وزن بھی اخذ کرو۔

۱۷- دو دی ہوئی سطحوں کے درمیان سکونی رگڑ کا زاویہ دریافت کرو۔

۱۸- دی ہوئی مشین کے لئے رفتاری نسبت اور قوائی نسبت معلوم کرو۔ اور اِن نسبتوں کی مدد سے اُس مشین کی استعداد بھی اخذ کرو۔

۱۹- دونوں سروں پر سہاری ہوئی ایک سلاخ کے وسط میں مختلف وزن لٹکا کر ایک ایسی ترسیم حاصل کرو جو مرکز کے جھکاؤ اور وزن میں رشتہ ظاہر کرے۔

۲۰- تار کے ایک سرے پر دیا ہُوا جفت لگایا گیا ہے۔ ایک ترسیم کھینچو جو تار کے زاویۂ مروڑ اور اُس کے طول میں رشتہ ظاہر کرے۔

۲۱۔ ایک رُبع دائرے پر سے لڑھکا کر ایک گولی ایک دی ہوئی رفتار سے اُفقاً باہر نکالی جاتی ہے۔ ایک ایسا منحنی حاصل کرو جو گولی کے اُفقی پٹے اور مقامِ نکاس کی بلندی میں ربط ظاہر کرے۔

۲۲۔ ایک جسم مقامِ سکون سے ہموار اسراع کے ساتھ حرکت کرتا ہے۔ آٹوڈ[ل] کی مشین کو استعمال کرکے طے شدہ فاصلے اور وقت میں ایک رشتہ حاصل کرو۔

۲۳۔ آٹوڈ کی مشین کی چرخی اور دو لادنان کی مشترک کمیت دریافت کرو۔ ج کی قیمت ۹۸۱ سمر فی ثانیہ فی ثانیہ تصور کی جائے۔

۲۴۔ کوئی جسم مقامِ سکون سے سطحِ مائل پر لڑھکتا ہے تو طے شدہ فاصلے اور وقت میں ایک ربط معلوم کرو۔

۲۵۔ ثابت کرو کہ دیے ہوئے طول کی سطحِ مائل پر لڑھکنے والے جسم کا اسراع، سطح کے سروں کی بلندی کے فرق کے متناسب ہے۔

۲۶۔ ایک ایسی ترسیم کھینچو جس سے یہ معلوم ہو کہ سطحِ مائل پر لڑھکنے والے جسم کا اسراع سطح مذکور کی بلندی کے ساتھ ساتھ بدلتا ہے۔

۲۷۔ ایک دیا ہوا جسم اپنے محور کے گرد اکائی زاویئی رفتار سے گردش کرتا ہے۔ اس کی توانائی بالفعل محسوب کرو۔

۲۸۔ ایک ایسا منحنی تیار کرو جو سادہ رقاص کے وقتِ دوران اور اُس کے طول کے جذر المربع میں رشتہ بتائے۔ ج کی قیمت بھی اخذ کرو۔

۲۹۔ دیے ہوئے سادہ رقاص کا وقتِ دوران دریافت کرو اور ج کی قیمت ۹۸۱ س۔گ۔ث اکائیاں فرض کرکے رقاص مذکور کا طول معلوم کرو۔ نیز طول کو اس طرح مرتب کرو کہ ایک کامل ارتعاش کا وقت ۲ ثانیہ ہو۔

۳۰۔ ایک ایسا منحنی کھینچو جو سادہ رقاص کے طول اور وقتِ دوران میں رشتہ بتائے نیز "ربع ثانیات" رقاص کا طول اخذ کرو۔ "ربع ثانیات" رقاص سے وہ رقاص مراد ہے جس کو مکمل ارتعاش کے لئے $\frac{1}{2}$ ثانیہ درکار ہو۔

۳۱۔ ۲۰ انچ طول کے رقاص کا وقتِ دوران دریافت کرو مگر تجربہ میں اسی طول کا رقاص استعمال نہ کیا جائے۔

[ل] At-wood

۳۲۔ ایک ترسیم کھینچو جو سادہ رقاص کے طول اور (ا) وقتِ دوران (ب) وقتِ دوران کے مربع میں رشتہ بتائے۔ نیز اسراع بوجہ جاذبۂ زمین ج کی قیمت اخذ کرو۔

۳۳۔ ایک ترسیم کھینچو جو دیے ہوئے مروڑی رقاص کے وقتِ ارتعاش اور اُس فاصلے میں رشتہ بتائے جو مساوی و متشاکل لگائے ہوئے اوزان اور اُن کے محور کے درمیان رہے۔

۳۴۔ ایک پتلی اور چپٹی سلاخ اپنے ایک سرے پر اُفقاً جکڑی ہوئی ہے اور دوسرے سرے پر وزن لٹکائے گئے ہیں۔ ایک ترسیم بناؤ جو وقتِ ارتعاش اور وزن میں رشتہ ظاہر کرے۔

۳۵۔ ایک وزن لگی ہوئی کمانی کے ارتعاشوں کا مشاہدہ کرکے ثابت کرو کہ وقتِ ارتعاش کے مربع اور وزن کا حاصل قسمت تقریباً مستقل ہے۔

۳۶۔ ایک وزنی سلاخ کے دونوں سرے ایک ڈوری سے باندھو اور ڈوری کا وسطی نقطہ ایک ثابت سہارے پر لٹکا دو۔ اگر سلاخ دورانِ ارتعاش میں ایک ہی انتصابی سطح میں رہے تو معلوم کرو کہ جاذبۂ زمین کی وجہ سے نظام کے وقت دوران اور ڈوری کے طول میں کیا رشتہ ہے۔

۳۷۔ ایک لانمائلی نلی، جس کی ایک ساق کا منہ بند ہو، پارا ڈال کر کُلیۂ بائیل کی تصدیق کرو۔

۳۸۔ ایک لانمائلی کے خم دار حصّہ میں پارا اور بند ساق میں ہوا ہے۔ اس کو استعمال کرکے بارپیما بلندی معلوم کرو۔

ضمیمہ (ا)

طبیعیاتی مستقل اور ریاضیاتی جدولیں[1]

ریاضیاتی مستقل

	عدد	۱۰ اساس کا لوگارتھم
π	۳٫۱۴۱۶	۰٫۴۹۷۱۵
π^2	۹٫۸۶۹۶	۰٫۹۹۴۳۰
$\frac{1}{\pi}$	۰٫۳۱۸۳	$\bar{1}$٫۵۰۲۸۵
$\frac{4}{3}\pi$	۴٫۱۸۸۸	۰٫۶۲۲۰۹
e	۲٫۷۱۸۳	۰٫۴۳۴۲۹

[1] اکثر مستقلوں کی قیمتیں Smithsonian Physical Tables مطبوعہ ۱۹۱۴ء سے لی گئی ہیں۔ ریاضیاتی جدولیں Mr. F. Castle's Logarithmic and other Tables for Schools , Macmillan and Co.) سے ہو بہو نقل کی گئی ہیں۔

اعداد جو اکثر کام میں آتے ہیں :-	۱۰ اساس کا لوکارتم
۲	۰٫۳۰۱۰۳
۳	۰٫۴۷۷۱۲
$\sqrt{2}$ = ۱٫۴۱۴۲	۰٫۱۵۰۵۲
$\sqrt{3}$ = ۱٫۷۳۲۱	۰٫۲۳۸۵۶
۹۸۱	۲٫۹۹۱۶۷
۹۷۸	۲٫۹۹۰۳۴
۳۰٫۴۸	۱٫۴۸۴۰۱
۲٫۵۴۰	۰٫۴۰۴۸۳
۴۵۳٫۵۹	۲٫۶۵۶۶۶
۷۶۰	۲٫۸۸۰۸۱
۲۷۳	۲٫۴۳۶۱۶
۴٫۲	۰٫۶۲۳۲۵

لوکؔ ۱۰ = ۲٫۳۰۲۵۸

ایک نیمقطری (اکائی زاویہ جس کی قوس نصف قطر کے مساوی ہے)
= ۵۷٫۲۹۵۸° = ۵۷° ۱۷′ ۴۵″ = ۲۰۶۲۶۵″

مساحت کے ضابطے

دائرہ کا محیط جس کا نصف قطر ص ہے = ۲π ص

دائرہ کا رقبہ = π ص²

قطع ناقص کا رقبہ جس کی نیم محوریں ا اور ب ہیں = π ا ب

کرہ کی سطح = ۴π ص²

کرہ کا حجم = $\frac{4}{3}\pi$ ص³

اسطوانہ کا حجم = π ص² × بلندی

مخروط کا حجم $= \frac{1}{3}\pi$ ص^2 × بلندی

مخروطِ مضلع کا حجم $= \frac{1}{3}$ قاعدہ کا رقبہ × بلندی

منشور کا حجم = قاعدہ کا رقبہ × بلندی

جمود کے معیارِ اثر

تشاکلی محور کے گرد جمود کا معیارِ اثر

مدوّرہ حلقہ، نصف قطر ص

$$مج = ک ص^2$$

مستطیلی سلاخ، ایک ایسے محور کے گرد جو مرکزِ جاذبہ سے گزرے اور ۲ ا اور ۲ ب طول کے کناروں کے علی القوائم ہو۔

$$مج = ک \frac{ا^2 + ب^2}{3}$$

ناقصی تختی (نیم محور ا اور ب) ایک ایسے محور کے گرد جو مرکزِ جاذبہ سے گزرے اور تختی کی سطح کے علی القوائم ہو

$$مج = ک \frac{ا^2 + ب^2}{4}$$

مدوّرہ تختی اس کی ایک خاص شکل ہے جہاں ا = ب اور

$$مج = ک \frac{ا^2}{2}$$

مجسم ناقص نما (نیم محور ا، ب، ج) محور ج کے گرد

$$مج = ک \frac{ا^2 + ب^2}{5}$$

کرہ اس کی ایک خاص شکل ہے جہاں ا = ب = ج

$$مج = \frac{2}{5} ک ا^2$$

مندرجۂ بالا نتیجوں کا خلاصہ روتھ (Routh) کا قاعدہ ہے جو
بتاتا ہے کہ جمود کا معیارِ اثر کسی تشاکلی محور کے گرد

مج = کمیت مادہ (علی القوائم نیم محوروں کے مربعوں کا مجموعہ) / ۳، ۴ یا ۵

نسب نما ۳ لیا جائیگا جب جسم مستطیلی ہوگا
" " ۴ " " " ناقصی ہوگا
" " ۵ " " " ناقص نما ہوگا

پس اس قاعدہ کی رُو سے ۲ ا طول اور ب نصف قطر کے اُسطوانہ کے لیے اس کے طول کے علی القوائم محور کے گرد، ا کے متوازی، تراش مستطیلی ہے اور ب کے متوازی، ناقصی ہے اِس لیے

$$مج = ک \left(\frac{ا^{۲}}{۳} + \frac{ب^{۲}}{۴} \right)$$

ص نصف قطر کے مدور قرص کے لیے اپنے کسی قطر کے گرد

$$مج = ک \frac{ص^{۲}}{۴}$$

برطانوی اور میٹری نظاموں کے وزن اور پیمانے

طول

۱ انچ = ۲٫۵۴۰۰ سمر
۱ فٹ = ۳۰٫۴۸۰ سمر
۱ گز = ۹۱٫۴۳۹۹ سمر
۱ میٹر = ۳۹٫۳۷۰ انچ

کمیتِ مادہ

۱ گرین = ۶۴٫۸ ملی گرام
۱ اونس = ۲۸٫۳۵۰ گرام

۱ پونڈ = ۴۵۳٫۵۹ گرام

۱ کلوگرام = ۲٫۲۰۴۶ پونڈ

گنجائش

۱ پنٹ (Pint) = ۰٫۵۶۸ لیٹر

۱ کوارٹ (Quart) = ۱٫۱۳۶ لیٹر

۱ گیلن (Gallon) = ۴٫۵۴۶ لیٹر

۱ سیالی اونس = ۲۳٫۳۸۱۵ مکعب سمر

لچک کے معیار ڈائن فی مربع سمر

اشیاء	ینگ کا معیارِ لچک	اُستواری کی شرح
الومینیئم	۷٫۲ تا ۷٫۵ $\times 10^{11}$	۲٫۵ تا ۳٫۴ $\times 10^{11}$
پیتل	۸٫۵ تا ۱۰٫۵ $\times 10^{11}$	۳٫۵ تا ۳٫۶ $\times 10^{11}$
تانبا	۱۰٫۵ تا ۱۲٫۲ $\times 10^{11}$	۴٫۲ تا ۴٫۸ $\times 10^{11}$
لوہا	تقریباً ۲۰ $\times 10^{11}$	۵٫۲ تا ۸٫۲ $\times 10^{11}$
پلاٹینم	۱۵ تا ۱۷ $\times 10^{11}$	۶٫۲ تا ۶٫۶ $\times 10^{11}$
چاندی	۷٫۱ تا ۷٫۴ $\times 10^{11}$	۲٫۵ تا ۳٫۰ $\times 10^{11}$
شیشہ	۶ تا ۸ $\times 10^{11}$	۲٫۳ تا ۲٫۷ $\times 10^{11}$

کثافت یا کمیتِ مادّہ فی مکعب سمر گراموں میں

ٹھوس اشیاء

عناصر

الومینیئم .... ۲٫۵۸ : انٹیمنی (Antimony) ۶٫۶۲

بسمتھ (Bismuth)	۹٫۸۰	نکل	۸٫۹ - ۸٫۶
تانبا	۸٫۹۵ - ۸٫۳۰	اوسمیئم	۲۲٫۵
سونا	۱۹٫۳	پلاٹینم	۲۱٫۳۷
لوہا	۷٫۹ - ۷٫۵	چاندی	۱۰٫۵
سیسا	۱۱٫۳	ٹن (رانگ)	۷٫۲
میگنیشیم	۱٫۷۴	جست	۷٫۱

عام اشیاء

بکسی لکڑی	۰٫۹۵ تا ۱٫۱۶	آبنوس	۱٫۱۵
کاگ	۰٫۲۲ تا ۰٫۲۶	معمولی شیشہ	۲٫۸ - ۲٫۴
قیر صنوبر	۰٫۸۵ - ۰٫۸۳	چقماق شیشہ	۵٫۹ - ۲٫۹
زرد صنوبر	۰٫۶۰ - ۰٫۳۶	برف	۰٫۹۱۷
مہاگنی	۰٫۸۵	پیرافن موم	۰٫۹۱ - ۰٫۸۷
بلوط	۰٫۹۰ - ۰٫۶۰	پیتل	۸٫۷ - ۸٫۴
والنٹ (اخروٹ)	۰٫۷۰ ۰٫۶۴		
مکھی کا موم	۰٫۹۷ - ۰٫۹۶		

مائعات

	گرام فی مکعب سمر	تپش
ایتھیل الکوہل	۰٫۸۰۶	°۰ م
میتھل "	۰٫۸۱۰	°۰ م
اینیلین	۱٫۰۳۵	°۰ م
کاربن ڈائی سلفائیڈ	۱٫۲۹۳	°۰ م
کلوروفارم	۱٫۴۸۰	°۱۸ م
ایتھر	۰٫۷۳۶	°۰ م

گلسرن	۱٫۲۶۰	۰° م
پیرافن	۰٫۸۷۴	۰° م
پٹرول	۰٫۸۷۳	۱۶° م
پارا	۱۳٫۵۹۶	۰° م
	۱۳٫۵۴۶	۲۰° م

گیسیں

گرام فی مکعب سمر؛ ۰° م اور ۷۶ سمر دباؤ

ہوا	۰٫۰۰۱۲۹۲۸
آبی بخار (محسوب قیمت)	۰٫۰۰۰۸۱۴
کاربن ڈائی آکسائیڈ	۰٫۰۰۱۹۷۶۸
ہائیڈروجن	۰٫۰۰۰۰۹۰۰۴
نائیٹروجن	۰٫۰۰۱۲۵۱۴
آکسیجن	۰٫۰۰۱۴۲۹۲

———(۰)———

حرارت

فصل اوّل

تپش پیمائی

۱۔ تمہید

تپش کے پیمانہ کے تعین کے لیے کسی جسم کی اس خاصیت کو کام میں لاسکتے ہیں جو تپش کے ساتھ ہموارانہ بدلتی ہے۔ اگر پانی کے نقطۂ انجماد پر اس خاصیت کی قیمت $\text{لا}_{۰}$ ہو اور معیاری دباؤ کے تحت پانی کے نقطۂ جوش پر $\text{لا}_{۱۰۰}$ ہو تو اس صورت میں ہم ایک درجہ مئی کو تپش کی اُس تبدیلی سے تعبیر کرتے ہیں جو اس خاصیت میں $\frac{\text{لا}_{۱۰۰} - \text{لا}_{۰}}{۱۰۰}$ تبدیلی پیدا کرتی ہے۔

اگر اِس خاصیت کی قیمت $\text{لا}_{\text{ت}}$ ہو جب جسم کسی خاص ماحول میں ہو تو ماحول کی تپش کی قیمت کسی خاص پیمانہ پر جو اِس خاصیت لا پر مبنی ہے، حسبِ ذیل ہوگی :-

$$\text{ت}^{\circ}\text{مئ} = \frac{\text{لا}_{\text{ت}} - \text{لا}_{۰}}{\text{لا}_{۱۰۰} - \text{لا}_{۰}} \times ۱۰۰$$

اکثر عملی کاموں میں ہم ایسا پیمانہ استعمال کرتے ہیں جو شیشے کی نلی میں پارے کے ڈورے کے سرے کی وضع پر مبنی ہو۔ پہلے نقطۂ انجماد اور پھر نقطۂ جوش پر

اس کی وضعوں کا مشاہدہ کیا جاتا ہے اور ان نقطوں کے درمیان تپش پیما کے تتنے کو ۱۰۰ برابر حصوں میں تقسیم کیا جاتا ہے اور ہر حصّہ کو ایک درجہ مئی قرار دیتے ہیں۔ شیشے کے دو سیمابی تپش پیما صرف اس صورت میں ایک دوسرے سے مطابقت کرینگے جب کہ دونوں میں ایک ہی قسم کا شیشہ استعمال کیا گیا ہو اور ہر ایک کا سوراخ بھی بالکل ہموار ہو۔

"شیشے کے سیمابی تپش پیما" خاص کر اس لیے استعمال ہوتے ہیں کہ اُن کی شکل سادہ ہوتی ہے۔ علمی کاموں میں ہائیڈروجن گیس سے بھرا ہوا مستقل حجم والا تپش پیما معیاری تپش پیما کے طور پر استعمال ہوتا ہے (ملاحظہ ہو صفحہ ۳۴۴)۔

کسی معمل کا حُسنِ عمل اس بات پر منحصر ہے کہ آلات کے استعمال میں کافی احتیاط برتی جائے۔ اور طالب علم تپش پیماؤں جیسے نازک آلات کی دست ورزی میں ہر ممکنہ احتیاط ملحوظ رکھے۔ جس تپش کے لیے تپش پیما بنایا گیا ہے اُس سے بلند تر تپش پر اُسے ہرگز نہ لے جانا چاہیے اور جب کام ہو جائے تو فوراً خول میں رکھ دینا چاہیے۔

تپش پیما پڑھنے میں اختلافِ منظر کی غلطی نہ ہونے پائے۔ یعنی آنکھ کو اس طرح رکھنا چاہیے کہ خطِ نظر پارے کے سرے پر تتنے کے علی القوائم ہو تاکہ پارے کے ڈورے کے سرے سے منطبق ہونے والا درجہ مشاہدہ میں آجائے۔ طالب علم کو تپش پیما کے پڑھنے میں اس قدر مشق بہم پہنچانی چاہیے کہ وہ ۱ مئی کے دسویں حصّے تک کا خود اندازہ کر سکے۔

یہ یاد رہے کہ تپش پیما اپنی ھی تپش بتاتا ہے۔ اس لیے کسی شئے کی تپش دریافت کرنے کے وقت یہ ضرور ہے کہ اُس شئے کے ساتھ تپش پیما کافی چھوتا رہے اور شئے مذکور کی تپش حاصل کرنے لیے اُس کو کافی وقت تک اُسی شئے میں رکھا جائے۔

تجربہ ۷۹ — تتنے کے تعریہ کا اثر۔ ارتفاع پیما (ملاحظہ ہو صفحہ ۳۱۶) میں ایک تپش پیما کو اس حد تک داخل کرو کہ

تقریباً ۱۰۰° م کے نشان تک تنہ بھاپ کے اندر رہے۔ جب پانی آہستہ آہستہ جوش کھا رہا ہو تو تپش پیما پڑھ لو۔ اس کے بعد تپش پیما کو یہاں تک اُٹھاؤ کہ تنہ ۷۰° نشان سے اوپر، ارتفاع پیما سے باہر رہے۔ اب اس کو چند منٹ تک ایسا ہی رہنے دو۔ اِس دَوران میں پانی حسبِ سابق آہستہ آہستہ جوش کھاتا رہے۔ اس کے بعد پھر تپش پیما پڑھ لو۔ تنے کو ۴۰° نشان سے اوپر کھلا رکھ کر مشاہدات کو دُہراؤ۔ اسی طرح عمل جاری رکھو جب تک کہ تنہ ۱۰° نشان سے اوپر کھلا رہے۔ تنے کے تعریہ سے تپش پیما کے مقروءہ پر جو اثر پڑتا ہے، اُس پر غور کرو کہ باوجودیکہ جوشنے کی تپش دَورانِ تجربہ میں ایک ہی تھی لیکن تنے کے تعریہ سے تپش پیما کا مقروءہ ہر مشاہدے میں مختلف ہے۔

تمام تپش پیمائیوں میں امرِ متذکرۂ بالا کا لحاظ رہے۔

۲۔ تپش پیما کے ثابت نقطے

تپش کے پیمانے کے تعین کے لیے دو ثابت نقطے ضروری ہیں۔ خالص کشید کیے ہوئے پانی کے بنی ہوئی برف کی اماعت کی تپش **زیرین ثابت نقطے** کی تعیین کرتی ہے۔ یعنی یہ ثابت نقطہ وہ تپش ہے جس پر برف اور پانی حالتِ تعادل میں ساتھ ساتھ موجود رہ سکیں۔ اس کو نقطۂ انجماد یا صفری نقطہ کہتے ہیں اور مئی پیما پر یہ ۰° لکھا جاتا ہے۔ کسی شئے کے نقطۂ اماعت پر دباؤ کا اثر اس قدر کم ہے کہ نقطۂ انجماد کے تعین میں عملی نقطۂ نظر سے اس کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔

بالائی ثابت نقطے کا تعین اُس تپش سے ہوتا ہے جس پر بھاپ، طبعی دباؤ کے تحت، اُبلتے ہوئے خالص کشید کیے ہوئے پانی سے نکل رہی ہو۔ یہ دباؤ پارے کے بار پیما کی ۷۶۰ مم بلندی کے مماثل ہے۔ یہ بالائی ثابت

نقطہ، نقطۂ جوشش کہلاتا ہے اور پیمانہ پر ۱۰۰° لکھا جاتا ہے۔ بنا بریں مئی پیمانہ پر نقطۂ انجماد اور نقطۂ جوشش کا درمیانی فاصلہ ۱۰۰ درجوں میں تقسیم کیا جاتا ہے۔

اُبلتے ہوئے پانی سے نکلنے والی بھاپ کی تپش، اُس برتن کی نوعیت پر منحصر نہیں ہے جس میں پانی جوش کھا رہا ہے۔ اور نہ اُس پر پانی کے لوثوں کا اثر ہے بلکہ کُرۂ ہوائی کے دباؤ کے ساتھ ساتھ یہ تپش متغیر ہوتی رہتی ہے۔ رینیو[1] نے نہایت احتیاط سے نقطۂ جوشش پر دباؤ کے اثر کا مشاہدہ کیا اور یہ معلوم کیا کہ ۷۶۰ ممر کے قریب دباؤ میں ۲۶٫۸ ممر کی زیادتی، نقطۂ جوش میں ۱° مر کا اضافہ کرتی ہے۔ خفیف تغیرات کے لیے، نقطۂ جوشش کا تغیر فرقِ دباؤ کے متناسب تصور کیا جا سکتا ہے۔ اسی مفروضے کی بنا پر شکل ۱۱۲ کی ترسیم کھینچی گئی ہے۔ ہر طالب علم کی بیاض میں اِس ترسیم کی نقل ہونی چاہیے۔

یہ دیکھا گیا ہے کہ تپش پیما کا شیشہ امتداد زمانہ کے ساتھ بتدریج اِس طرح بدلتا ہے کہ ثابت نقطوں میں خفیف سی تبدیلیاں پیدا ہو جاتی ہیں۔ لہٰذا ان نقطوں کو وقتاً فوقتاً پھر دریافت کرنا ضروری ہے تاکہ مشاہدات کی غلطیوں میں تصحیح ہو سکے۔ انگلستان میں بالعموم زیریں ثابت نقطے کا پہلے تعین کیا جاتا ہے۔

تجربہ نٹ۔ تپش پیما کے ثابت نقطوں کی تعیین۔

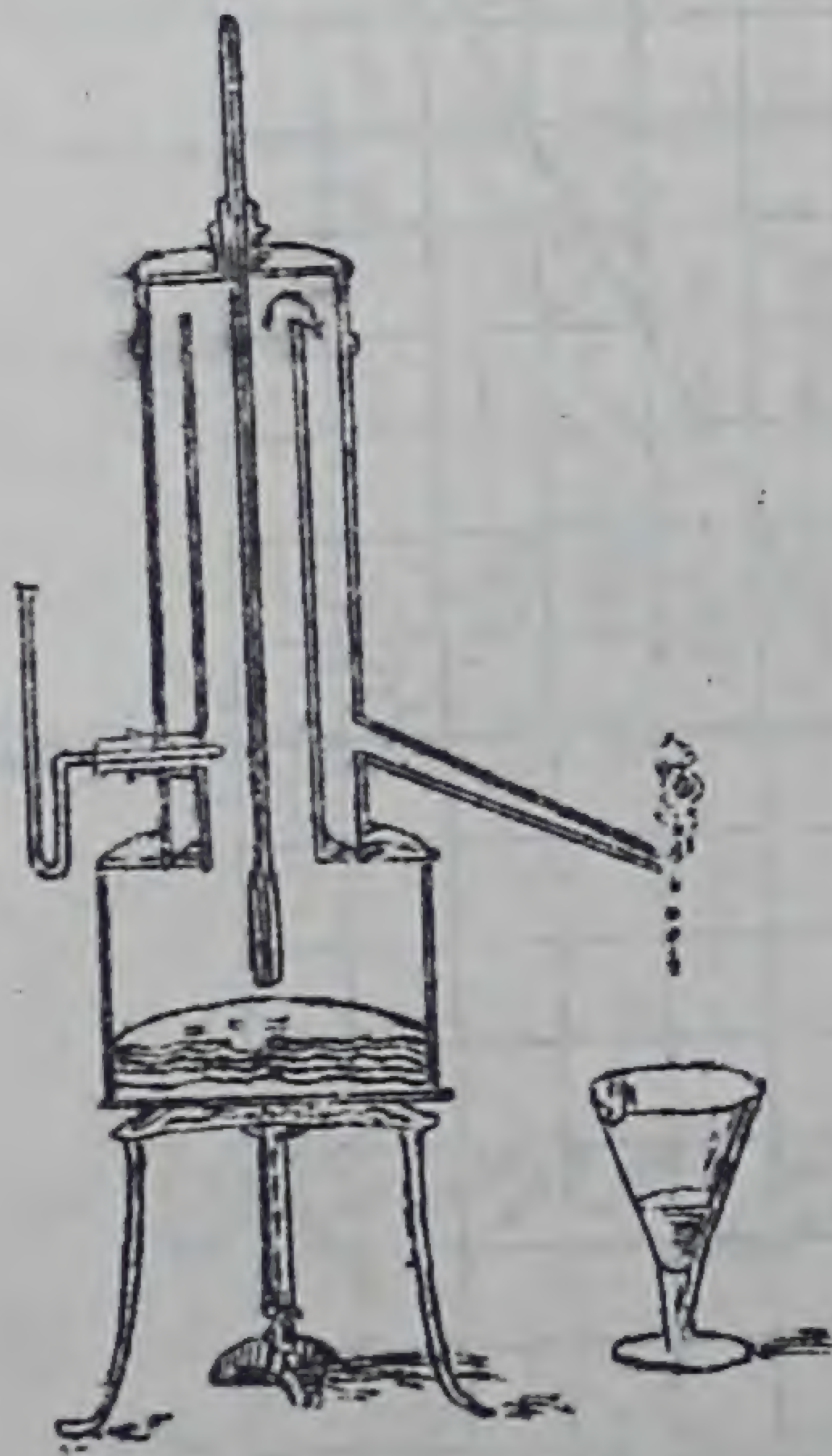
(۱) نقطۂ انجماد —— ایک مناسب برتن کو برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں سے تقریباً بھر دو۔ اور برف کو اس طرح پگھلنے دو کہ ان ٹکڑوں کی درمیانی فضا برف کی تپش پر کے پانی سے بھری رہے۔ پگھلتی ہوئی برف سے پانی کا خارج کرنا مناسب نہیں ہے تاہم ضرورت سے زیادہ پانی برتن میں جمع بھی نہ ہونا چاہیے۔ برف اور پانی کو خوب ہلاتے رہنا چاہیے۔

تپش پیما کو نہایت احتیاط کے ساتھ اس برتن میں اس طرح

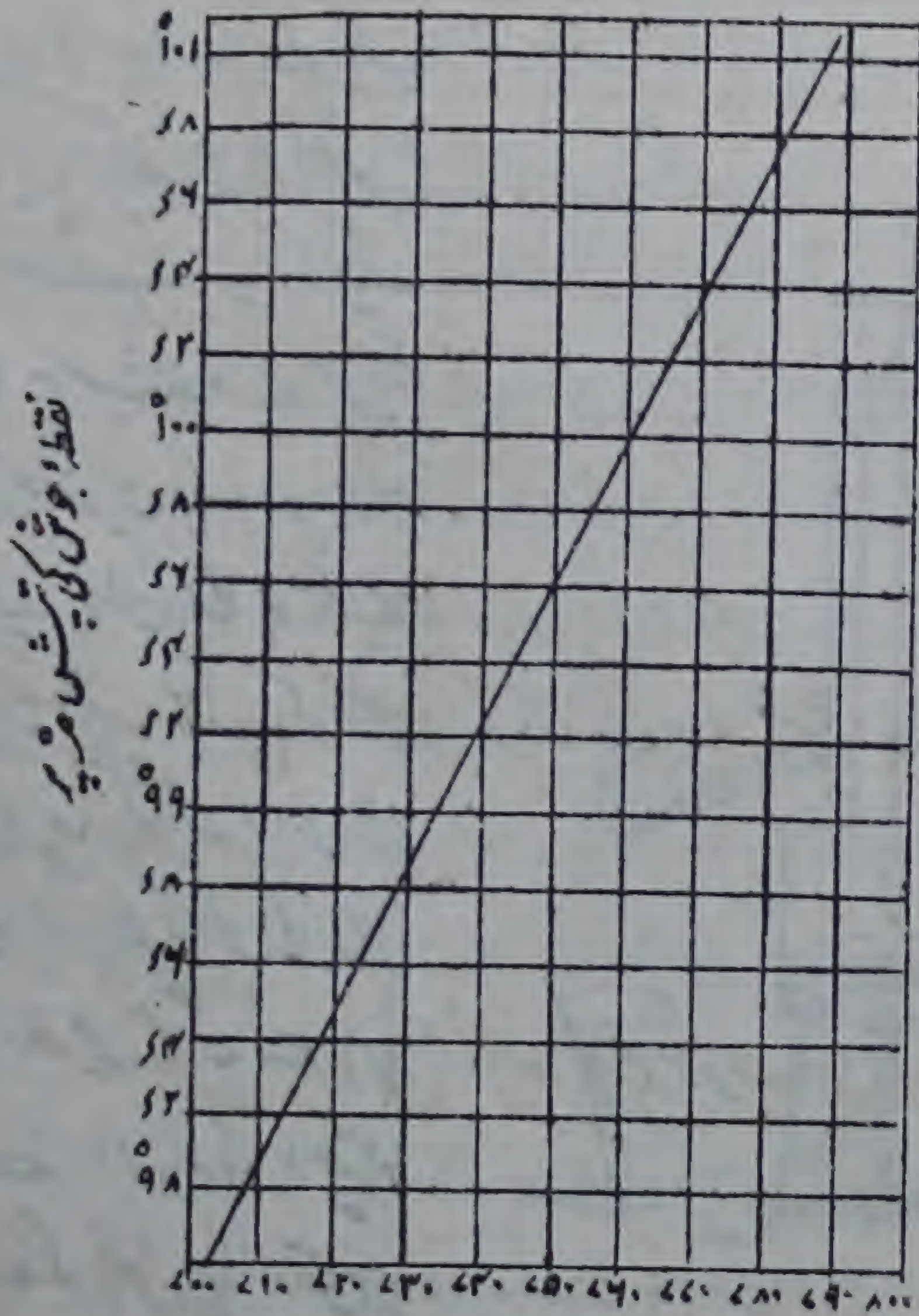
---

[1] Regnault

رکھو کہ اس کا جوفہ برتن کے وسط میں رہے اور تپش پیما کا صفری نقطہ برف کی سطح سے عین اوپر رہے۔ وہ انتہائی نقطہ پڑھ لو جہاں تک پارے کے ڈورے کا سرا نیچے اُتر آئے اِس نشان کے پڑھنے میں ایک درجہ کی ۱۰ کسر تک تخمین ہونی چاہیے۔ یہ امر ملحوظ رہے کہ مشاہدے کے وقت پارے کا ڈورا کلیۃً برف سے گھرا رہے۔ اگر ڈورے کا سرا صفر سے اوپر رہے تو خطاء مثبت کہلائیگی۔ اور اگر نیچے رہے تو خطاء منفی ہوگی۔ اگر خطاء مثبت ہو تو صحیح تپش حاصل کرنے کے لیے تصحیح کا عمل منفی ہوگا۔

(۲) نقطۂ جوش ــــــ نقطۂ جوش دریافت کرنے کے لیے تپش پیما کو دھات کے ایک برتن میں رکھتے ہیں جو ارتفاع پیما کہلاتا ہے۔ یہ آلہ ایک قسم کا جوشندہ ہے جس کے بالائی حصہ میں ایک دوہری دیوار کا بھاپ دان لگا ہوتا ہے۔ تپش پیما ایک کاگ کے ذریعہ ارتفاع پیما کے مُنہ پر اِس طرح لگایا جاتا ہے کہ اُس کا بالائی ثابت نقطہ عین کاگ سے اوپر نظر آئے۔ اس امر کی احتیاط کی جائے کہ تپش پیما ارتفاع پیما میں گرنے نہ پائے ورنہ جوفے کے ٹوٹنے کا اندیشہ رہیگا تپش پیما کے سرے کے سوراخ میں تار کا ایک حلقہ لگا دینے سے یہ اندیشہ

شکل ۱۱۱۔ ارتفاع پیما

رفع ہو جائیگا۔ تپش پیما پڑھنے سے قبل، اس کو تقریباً دس منٹ
تک بھاپ میں رہنا چاہیے۔ پانی کو شدت سے جوش کھانے
نہیں دینا چاہیے۔ ورنہ ارتفاع پیما میں بھاپ کا دباؤ کرۂ ہوائی کے دباؤ
سے بڑھ جائیگا۔ پارے کے ڈورے کے سرے کا مقام درجے کے
دسویں حصہ تک پڑھو۔

دباؤ کی وجہ سے تصحیح — بار پیما کی بلندی
ملی میٹروں میں پڑھ لو اور مشہودہ کرۂ ہوائی کے دباؤ کے تحت نقطۂ
جوشش کی قیمت، ترسیم شکل ۱۱۲ کے ذریعہ دریافت کرو۔

دباؤ پارے کے مم میں

شکل ۱۱۲ ۔ دباؤ کے لحاظ سے نقطۂ جوش کا تغیر

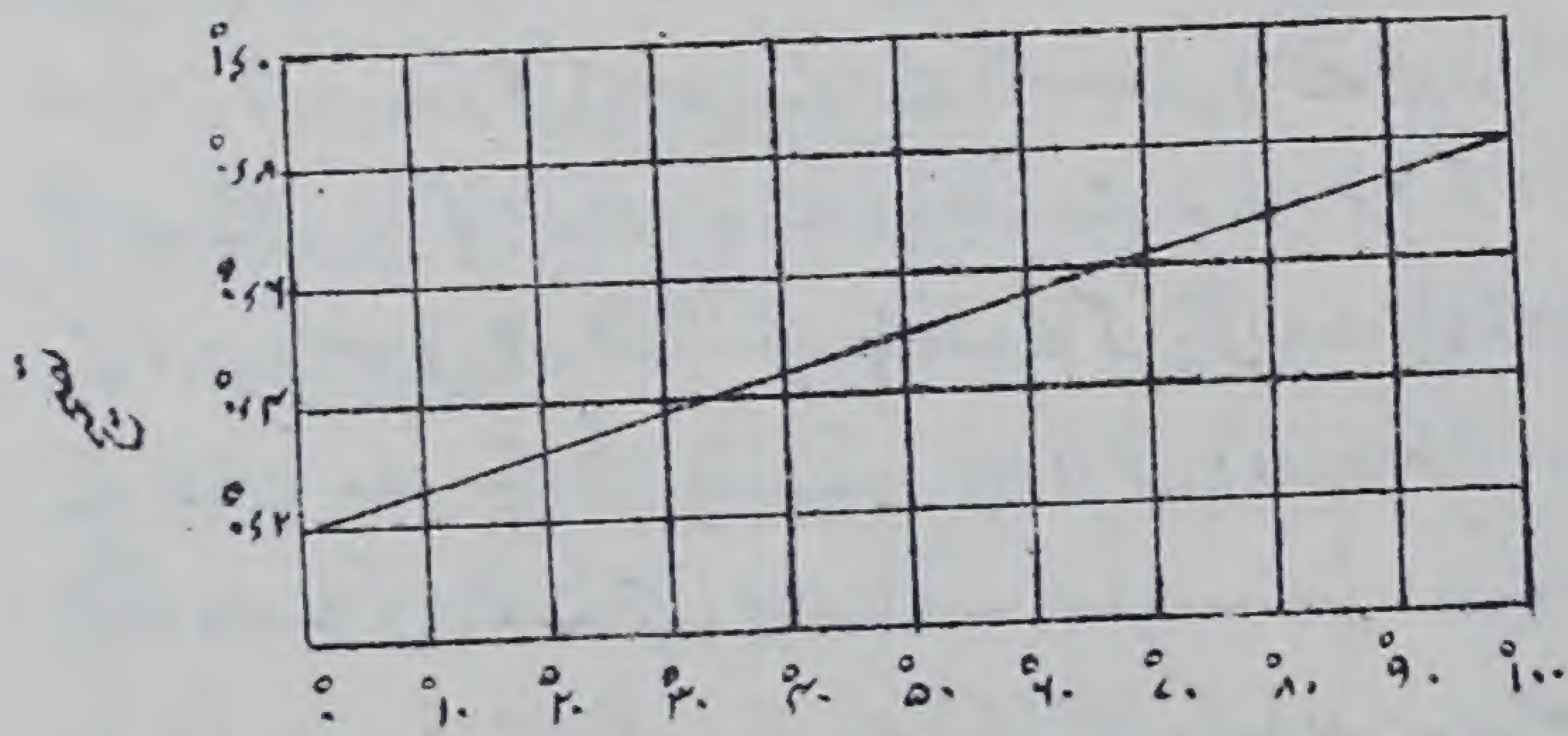
بیاض میں یہ تپش جو حقیقی نقطۂ جوشش ہے، قلمبند کرو

دنیز وہ تپش لکھو جو زیر تجربہ تپش پیما بتا رہا ہے۔ اور نقطۂ جوش پر تپش پیما کی خطاء محسوب کرو۔

نقطۂ انجماد اور نقطۂ جوش کے درمیان کسی مطلوبہ تپش پر تصحیح معلوم کرنے کے لیے ترسیمی طریقہ اختیار کرو۔ تپش پیما کی درجہ بندیوں کو فصلے اور تصحیحی رقم کو معین مان کر ایک ترسیم تیار کرو۔ شکل ۱۱۳ میں نقطۂ انجماد پر تصحیح +۲ء۰°م اور نقطۂ جوش پر تصحیح +۸ء۰°م فرض کی گئی ہے۔

°۱ء۰
°۰ء۸
°۰ء۶
°۰ء۴
°۰ء۲

تصحیح

°۰ °۱۰ °۲۰ °۳۰ °۴۰ °۵۰ °۶۰ °۷۰ °۸۰ °۹۰ °۱۰۰

تپش مئی (م°) پیمانہ میں

شکل ۱۱۳ تپش پیما کی تصحیح

حقیقی تپش حاصل کرنے کے لیے تپش پیما کے مقروئے میں تصحیحی رقم جمع کرنا پڑیگی۔

۳- تپش پیما کی تعبیر اور درجہ بندی

نلی کے اندر پارے کے سرے کی مساوی حرکتوں سے ظاہر ہونے والی تپش کے فرقوں کی مساوی قیمتیں حاصل کرنے کے لیے لازم ہے کہ نلی کا سوراخ یکساں ہو مگر یہ صورت تو شاذ ہی ہوتی ہے بلکہ کبھی نہیں پائی جاتی۔

اگر نلی کا سوراخ یکساں نہ ہو تو اُس کی تصحیح کے لیے پارے کے ڈورے کو

نلی میں حرکت دے کر اور ڈورے کا طول نلی کے مختلف حصّوں میں ناپ کر سوراخ کی تعیبر کرلینی چاہیے۔

تجربہ ۸۱ - تپش پیما کے سوراخ کی تعیبر -

پارے کے ڈورے کے سرے سے تقریباً ۱۰° فاصلہ پر ایک باریک شعلہ سے نلی کو گرم کیا جاتا ہے۔ اس طرح ۱۰° کے طول کے مساوی پارے کا ایک ڈورا ٹھیک اُس مقام پر' جہاں کہ گرم کیا گیا تھا' پارے کے جوش کھانے کی وجہ سے ٹوٹ کر علحدہ ہوجاتا ہے۔ اور اس ڈورے کو نلی کی تعیبر کے لیے استعمال کرسکتے ہیں۔ اِس کے بعد تپش پیما کا تنہ سرد ہونے دیا جاتا ہے۔ اور جوفہ کو ایتھر کے ذریعہ اسقدر ٹھنڈا کیا جاتا ہے کہ باقی ماندہ پارا صفر درجہ کے نشان سے نیچے اُتر جائے۔ بعد ازاں ڈورے کو خفیف جھٹکے دے کر ہٹاتے ہیں یہاں تک کہ ایک سرا ۰ درجہ کے نشان پر آجاتا ہے۔ دورانِ تجربہ میں جوفہ کو ایتھر کے ذریعہ سرد رکھنا چاہیے۔ تاکہ علحدہ شدہ ڈورا پارے کے باقی حصّے سے ملنے نہ پائے اب ڈورے کے ہر ایک سرے کا مقام متحرک خُردبین کے ذریعہ معلوم کرلیا جاتا ہے[1] اور تپش پیما کے درجوں کے پیمانہ پر ہی ان مقاموں کا تعین کرلیا جاتا ہے۔ اسں تعین کے لیے ایک درجہ کی لمبائی خُردبین کے پیمانہ پر سمروں میں ناپ لی جاتی ہے اور درجہ کی کسر کو بھی ڈورے کے سرے سے پچھلے نشان تک سمروں میں ناپ لیتے ہیں۔ اس طرح سرے کا مقام درجہ کے $\frac{1}{100}$ ویں حصّے تک ظاہر ہوجاتا ہے۔ مثلاً

خُردبینی پیمانہ کا مقروءہ ۹ویں درجہ کے نشان پر	= ۱۲٫۳۶ سمر۔
″ ″ ″ ۱۰ ″ ″ ″	= ۱۴٫۰۸ سمر۔
″ ″ ڈورے کے سرے پر	= ۱۴٫۰۰ سمر۔

[1] اس قسم کی تخمین متحرک پیمانہ استعمال کیے بغیر صرف خردہ پیما چشمے کے ذریعہ بھی کی جاسکتی ہے۔ اس صورت میں خردہ پیما چشمے کو معیاری بنانے کی ضرورت نہیں کیونکہ یہاں صرف اضافی قیمتیں درکار ہیں۔

لہٰذا ڈورے کا سرا

۹ + $\frac{۱٫۶۴}{۱٫۷۲}$ درجہ یعنی (۳) ۹٫۹۵° پر ہوگا۔

اِس کے بعد ڈورے کو ہٹایا جاتا ہے یہاں تک کہ "زیرین" سرا تقریباً وہاں ہوتا ہے جہاں کہ پہلی پیمائش پر "بالائی" سرا تھا۔ اور پھر دونوں سروں کے مقام لکھ لیے جاتے ہیں۔ اس کے بعد وہ ایک تیسری وضع پر ۲۰° اور ۳۰° کے درمیان رکھا جاتا ہے اور پھر ناپ لیا جاتا ہے۔ یہی عمل بار بار کیا جاتا ہے یہاں تک کہ بالائی سرا نقطۂ جوش پر پہنچ جاتا ہے۔

ذیل کی عددی مثال کی طرح تصحیح کا حساب لگایا جاتا ہے:۔

ڈورے کی پہلی وضع	۰٫۰۳-° تا ۹٫۷۹°	ڈورے کی لمبائی	۹٫۸۲
" دوسری "	۹٫۸۵° تا ۱۹٫۹۳°	"	۱۰٫۰۸
" تیسری "	۱۹٫۸۸° تا ۲۹٫۹۴°	"	۱۰٫۰۶
" چوتھی "	۲۹٫۹۸° تا ۴۰٫۱۲°	"	۱۰٫۱۴
" پانچویں "	۴۰٫۰۰° تا ۴۹٫۷۸°	"	۹٫۷۸
" چھٹی "	۴۹٫۸۲° تا ۶۰٫۰۰°	"	۱۰٫۱۲
" ساتویں "	۵۹٫۹۵° تا ۶۹٫۹۰°	"	۹٫۹۵
" آٹھویں "	۷۰٫۰۰° تا ۸۰٫۰۰°	"	۱۰٫۰۰
" نویں "	۸۰٫۰۳° تا ۹۰٫۱۷°	"	۱۰٫۱۴
" دسویں "	۹۰٫۰۶° تا ۹۹٫۹۲°	"	۹٫۸۶

ڈورے کی اوسط لمبائی = ۹٫۹۹۵°

یعنی پارے کی یہ کمیت پیمانے کے کسی مقام پر ۹٫۹۹۵ درجے پر گھیرے گی بشرطیکہ سوراخ اور پیمانہ دونوں کافی صحت کے ساتھ یکساں ہوں۔

فرض کرو کہ ڈورا ۰° سے شروع ہوتا ہے تو اُس کا بالائی سرا قریب ۹٫۸۲° پر ہوگا۔ اگر سوراخ ہموار ہو تو اس سرے کو ۹٫۹۹۵° پر ہونا چاہیے۔

اس طرح جو تصحیح ۹٫۸۲° مقروسے میں شامل کرنی ہے + ۰٫۱۷۵° ہوئی۔ اس کو

مف۱ کہو۔ یہ ۱۰° کے قرب و جوار میں تصحیح ہوگی۔ اگر اس میں ایک ایسا ڈورا جوڑ دیا جائے جو اس کے ہر طرح مشابہ ہو تو دونوں مل کر ۹٫۸۲ + ۱۰٫۰۸ تک پہنچینگے۔ اُنھیں ۲ (۹٫۹۹۵°) پر پہنچنا چاہیے۔ یعنی تصحیح (۱۹٫۹۹°) یا + (۰٫۰۹°) ہوگی۔ اِس کو مف۲ کہو۔ یہ ۲۰° کے قرب و جوار میں مطلوبہ تصحیح ہے۔

اسی طرح ۲۰° کے قریب تصحیح ۳ (۹٫۹۹۵°) - (۹٫۸۲ + ۱۰٫۰۸ + ۱۰٫۰۶°) = + ۰٫۰۲۵° ہے۔ اور علیٰ ہذا۔ پس ہمیں حاصل ہوتا ہے :-

مف۱ = + ۰٫۱۷۵

مف۲ = + ۰٫۰۹۰

مف۳ = + ۰٫۰۲۵

مف۴ = − ۰٫۲۰۰

مف۵ = + ۰٫۰۹۵

مف۶ = − ۰٫۰۳۰

مف۷ = + ۰٫۰۱۵

مف۸ = + ۰٫۰۱۰

مف۹ = − ۰٫۱۳۵

مف۱۰ = ۰٫۰۰۰

آخری قیمت در اصل صفر ہی ہونی چاہیے۔

اِن مشاہدات کی مدد سے ایک تصحیحی ترسیم کھینچی جا سکتی ہے جس میں پیمانہ کے ہر مقام پر سُوراخ اور درجہ بندی کی ناہمواری کی وجہ سے جو مقدار شامل کرنا پڑتی ہے، حاصل ہو سکتی ہے۔

تپش پیما کی درجہ بندی کسی اختیاری پیمانہ پر

بعض صورتوں میں یہ ممکن ہے کہ کسی تپش پیما کے تنے پر کُھدا ہوا پیمانہ کُلیتہً اختیاری ہو جس کی وجہ سے مشاہدات براہِ راست مئی درجوں میں نہیں حاصل ہوتے۔ مثلاً تنے پر ملی میٹری پیمانہ کے نشان لگے ہوں تو اس قسم کا تپش پیما بھی مئی پیمانہ پر تپش پیمائی کے لیے استعمال ہو سکتا ہے۔ اس غرض

کے لیے اولاً تپش پیما کو گذشتہ دفعہ میں بتائے ہوئے طریقے کے مطابق دو ثابت نقطے معلوم کر کے معیاری بنا لینا چاہیے ۔ ایسا کرنے سے فرض کرو کہ نقطۂ انجماد پر پارا پیمانہ کے زیرین سرے سے ۲۴ مم کے مقام پر اور نقطۂ جوش پر پیمانہ کے زیرین سرے سے ۱۸۴ مم کے مقام پر قائم ہے ۔ اگر اس تعین کے وقت بار پیما کا مقروءہ ۷۳۳ مم ہو تو نقطۂ جوش بجائے ۱۰۰° م کے ۹۹° م ہوگا ۔ لہذا پیمانہ کے زیرین سرے سے ۲۴ مم والا مقام نتیجۃً ۰° م کے اور زیرین سرے سے ۱۸۴ مم والا مقام ۹۹° م کے مماثل ہوگا ۔ پس پیمانہ پر ۱۶۰ مم کا فاصلہ ۹۹ مئی درجوں کے وقفہ کے متناظر ہوگا ۔ اس کے بعد تپش پیما کے ایک مم کے لیے مئی پیمانہ پر تپش کا وقفہ معلوم کر لینا آسان ہے موجودہ صورت میں $\frac{۹۹}{۱۶۰}$ درجے ایک مم کے متناظر ہیں ۔

فرض کرو کہ یہ تپش پیما، حرارہ پیما میں رکھے ہوئے کسی مائع کی تپش معلوم کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے (صفحہ ۳۵۳) ۔ اور پارا پیمانہ کے زیرین سرے سے ۶۴ مم کے فاصلہ پر قائم ہو جاتا ہے ۔ یعنی اس وقت پارا نقطۂ انجماد سے ۴۰ مم بلندی پر قائم ہو گیا ہے ۔ اور اس کے متناظر تپش مئی پیمانہ پر $۴۰ \times \frac{۹۹}{۱۶۰}$ یا ۲۴٫۷۵° م ہے ۔

ایسے تپش پیما کے مقروؤں کو فصلے اور اخذ کردہ مئی پیمانہ کے مقروؤں کو معین مان کر دیے ہوئے تپش پیما کے پیمانہ اور مئی پیمانہ کے باہمی ربط کو ترسیماً ظاہر کر سکتے ہیں ۔

تجربہ ۸۲ ۔ کسی اختیاری پیمانہ والے تپش پیما کی درجہ بندی ۔ متذکرۂ بالا طریقہ کے بموجب کسی ایک اختیاری پیمانہ والے تپش پیما کو معیاری بناؤ اور اس کو تجربہ خانہ کے کمرے کی تپش و نیز نل کے پانی کی تپش معلوم کرنے کے لیے استعمال کرو ۔

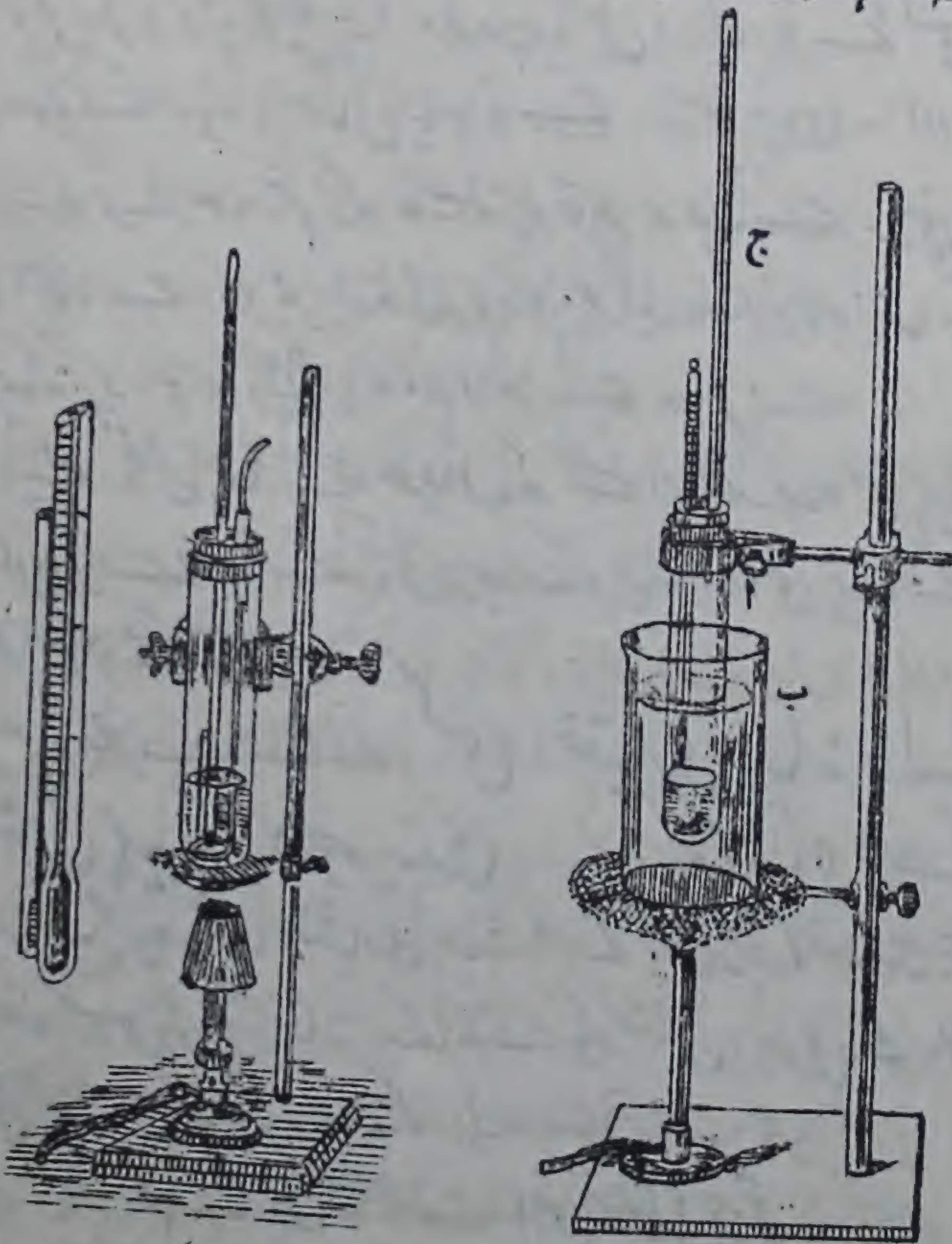
۴ ۔ نقطۂ اماعت اور نقطۂ جوش

تجربہ ۸۳ ۔ کسی ٹھوس کے نقطۂ اماعت کی تعین

کسی ٹھوس، مثلاً پیرافنی موم کا نقطۂ اماعت معلوم کرنے کے لیے دھونکنی کے
کے شعلہ میں شیشے کی ایک نلی کو رکھ کر اس طرح کھینچو کہ ایک پتلی دیوار والی شعری
نلی بن جائے ۔ ریتی کے ذریعہ یا شیشے کاٹنے کے چاقو سے اس نلی کا چند سمر لمبا
ٹکڑا کاٹ کر جدا کرو ۔ اب اس نلی میں زیر تجربہ شئے داخل کر لینی چاہیے۔
اس مطلب کے لیے ٹھوس کی تھوڑی سی مقدار کو مناسب برتن میں گرم کر کے
مائع بنا لیا جائے اور نلی کا سرا اُس مائع میں ڈبو دیا جائے ۔ اس طرح
بالعموم شعری عمل سے نلی میں زیر تجربہ شئے چڑھ جائیگی ۔ نلی میں شئے داخل
کرنے کے بعد اُس کے پیندے کو سر بھر کر دینا چاہیے ورنہ شئے پگھلنے
کے بعد بہ جائیگی ۔ یا پانی نلی میں چڑھ جائیگا اِن وجوہ سے ٹھوس بننے کا
نقطہ مشاہدہ میں نہ آسکیگا۔

ج
ا
ب

شکل نمبر ۱۱۵ ۔ کسی مائع کا نقطۂ جوش

شکل نمبر ۱۱۶ ۔ کسی ٹھوس کا نقطۂ اماعت

اب اس نلی کو جس میں ٹھوس شئے موجود ہے، ایک تپش پیما کے جوفہ کے ساتھ لچکدار بندھنوں یا باریک تاگے کے ذریعہ باندھ دیتے ہیں اور جوفہ کو احتیاط کے ساتھ پن جنتر میں گرم کیا جاتا ہے (شکل ۱۱۴) ۔ تپش پیما کا مقروءہ اُس خاص لمحہ پر قلمبند کرلیا جاتا ہے۔ جب کہ چھوٹی نلی کے اندر کی ٹھوس شئے مائع کی شکل اختیار کرتی ہے، ایک دوسرا مقروءہ بھی اِس طرح حاصل ہو سکتا ہے کہ پن جنتر کو سرد ہونے کا موقع دیا جائے اور جب شئے پھر ٹھوس بن جائے تو تپش لکھ لی جائے۔ اماعت کی جو تپش اس طرح لی جائیگی وہ اصلی نقطۂ اماعت سے کسی قدر زیادہ ہوگی اور ٹھوس بننے کی جو تپش اس طرح لی جائیگی وہ اصلی نقطۂ اماعت سے کسی قدر کم ہوگی۔ لہٰذا اصلی نقطۂ اماعت ان دونوں مقروؤں کے اوسط سے حاصل کرنا ضروری ہے۔ تاہم اس تجربہ میں مائع کے پُر سرد ہو جانے کا احتمال ہے۔ اور ایسی صورت میں اس نوعیت کے تجربہ سے اصلی نقطۂ اماعت حاصل نہیں ہو سکتا۔

بعض صورتوں میں شعری نلی کو ترک کرکے تپش پیما کے جوفہ کے گرد ٹھوس کی ایک پتلی تہ چڑھا دی جاتی ہے۔ اور پہلے کی طرح احتیاط کے ساتھ تپش پیما کا جوفہ گرم کیا جاتا ہے۔ جب تہ عین پگھلنے کو ہوتی ہے تو تپش پڑھ لی جاتی ہے۔

جب کوئی مائع ٹھوس بن رہا ہو تو طالب علم تبریدی منحنی کا تجربہ بھی دیکھ لے (صفحہ ۳۷۸)

تجربہ ۸۴ — کسی مائع کے نقطۂ جوش کا تعین — اس تعین کے لیے مائع کو ایک ایسی امتحانی نلی میں رکھو جس کے منہ پر دو سوراخ والا کاگ لگا ہو۔ ایک سوراخ میں سے تپش پیما گذرتا ہے اور دوسرے میں سے ایک شیشہ کی نلی داخل کی جاتی ہے جس سے بخارات خارج ہوتے ہیں۔ نلی کو غایت احتیاط کے ساتھ باریک شعلے سے یا پن جنتر کے ذریعہ گرم کرتے

ہیں یہاں تک کہ مائع کا نقطۂ جوش پہنچ جاتا ہے۔ دھکے سے اُبلنے کے عمل کو روکنے کے لیے شیشے کی چند گولیاں یا پتلی دیوار کی شعری نلی کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے (جو دھونکنی کے شعلہ میں شیشے کی نلی کو کھینچ کر بنائے جاتے ہیں) مائع میں رکھنا چاہییں۔ امتحانی نلی میں تپش پیما کی وضع کا انحصار زیر امتحان مائع کی نوعیت پر موقوف ہے۔

(ا) خالص مائع کی صورت میں تپش پیما کو صرف بخارات کی تپش دیکھنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔ اور اس صورت میں **تپش پیما کا جوفہ مائع کے اندر نہیں ڈوبنا چاہیے** شکل ۱۱۵ ۔

(ب) کسی محلول کی صورت میں مائع کی تپش خالص محلل کی تپش سے معتدبہ مختلف ہوتی ہے۔ اس لیے محلول کا نقطۂ جوش معلوم کرنے کے لیے تپش پیما کا جوفہ مائع کے اندر ڈوبا رہنا چاہیے۔

جوفہ کو اُبلتے ہوئے مائع کے اندر ڈبو کر تپش پیما کا مقروءہ حاصل کرو پھر اس مائع سے باہر اس کے بخارات میں رکھ کر دوسرا مقروءہ حاصل کرو۔ ان دونوں مقروؤں کے درمیان جو فرق ہے اُس کا مشاہدہ کرو۔ پُر گرمانے سے بچنے کے لیے محلول کو بہت آہستہ آہستہ جوش کھانا چاہیے۔

———— ✤ ————

فصل دوم

پھیلاؤ کی شرحیں

۱- طولی پھیلاؤ کی شرح

کسی سلاخ کی تپش کو ایک درجہ بڑھانے سے اُس کے طول میں جو اضافہ ہوتا ہے اُس کے کُل طول کے مقابلے میں بہت کم ہے اور یہ اضافہ مختلف تپشوں کے لیے تقریباً مستقل پایا گیا ہے۔

کسی ٹھوس کے طولی پھیلاؤ کی شرح کی تعریف اس طرح ہو سکتی ہے کہ طولی پھیلاؤ کی شرح، **اضافۂ طول اور اصلی طول باہمی نسبت ہے جب کہ تپش میں ایک درجہ کا اضافہ ہو۔**

پس اگر سلاخ کا ابتدائی طول $ل_0$ ہو اور ۱° ع اضافۂ تپش سے اُس کا طول $ل_1$ ہو جائے تو طولی پھیلاؤ کی شرح ع مندرجۂ ذیل رشتہ سے حاصل ہوگی:-

$$ع = \frac{ل_1 - ل_0}{ل_0}$$

اگر سلاخ کا طول ل ہو جائے جب کہ اُس کی تپش ت° تک بڑھا دی گئی ہو تو ہم لکھ سکتے ہیں

$$\text{کہ}\quad ع = \frac{ل - ل_.}{ل_. ت} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\text{پس}\quad ل - ل_. = ل_. ع ت$$

$$\text{یا}\quad ل = ل_. (1 + ع ت) \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

بعض اوقات یہ باعث سہولت ہوتا ہے کہ ہم سلاخ کی ابتدائی تپش ۰° مرلیں اس صورت میں لَ ۰° مر پر کے طول کو تعبیر کریگا۔ اور ت سلاخ کی تپش کو مئی درجوں میں ظاہر کریگی جو طول کے تناظر ہوگی۔

چونکہ طول کی تبدیلی جو حقیقت میں مشاہدہ میں آتی ہے نہایت خفیف ہے اِس لیے عملیات میں سہولت کے لیے یہ فرض کر لیتے ہیں کہ ابتدائی تپش کمرے ہی کی تپش ہے اور لَ اُسی تپش پر سلاخ کے طول کو تعبیر کرتا ہے۔ اِس صورت میں اِس امر کا خیال رہے کہ ت اضافۂ تپش کو تعبیر کرتی ہے۔ یعنی ت وہ فرق ہے جو انتہائی تپش اور کمرے کی تپش کے درمیان ہو۔

مساوات (۱) میں ہم دیکھتے ہیں کہ طولی پھیلاؤ کی شرح کے تعین میں تین مقداروں کی پیمائش شامل ہے: ابتدائی طول، اضافۂ تپش اور طول کا اضافہ۔ صرف آخری پیمائش ہی ایسی ہے جس میں کسی قدر وقت ہے۔ چونکہ اِس پیمائش میں خطاء کا امکان زیادہ ہے اس لیے یہ امر فضول ہے کہ باقی دو مقداروں کی پیمائش میں کافی صحت کا خیال رکھا جائے (دیکھو صفحہ ۶)۔ اوّلاً سلاخ کا ابتدائی طول ۰۰۱ء میں اچھے تک درست ناپ لیا جائے اور وہ تپش لکھ لی جائے جس پر تجربہ کا آغاز ہوا۔ سلاخ کو ایک معلوم تپش تک گرم کرنے سے اِس کے طول میں جو خفیف اضافہ ہوتا ہے اُس کی پیمائش کے لیے مختلف طریقے استعمال کیے جا سکتے ہیں:۔

(۱) کسی حیلی یا مناظری بیرم کے ذریعہ (لیوازیے[1] اور لاپلاس[2] کا طریقہ)

---

[1] Lavoisier　[2] Laplace

ایک معلوم تناسب میں اضافۂ طول کی تکبیر عمل میں لائی جاسکتی ہے۔

یہ پہلا طریقہ بالکل غیر صحیح ہے کیونکہ تکبیری جزو ضربی ۲ یا ۳ فی صدی کے اندر بالکل نامعلوم مقدار ہے۔

(۲) طول کے اضافہ کی پیمائش براہِ راست خُردہ پیما پیچ کے ذریعہ ہوسکتی ہے۔ معمولی کرویت پیما اس مقصد کے لیے استعمال کرسکتے ہیں۔

(۳) طول کا اضافہ، براہِ راست طریقہ پر دو خُردہ پیما یا کسر پیما خرد بینوں کو کام میں لاکر معلوم کرسکتے ہیں جب کہ زیرِ تجربہ سلاخ کا ہر سرا ایک ایک خُردبین کے ماسکہ پر لایا گیا ہو۔

یہ طریقہ مذکورۂ بالا دو طریقوں پر اس امر میں فوقیت رکھتا ہے کہ سلاخ کے ہر دو سروں پر مشاہدات عمل میں لائے جاتے ہیں اور اس میں کسی ایسے مفروضہ سے کام نہیں لیا جاتا کہ تمام دورانِ تجربہ میں سلاخ کا ایک سرا بالکل قائم رہتا ہے۔ یہ رائے[1] اور رامسڈن[2] کا طریقہ ہے۔

تجربہ ۸۵ — طولی پھیلاؤ کی شرح کی تعیین

مندرجۂ ذیل آلہ دوسرے طریقہ کی ایک مثال ہے۔ زیرِ تجربہ سلاخ کو ایک بھاپی پیرہن میں رکھتے ہیں جو دھاتی یا شیشے کی ایک ایسی نلی پر مشتمل ہوتا ہے جس میں سے بھاپ کی رَو گزار سکتے ہیں۔ سلاخ کے دونوں سرے، پیرہن سے کسی قدر باہر نکلے ہوتے ہیں اور جوڑوں کو کاگ یا ربر کی نلی کے ذریعہ بھاپ بند کیا جاتا ہے۔ سلاخ کے ہر سرے پر تپش کی پیمائش کے لیے تپش پیما لگے ہوتے ہیں۔ سلاخ کا ایک سرا دھات کی قائم گھنڈی کے ساتھ حالتِ تماس میں ہوتا ہے اور دوسرا سرا پھیلاؤ کے لیے آزاد رہتا ہے۔ اِس سرے کے پاس ایک خُردہ پیما پیچ جس کا سر درجہ دار ہوتا ہے (کرویت پیما) اس طرح ترتیب دیا جاتا ہے کہ پیچ کا محور بلحاظ سمت سلاخ کے محور سے منطبق ہوتا ہے۔ پیچ کے سرے اور سلاخ

[1] Roy　　[2] Ramsden

کے آزاد سرے کے درمیان تماس کی حالت کو قوتِ لمس کے ذریعہ محسوس کر سکتے ہیں۔ یا ایک چرخ برما (Ratchet) خردہ پیما استعمال کر سکتے ہیں جو تماس کے پیدا ہوتے ہی پھسل جائے۔ لیکن تماس کی وضع دکھانے کے لیے کوئی سا سادہ برقی طریقہ قابلِ ترجیح ہے۔

کسی وولٹائی خانے کے ایک قطب کا خردہ پیما پیچ کے ساتھ الحاق کیا جاتا ہے، اور دوسرا قطب ایک سادہ رَو پیما کے ایک سرے سے ملایا جاتا ہے۔ رَو پیما کے دوسرے سرے کو اُس گھنڈی سے ملاتے ہیں جس سے سلاخ کا دوسرا قائم سرا سہارا ہوا ہے۔ جوں ہی خردہ پیما پیچ کا سرا سلاخ کے سرے سے مَس کرتا ہے، برقی دَور پورا ہو جاتا ہے اور رَو پیما کی سُوئی منصرف ہو جاتی ہے۔

آلہ کو ترتیب دے لو اور معمولی تپش پر خردہ پیما پیچ کا مقروءہ حاصل کر لو جب کہ پیچ کے سرے کا سلاخ کے سرے سے تماس پیدا ہو جائے۔ یہ ترتیب متعدد مرتبہ دہرائی جانی چاہیے۔

اب خردہ پیما پیچ کو متعدد چکروں میں پیچھے گھما دو تاکہ پھیلاؤ کے لیے گنجائش پیدا ہو۔ بھاپی پیرہن میں جوشارہ سے بھاپ کی رَو گزار کر سلاخ کو گرم کرو۔ اور اُس وقت تک انتظار کرو کہ سلاخ مستقل تپش پر آجائے۔ ہر دو تپش پیماؤں کے مقروؤں کو پڑھ لو۔ پھر خردہ پیما پیچ کو تماس کے لیے مرتب کرو اور مقروءہ حاصل کرو۔ یہ مقروئے متعدد مرتبہ دُہرا لینے چاہییں۔ اس مقروءہ اور سابقہ کے مقروئے کے فرق سے سلاخ کے طول میں اضافہ معلوم ہو جائیگا۔

مشاہدات کی مدد سے سلاخ کے طولی پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو۔

تیسرا طریقہ دھاتی نلی کے طولی پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے

استعمال ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۸۶ ۔ دھاتی نلی کے طولی پھیلاؤ کی شرح کا تعین —— تقریباً ایک میٹر لمبی دھاتی نلی سروں کے قریب دو عرضی نشان کر دو ۔ کمرہ کی تپش پر اِن نشانوں کا درمیانی فاصلہ، دو متحرک خُرد بینوں کو ترتیب دے کر معلوم کرو جیساکہ خواصِ مادہ کے تجربہ ۴۲ میں گز اور میٹر کے مقابلہ کرنے میں بتایا جاچکا ہے ۔ خُردبینی ٹیکنوں کو سلیٹ کی تختی پر قائم کرنا مناسب ہے تاکہ نلی کو گرم کرنے سے خُردبینوں کے درمیانی فاصلے پر کوئی اثر نہ پڑسکے ۔ نشانوں کو پھر خُردبینوں کے ماسکوں پر لاؤ ۔ نلی میں سے بھاپ کی رَو گزارو ۔ نلی کو اس طرح ترتیب دو کہ اس کے ایک سرے کا نشان پہلی خُردبین کے صلیبی تار سے منطبق ہو جائے اور دُوسری خُردبین کو اِتنا ہٹاؤ کہ اس کا صلیبی تار دوسرے سرے کے نشان پر آجائے ۔ دُوسری خُردبین کو جس قدر ہٹانا پڑے وہ فاصلہ ناپ لو ۔ یہ فاصلہ نلی کے طول میں اضافہ ہے ۔ اس مفروضہ کی بناء پر کہ نلی ۱۰۰ م تک گرم کی گئی ہے طولی پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو ۔

۲-مائع کے پھیلاؤ (بسط) کی شرح

کسی مائع کے پھیلاؤ کی شرح کی تعریف دو مختلف طریقوں پر ہو سکتی ہے:-

(۱) صفر پھیلاؤ کی شرح —— کسی مائع کے پھیلاؤ کی شرح سے مراد وہ نسبت ہے جو ۰م کے اضافۂ تپش سے پیدا ہونے والے اضافۂ حجم اور ۰م کے حجم کے درمیان ہو ۔

بس اگر ح۰، ح۱ ۰م پر اور ۱۰م پر حجم ہوں اور ع پھیلاؤ کی شرح

تو

$$ع = \frac{ح_۱ - ح_۰}{ح_۰}$$

اگر ہم یہ فرض کرلیں کہ اضافہ تپش کے ساتھ شئے ہموار طریقہ پر پھیلتی ہے، یعنی تپش کے مساوی تغیرات کے جواب میں اگر حجم میں مساوی تغیرات واقع ہوتے ہوں تو کسی تپش ت پر حجم $ح_ت$ مساوات

$$ع = \frac{ح_ت - ح}{ح ت}$$ سے حاصل ہوگا۔

یا $ح_ت = ح (۱ + ع ت)$

(۲) دو تپشوں کے درمیان پھیلاؤ کی اوسط شرح

کوئی دو تپشوں کے درمیان پھیلاؤ کی اوسط شرح وہ نسبت ہے جو فی درجہ اضافہ تپش کے لیے حجم کے اضافے اور ابتدائی حجم کے درمیان ہو۔
چنانچہ اگر ت° اضافہ تپش سے حجم ح سے حَ میں تبدیل ہو جائے تو اوسط پھیلاؤ کی شرح

$$\frac{حَ - ح}{ح ت}$$ ہوگی

یاد رہے کہ یہاں یہ قید نہیں لگائی گئی ہے کہ ابتدائی تپش °م ہو۔ پانی جیسی شئے کے لیے جو ہموارانہ نہیں پھیلتی، پھیلاؤ کی شرح کی تعریف ایسی ہی ہونی چاہیے۔

مائع کی کثافت پر تپش کی تبدیلی کا اثر

فرض کرو کہ ح اور ث کسی مائع کی دی ہوئی کمیت کے لیے °م پر حجم اور کثافت کو ظاہر کرتے ہیں تو مائع کی کمیت ح ث ہوئی۔
فرض کرو کہ کسی دوسری تپش ت° م پر حَ اور ثَ، حجم اور کثافت کو تعبیر کرتے ہیں تو مائع کی کمیت حَ ثَ ہوئی۔ لیکن دونوں تپشوں پر کمیت ایک ہی ہے۔

لہذا $\text{ح ث} = \text{ح}_{\circ}\,\text{ث}_{\circ}$

یا $\dfrac{\text{ح}}{\text{ح}_{\circ}} = \dfrac{\text{ث}_{\circ}}{\text{ث}}$

لیکن $\dfrac{\text{ح}}{\text{ح}_{\circ}} = ۱ + \text{ع ت}$

لہذا حاصل ہوتا ہے $\dfrac{\text{ث}_{\circ}}{\text{ث}} = (۱ + \text{ع ت})$

یا $\text{ث}_{\circ} = \text{ث}\,(۱ + \text{ع ت})$

اِس مساوات اور ح والی مساوات میں جو فرق ہے اُس پر خیال رکھنا ضروری ہے۔ تپش میں اضافہ کا اثر عام طور پر یہ ہے کہ حجم میں اضافہ ہو لیکن کثافت میں کمی ہو جائے۔

پھیلاؤ کی شرح مساواتِ ذیل سے حاصل ہوتی ہے:—

$$\text{ع} = \frac{\text{ث}_{\circ} - \text{ث}}{\text{ث ت}}$$

اِسی طرح، دو تپشوں $\text{ت}_۱$ اور $\text{ت}_۲$ کے درمیان پھیلاؤ کی اوسط شرح کو اس طرح دکھا سکتے ہیں:—

$$\text{ع} = \frac{\text{ث}_۱ - \text{ث}_۲}{\text{ث}_۲(\text{ت}_۲ - \text{ت}_۱)}$$

جہاں $\text{ث}_۱$، $\text{ت}_۱$ پر اور $\text{ث}_۲$، $\text{ت}_۲$ پر کثافت ہے۔

پانی کے پھیلاؤ کی شرح تپش کے مختلف وقفوں کے لیے

اگر شئے مائع کی شکل میں ہو تو اس کی کثافت کی تبدیلی معلوم کرنا زیادہ آسان ہے بہ نسبت اس کے مائع کی دی ہوئی کمیت کے حجم کی تبدیلیاں دریافت کی جائیں۔ عموماً جو طریقہ مستعمل ہے، یہ ہے کہ کثافتِ اضافی کی بوتل کو خاص

نشان تک مختلف تپشوں پر مایع سے بھر بھر کر اس کے اندر موجودہ مائع کی مقدار کو تول لیا جاتا ہے۔

تجربہ ۸۷۔ پانی کا پھیلاؤ کثافتِ اضافی کی بوتل کے طریقے سے — اس صورت میں مائع کی کثافت بوتل کے اندر کے مائع کے وزن کے متناسب ہوتی ہے۔ ۱۰۰ مکعب سمر گنجائش کی کثافتِ اضافی کی ایک بوتل لے کر اُس کو خشک کرو اور تول لو۔ بوتل کو ۲°م اور ۷°م کی درمیانی تپش پر کے پانی سے خاص نشان تک بھر دو۔ بوتل اور پانی کو بحالتِ مجموعی تول لو۔

بوتل کو خالی کر دو۔ اور اُس کو ایک بن جنتر میں رکھ کر تقریباً ۲۰°م تک تپش کو بڑھاؤ۔ بن جنتر میں سے پانی لے کر اُس کو بھر دو اور پانی کی سطح کو بوتل کی گردن پر کے نشان تک ٹھیک کر لو جب کہ بوتل ابھی جنتر کے اندر ہی ہو۔ جنتر کی تپش دیکھ لو۔ جنتر میں سے پانی سے بھری ہوئی بوتل کو علٰحدہ کر دو اور بوتل کی بیرونی سطح کو احتیاط سے خشک کر لو اور پھر تول لو۔

بن جنتر کی تپش کو تقریباً ۴۰°م، ۶۰°م اور ۸۰°م کے لیے ترتیب دے کر بوتل کو ان تپشوں پر نشانِ معین تک بھر کر تجربے کو دہراؤ۔ تولنے کے دوران میں دونوں، بوتل اور پانی کافی ٹھنڈے ہو جائینگے اور مائع کی سطح بوتل کی گردن کے نشان سے نیچے اُتر جائیگی۔ اس کا کوئی خیال نہ کیا جائے۔ بوتل کے اندر مائع کی موجودہ مقدار وہی ہے جو جنتر کی تپش پر بوتل کو اُس نشان تک پُر کیے ہوئے تھی، سکڑاؤ کی وجہ سے اُس کی کمیت میں کوئی تغیر نہیں پیدا ہوتا۔

تاہم یہ ضروری ہے کہ بلند تپشوں پر حتی الوسع جلد سے جلد تول لیا جائے تاکہ تبخیر کے عمل سے وزن میں معتدبہ کمی واقع نہ ہو۔ گرم بوتل کے قریب اوپر کی جانب حملی رَو کی وجہ سے بھی

خطاء پیدا ہوگی اور اسی لیے یہ مناسب ہے کہ تولنے سے پہلے
بوتل کو ٹھنڈے پانی کے نل کے نیچے جلد ٹھنڈا کر لیا جائے۔
پہلی تپش ت۱ پر (۲° م اور ۷° م کے درمیان) بوتل
کو پُر کرنے والے پانی کی کمیت (گراموں میں) کو عدداً اُس تپش
پر برتن کے حجم ح کے برابر لے سکتے ہیں جب کہ تپش کے اِس
وقفہ کے لیے تجربہ کی صحت کے حدود کے اندر پانی کی کثافت
ایک گرام فی مکعب سمر ہو۔
دیگر تپشوں کے لیے جن پر مشاہدات کیے گئے ہیں بوتل کی گنجائش
ح کو ضابطہ

$$ح = ح_۱ (۱ + به (ت - ت_۱))$$

استعمال کرکے محسوب کرو، جہاں به شیشے کے مکعب پھیلاؤ کی شرح ہے۔
به کی قیمت تقریباً ۲۵ ۰۰۰۰۰ر۰ فی ۱° م فرض کی جاسکتی ہے۔
بوتل کے اندر پانی کی کمیت کو اُس تپش پر بوتل کے محسوب شدہ حجم
سے تقسیم کرکے ہر تپش پر پانی کی کثافت معلوم کرو۔ اِن مقداروں کو ذیل کی
جدول میں ترتیب دو:۔

تپش	بوتل میں مائع کی کمیت	بوتل کا حجم (محسوب شدہ)	مائع کی کثافت

۲۰° م اور ت۱° م پر کی کثافتیں معلوم کرو اور اِن دو تپشوں کے
درمیان پانی کے پھیلاؤ کی اوسط شرح ذیل کی مساوات سے حاصل کرو:۔

$$\text{اوسط عه} \ (ت_۱ \ \text{تا} \ ۲۰°) = \frac{ب_۱ - ث_{۲۰}}{ث_{۲۰} (۲۰ - ت_۱)}$$

نیز ۲۰°م تا ۴۰°م، ۴۰°م تا ۶۰°م اور ۶۰°م تا ۸۰°م کے لیے بھی اسی طریقہ سے پھیلاؤ کی اوسط شرح کو محسوب کرو۔

کثافت کی تبدیلی بلحاظ تپش ظاہر کرنے کے لیے ایک منحنی اور پھیلاؤ کی شرح کی تبدیلی بلحاظ تپش دکھانے کے لیے بھی ایک منحنی کھینچو۔

پھیلاؤ کی اوسط شرح ۲۰°م تا ۴۰°م عملی طور پر وہی ہے جو ۳۰°م پر پھیلاؤ کی شرح ہے۔ وعلیٰ ہذا۔

شیشے کے مغرق کے ذریعہ مختلف تپشوں پر پانی کی کثافت معلوم کرنا

شیشے کے مغرق کا وزن پانی میں مختلف تپشوں پر معلوم کرنے سے پانی کی کثافت کی تبدیلی بلحاظ تپش معلوم ہو سکتی ہے۔

فرض کرو کہ شیشے کے جوفہ کا حجم ۰°م پر ح ہے اور ب شیشہ کے مکعب پھیلاؤ کی شرح ہے تو کسی تپش ت°م پر جوفہ کا حجم ح = ح (۱ + ب ت) ہوگا۔ معمولی شیشے کے لیے ب کی قیمت تقریباً ۰.۰۰۰۰۲۵ ہے۔

اگر ثت، ت°م پر پانی کی کثافت کو ظاہر کرے تو پانی کے اندر بالکل ڈوبے ہوئے مغرق سے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن ح ثت = ح (۱ + ب ت) ثت۔ لیکن اصول ارشمیدس کی بناء پر یہ وزن پانی میں نقصانِ وزن کے برابر ہے۔ اس کو و رکھو۔

پس ح (۱ + ب ت) ثت = و

$$\text{اور}\quad ث_ت = \frac{و}{ح\,(۱ + ب\,ت)}$$

ح کی قیمت بالواسطہ طور پر اس طرح معلوم ہوگی کہ مغرق کا نقصانِ وزن معلوم کر لیا جائے جب کہ وہ ایسے پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہو جس کی

تپش تقریباً ۴° م ہے۔ اگر تپشیں ۴° م سے بہت دُور نہ ہوں تو پانی کی کثافت ایک گرام فی مکعب سم لے سکتے ہیں اور اِس طرح اِس تپش پر مغرق کا حجم فوراً معلوم ہو جاتا ہے۔

تجربہ ۸۸ — شیشے کے مغرق کے ذریعہ مختلف تپشوں پر پانی کی کثافت کا تعین

مغرق کی ایک سادہ اور سہل کار صورت یہ ہے کہ شیشے کے ایک جوفے کے اندر سیسے کے چھرّے ہوتے ہیں۔ جوفہ کو مُہر کرنے سے پہلے چھرّوں کی مقدار کو اِس طرح مرتب کر لینا چاہیے کہ جوفہ پانی کے اندر ڈوبنے کے لیے کافی وزنی ہو جائے۔ باریک تار کے ذریعہ جوفہ کو حسّاس ترازو کے ایک بازُو کے ساتھ لٹکا دیتے ہیں۔ اگر بند ڈبے کی کیمیائی ترازو استعمال کی گئی ہو تو ترازو دان کے پیندے میں ایک چھوٹا سا سُوراخ بھی ہونا چاہیے جس میں تار گزر سکے۔ ایک دُوسرا سوراخ اُس تختہ (Shell) میں بھی بنانا چاہیے جس پر ترازو دان رکھا ہو تاکہ تار اِن دو سوراخوں میں سے آزادی کے ساتھ گزر سکے۔ تار کے زیرین سرے سے مُغرق باندھ دیا جاتا ہے اور یہ پانی کے ایک بڑے برتن میں کلیتہً ڈبو دیا جا سکتا ہے۔ اور برتن کسی مطلوبہ تپش تک گرم کیا جا سکتا ہے۔ اُس مقام پر جہاں کہ تار پانی کی سطح میں سے گزرتا ہے، سطحی تناؤ کے اثر کو کم کرنے کے لیے تار کے قطر کو ۰.۱ مم سے زیادہ نہیں ہونا چاہیے۔

مغرق کا پہلے ہوا میں دھڑا کر لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد اس کو برتن کے اندر پانی میں بالکل ڈبو کر دوبارہ وزن کر لیا جاتا ہے۔ دونوں وزنوں کے فرق سے پانی میں نقصانِ وزن معلوم ہو جاتا ہے۔ پہلا مشاہدہ اُس وقت حاصل کیا جا سکتا ہے جب کہ پانی تقریباً ۴° م تپش تک ٹھنڈا کر دیا گیا ہو۔ پھر جنتر کو ۷۰° م یا ۸۰° م تک گرم کرو اور اس کو آہستہ آہستہ ٹھنڈا ہونے دو۔

اُس صورت میں جب کہ جنتر سرد ہو رہا ہو تپش کو قابو میں رکھنا اور تولنے کے دَوران میں اُس کو ایک قائم قیمت پر لے آنا زیادہ سہل ہے۔ بنسنی مشعل کے شعلہ کی جسامت یا جنتر سے نیچے اُس کے فاصلہ کو احتیاط سے بدل کر اُسے اِس طرح مرتب کرنا چاہیے کہ مشاہدہ کے وقت تپش مستقل رہے۔ مشاہدات کے دَوران میں پانی کو اچھی طرح ہلاتے رہنا ضروری ہے تاکہ ساری کمیت میں تپش ہموار رہے۔ نقصانِ وزن اور تپش کے مشاہدات ۱۰°م یا ۱۵°م کے وقفہ پر لینا چاہییں۔

پانی کی کثافت کو مختلف تپشوں پر بتانے کے لیے ایک جدول تیار کی جائے اور نتائج کو مربع دار کاغذ پر مرتسم کیا جائے۔ مشہودہ تپشوں کے متوالی یا متصلہ جوڑوں کے درمیان پانی کے پھیلاؤ کی اوسط شرحوں کا حساب لگاؤ۔

وزن تپش پیما

وزن تپش پیما شیشے کا ایک اُسطوانی جوفہ ہوتا ہے جس کی گردن کو کھینچ کر باریک نلی کی طرح بنا دیا جاتا ہے۔ اس نلی کو اس طرح موڑ دیتے ہیں کہ اُس کا کھلا سرا مائع کے برتن میں ڈوب سکے۔ اس آلہ کو مائع کے پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں۔ سادہ طور پر ہم اس کو یوں سمجھ سکتے ہیں کہ یہ ایک آلہ ہے جو کوئی سی دو معلوم تپشوں پر کسی مائع کثافتوں کا مقابلہ کرنے کے لیے کام میں لایا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ

ح = وزن تپش پیما کا حجم ۰°م پر۔

کٕ = مایع کی کمیت جو اُس کو ۰°م پر پُر کرتی ہے۔

کثٕ = مایع کی کثافت ۰°م پر۔

نیز فرض کرو کہ $\text{ح}_{\text{ت}}$، $\text{ک}_{\text{ت}}$، اور $\text{ث}_{\text{ت}}$ ت° در بر ان کی متناظر قیمتیں ہیں۔

اگر بہ شیشے کے مکعب پھیلاؤ کی شرح ہے تو

$$\text{ح}_{\text{ت}} = \text{ح}\,(\text{۱} + \text{بہ ت})$$

کثافت کی تعریف کی بناء پر ذیل کے رشتے حاصل ہوتے ہیں:۔

$$\text{ک}_{۰} = \text{ح ث}_{۰} \quad \text{اور} \quad \text{ک}_{\text{ت}} = \text{ح}_{\text{ت}}\,\text{ث}_{\text{ت}}$$

لہٰذا

$$\frac{\text{ک}_{۰}}{\text{ک}_{\text{ت}}} = \frac{\text{ح ث}_{۰}}{\text{ح}_{\text{ت}}\,\text{ث}_{\text{ت}}}$$

یا

$$\frac{\text{ث}_{۰}}{\text{ث}_{\text{ت}}} = \left(\frac{\text{ک}_{۰}}{\text{ک}_{\text{ت}}}\right)\left(\frac{\text{ح}_{\text{ت}}}{\text{ح}}\right)$$

$$= \frac{\text{ک}_{۰}}{\text{ک}_{\text{ت}}}\,(\text{۱} + \text{بہ ت})$$

لیکن صفحہ (۳۳۲) پر ثابت کیا جا چکا ہے کہ

$$\frac{\text{ث}_{۰}}{\text{ث}_{\text{ت}}} = (\text{۱} + \text{عہ ت})$$

جہاں عہ مائع کے مطلق پھیلاؤ کی شرح ہے۔

لہٰذا

$$(\text{۱} + \text{عہ ت}) = \frac{\text{ک}_{۰}}{\text{ک}_{\text{ت}}}\,(\text{۱} + \text{بہ ت})$$

اس مساوات کو عہ کے لیے حل کرنے سے ذیل کا رشتہ حاصل ہوتا ہے:۔

$$\text{عہ} = \frac{\text{ک}_{۰} - \text{ک}_{\text{ت}}}{\text{ک}_{\text{ت}}\ \text{ت}} + \text{بہ}\,\frac{\text{ک}_{۰}}{\text{ک}_{\text{ت}}}$$

یاد رہے کہ اس نتیجہ کے حاصل کرنے میں کسی تقربات سے کام نہیں لیا گیا۔
اگر تپش پیما کے جوفے کے پھیلاؤ کو نظر انداز کیا جائے تو ب = ۰ اور
مائع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح

$$\frac{ک_ب - ک_ت}{ک_ت}$$ ہے۔

تجربہ ۸۹ ۔ "وزن تپش پیما" کے ذریعہ گلسرین کے پھیلاؤ کی شرح کی تعیین ـــــ

خالی تپش پیما کا وزن معلوم کر لو۔ جوفے کو کامل احتیاط کے ساتھ بنسنی شعلہ پر گرم کرکے اور اُس کے منہ کو گرم گلسرین والے برتن میں ڈوبا ہوا رکھ کر تپش پیما کو گلسرین سے بھر دو۔ جیسے جیسے جوفہ سرد ہوگا گلسرین اُس کے اندر کھنچ آئیگی ۔ بار بار گرم اور سرد کرکے جوفہ کو گلسرین سے کمل بھر دینا چاہیے ۔ جب جوفہ کمرے کی تپش تک سرد ہو جائے تو اُس کو پگھلی ہوئی برف سے بھرے ہوئے ایک برتن میں اس طرح رکھ دو کہ وہ برف سے پورے طور پر گھرا رہے مگر اُس کا مُنہ گلسرین کے اندر ہی ڈوبا رہے ۔ جس وقت جوفہ ۰° م تک سرد ہو رہا ہو تو ایک چھوٹی سی پیالی یا کٹھالی کو تول لو ۔ تپش پیما کو برف سے نکال لو اور پیالی کو اس طرح رکھو کہ خارج ہونے والا مائع اُس میں رہے ۔ تپش پیما اور پیالی کو ایک ساتھ وزن کر لو ۔ اور تپش پیما کو ۰° م پر پُر کرنے والی گلسرین کی کمیت معلوم کرو۔

اس کے بعد تپش پیما کو پانی کے ایک منقارے میں رکھ کر نقطۂ جوش تک گرم کرو اور خارج ہونے والی گلسرین کو بہ جانے دو۔ تپش پیما کو نکال لو اور اُس کو کمرے کی تپش تک ٹھنڈا ہونے دو ۔ مائع سکڑ جائیگا لیکن اس پر بھی مائع کی کمیت وہی ہے جو تپش پیما کو ۱۰۰° م پر پُر کرتی ہے ۔ تپش پیما کو دوبارہ تول لو اور

گلسرین کی کمیت اخذ کرو۔

گلسرین کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو۔ شیشے کے پھیلاؤ کی شرح کو معلوم مان کر مطلق پھیلاؤ کی شرح بھی محسوب کرو۔

حجم بسط پیما

بسط پیما میں ایک اسطوانی جوفہ ہوتا ہے جس پر ایک سیدھی درجہ دار نلی لگی ہوتی ہے۔ اگر تنے پر کے پہلے نشان تک جوفہ کا حجم معلوم ہو اور نلی کے ایک درجہ کا متناظر حجم بھی معلوم ہو تو یہ آلہ کسی مائع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے استعمال ہوسکتا ہے۔

تجربہ ۹۰ ۔ کسی مائع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح کا تعین بسط پیما کے ذریعہ

پہلے خالی بسط پیما کو تول لو۔ اس کے بعد ایک معلوم کثافت کا مائع لے کر تنے کے پہلے نشان تک بھر لو۔ اور پھر تول لو۔ اس طرح معلوم شدہ کمیت سے جوفہ کا حجم محسوب کرو۔ تنے کے سرے کے قریب والے کسی نشان تک بسط پیما کو بھر دو اور پھر تول لو۔ تنے کے ایک معین طول کو پُر کیے ہوئے مائع کی کمیت معلوم کرلو اور تنے کے اس طول کا حجم محسوب کرو۔ پیمانے کے ایک درجہ کے متناظر حجم کو اخذ کرو۔

کسی مائع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح معلوم کرنے کے لیے جوفے اور تنے کے کچھ حصے کو مائع سے بھر دو اور برف میں رکھ کر تمام کا تمام ۰° م تک ٹھنڈا کرو۔ تنے میں مائع کا مقام پڑھ لو۔ پھر بن جنتر میں رکھ کر کسی معلوم تپش تک گرم کرو اور تنے میں مائع کا مقام دوبارہ دیکھ لو۔ ان مقروؤں کے متناظر حجموں کا حساب لگاؤ۔ ضابطہ حِ = ح (۱ + ع ت) کی مدد سے ظاہری پھیلاؤ کی شرح محسوب کرو۔

۴۔ گیسوں کا پھیلاؤ

مستقل دباؤ پر ہوا کا پھیلاؤ

جب کسی گیس کی ایک دی ہوئی کمیت مستقل دباؤ کے تحت اضافۂ تپش کے اثر سے پھیلتی ہے تو مساواتِ ذیل سے حجم اور تپش کے مابین رشتہ ظاہر ہوتا ہے :-

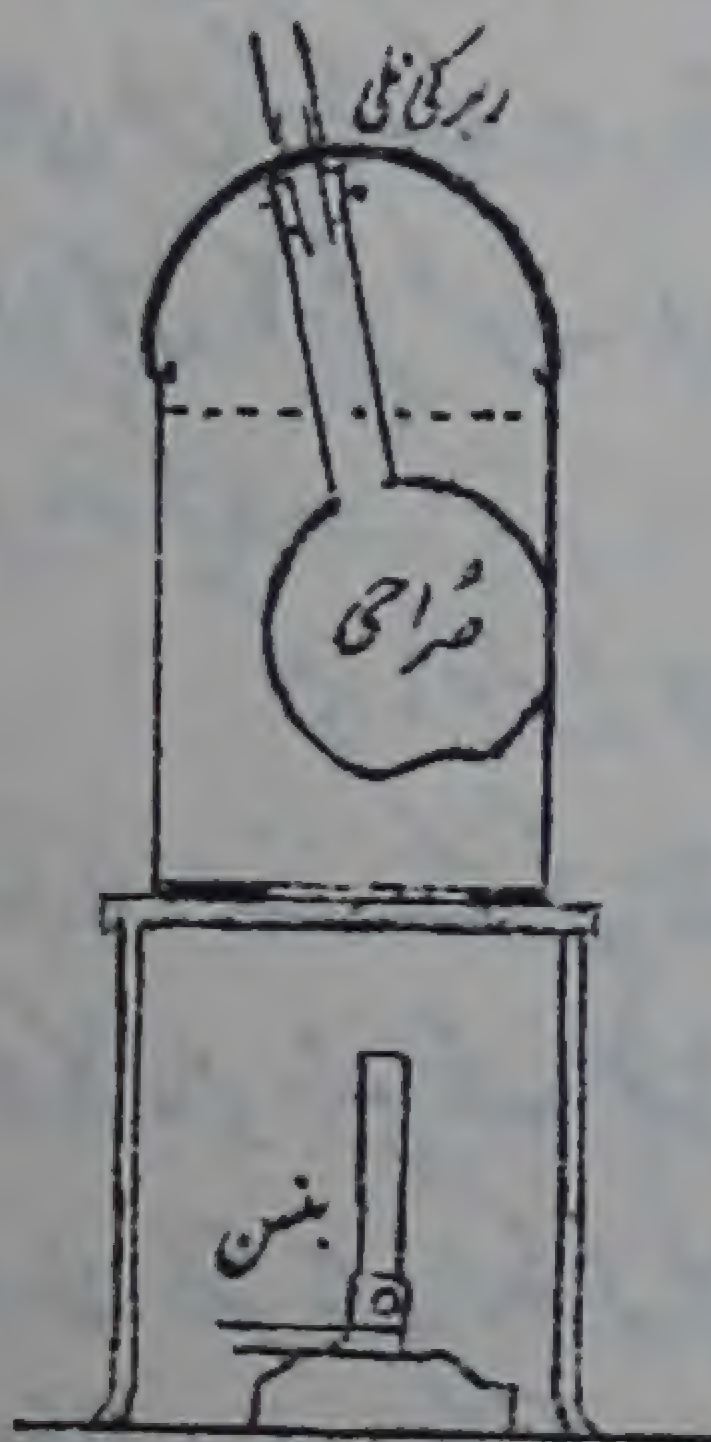
$$ح_{ت} = ح\ (۱ + ع\ ت)$$

جہاں $ح_{ت}$ سے ت° م پر گیس کا حجم تعبیر ہوتا ہے اور ح سے صفر° م پر حجم۔ اور ع کو پھیلاؤ کی شرح کہتے ہیں یا مستقل دباؤ پر اضافۂ حجم کی شرح۔ یہ مساوات کلیۂ شارلز[1] کو علاماتِ ریاضی میں ظاہر کرتی ہے جو یہ بیان کرتا ہے کہ جب گیس کی ایک مقررہ کمیت مستقل دباؤ کے تحت پھیلتی ہے تو تپش کے ہر درجہ کے اضافہ کے لیے حجم میں صفر° م کے حجم کی ایک معین کسر کا اضافہ ہوتا ہے۔

تجربہ ۹۱۔ مستقل دباؤ پر ہوا کے پھیلاؤ کی شرح کی تعیین —— ۲۰۰ یا ۴۰۰ مکعب سم گنجائش کی ایک صراحی کے ساتھ ربر کی ایک چست روک ڈاٹ کا انتظام ہوتا ہے جس میں سے شیشے کی ایک چھوٹی نلی گزرتی ہے۔ نلی کا زیرین سرا روک ڈاٹ کے ساتھ ہموار ہونا چاہیے اور بالائی سرا

ربر کی نلی

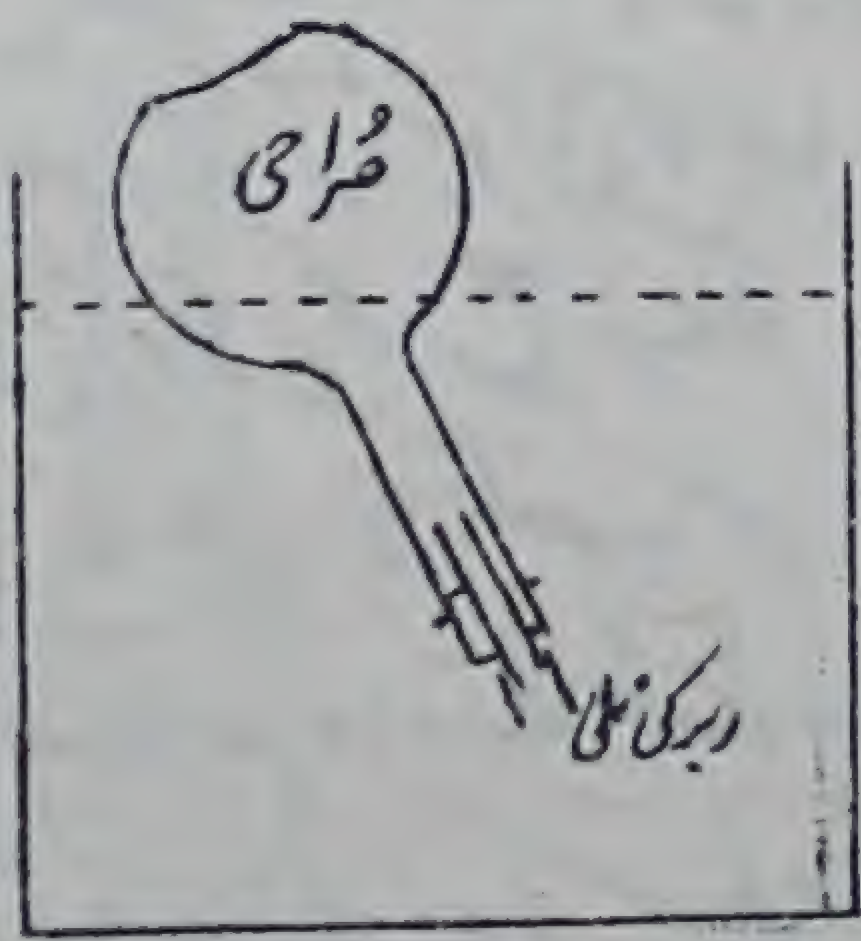
صراحی

بنسن

شکل ۱۱۶۔ نقطۂ جوش تک صراحی گرم کی گئی

[1] Charles

روک ڈاٹ سے اوپر ۲ یا ۳ سمر سے زیادہ نکلا ہوا نہیں ہونا چاہیے
شیشے کی نلی کے باہر نکلے ہوئے حصہ سے تقریباً ۵ سمر لمبا ربر کی نلی
ٹکڑا جوڑ دیا جاتا ہے۔

صراحی، ڈاٹ اور نلی اچھی طرح خشک کر لیئے جائیں۔ خشک کرنے کا
عمل آلہ کو بتھیلی رُوح سے دھو کر اور اُس میں سے ہوا کی رَو گزار کر
پورا کر سکتے ہیں۔ اب خشک صراحی کا وزن و۱ معلوم کر لیا
جاتا ہے۔

اس کے بعد ڈاٹ لگی ہوئی صراحی کو پانی کے ایک برتن
میں رکھتے ہیں جو رفتہ رفتہ نقطۂ جوش تک گرم کیا جاتا ہے۔ اگر برتن
میں تار کا دستہ لگا ہوا ہو تو اس سے پانی میں ڈوبی ہوئی صراحی
کے پکڑنے کا کام لیا جا سکتا ہے (شکل ۱۱۶)۔ نقطۂ جوش پر
پہنچ چکنے کے بعد کم سے کم ۵ منٹ تک صراحی کو پانی کے اندر
ہی رکھا رہنے دیا جائے تاکہ اندر کی ہوا جوش کھاتے ہوئے
پانی کی تپش پر، جس کو ہم ۱۰۰°ھ فرض کرینگے، پہنچ جائے۔
اس کے بعد ربر کی نلی کو انگوٹھے اور انگلی کے درمیان مضبوطی کے ساتھ
دبا دیا جاتا ہے اور صراحی کو تیزی کے ساتھ اُس برتن سے
باہر نکال کر ٹھنڈے پانی
کے ایک بڑے برتن میں اوندھا
دیتے ہیں (شکل ۱۱۷)۔
جوں ہی ڈاٹ ٹھنڈے
پانی کی سطح سے نیچے ہو جاتی
ہے، ربر کی نلی کو چھوڑ دیا جاتا
ہے تاکہ ٹھنڈا پانی صراحی میں
داخل ہو سکے۔ صراحی کی گردن کو
نیچے کی طرف ہی رکھ کر صراحی کو

شکل ۱۱۷۔ صراحی ٹھنڈے پانی میں

کئی منٹ تک پانی کے اندر ڈوبا ہوا رکھنا چاہیے تا کہ اُس کا مافیہ پانی کی تپش پر آجائے۔ فرض کرو کہ تپش ت° م ہے۔ اس کے بعد صراحی کو اونچا کیا جاتا ہے۔ یہاں تک کہ پانی کی سطح صراحی کے اندر بھی وہی ہو جاتی ہے۔ جو باہر کی سطح ہے۔ یعنی یہاں تک کہ اندر کی ہوا کا دباؤ وہی ہو جائے جو کرۂ ہوائی کا دباؤ ہے۔ جب یہ شرط پوری ہو جاتی ہے تو ربر کی نلی کو داب کر بند کر دیتے ہیں اور صراحی کو پانی سے باہر نکال لیا جاتا ہے اور پھر اُس کو سیدھا کر دیتے ہیں۔ بیرونی سطح کو خشک کر کے صراحی کو تول لیا جاتا ہے۔ فرض کرو کہ یہ وزن $و_۲$ ہے۔

اس کے بعد صراحی کو ٹھنڈے پانی سے بالکل بھر دیتے ہیں اور ڈاٹ لگا دیتے ہیں تا کہ پانی شیشے کی نلی کو بھی بھر دے اور وزن $و_۳$ معلوم کر لیا جاتا ہے۔

ساری صراحی کو بھرنے والے پانی کا وزن ($و_۳ - و_۱$) گرام ہے۔ لیکن ایک گرام پانی ۱ مکعب سمر جگہ گھیرتا ہے۔ پس بوتل کا حجم $و_۳ - و_۱$ مکعب سمر ہے۔ اب جب کہ بوتل جوش کھاتے ہوئے پانی میں تھی تو اُس کے اندر کی ہوا تمام حجم کو پُر کیے ہوئے تھی اور دباؤ کرۂ ہوائی کا تھا۔

فرض کرو کہ یہ حجم $ح_۱$ ہے تو

$$ح_۱ = و_۳ - و_۱ \text{ مکعب سمر}$$

جب صراحی ت° م والے ٹھنڈے پانی میں رکھی گئی تو ہوا کا حجم گھٹ گیا یہاں تک کہ $ح_ت$ ہو گیا ذرا غور کرو تو معلوم ہو گا کہ

$$ح_ت = و_۳ - و_۲ \text{ مکعب سمر}$$

در اصل صورتِ حال یہی ہے کیونکہ اس کمتر تپش پر ہوا اُس قدر حجم گھیرے ہوئے تھی جس قدر کہ بوتل کے اندر چڑھا ہوا پانی پُر نہیں کرتا تھا اس طرح حجم $ح_۱$ اور $ح_ت$ معلوم ہو جاتے ہیں۔

لیکن یہ ضروری ہے کہ ان حجموں کو °۰م کے حجم پر تحویل کریں۔ تا کہ پھیلاؤ کی شرح کا حساب لگایا جائے۔ یعنی ہمارے پاس دو مساواتیں ہیں:-

$$ح_{۱۰۰} = ح\,(۱ + ۱۰۰\,عہ)$$
$$ح_{ت} = ح\,(۱ + ت\,عہ)$$

جن میں دو مجہول مقادیر ہیں۔

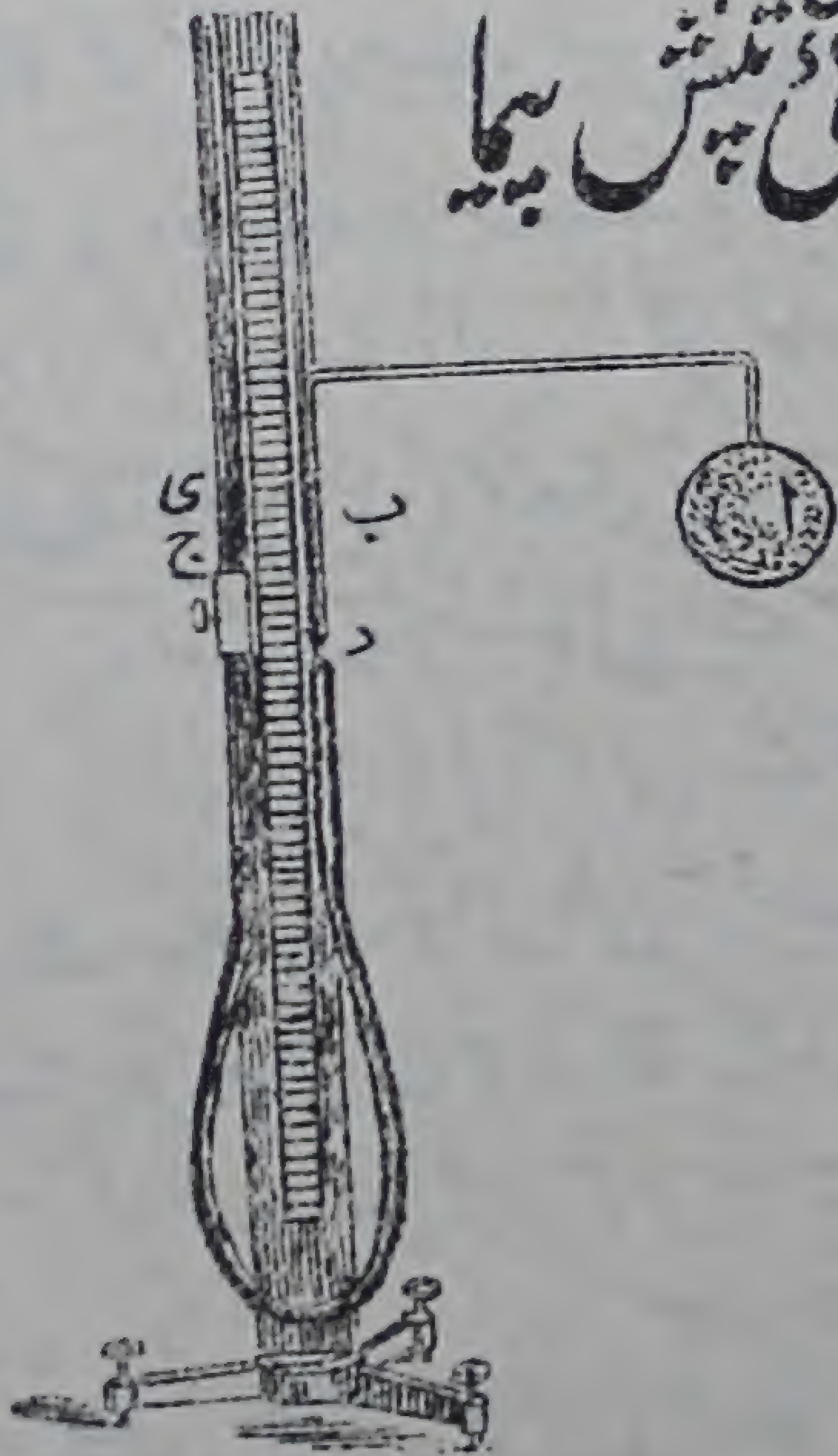
پہلی مساوات کو دوسری سے تقسیم کرو تو

$$\frac{ح_{۱۰۰}}{ح_{ت}} = \frac{۱ + ۱۰۰\,عہ}{۱ + ت\,عہ}$$

اس سے مندرجۂ ذیل رشتہ حاصل ہوتا ہے۔

$$عہ = \frac{ح_{۱۰۰} - ح_{ت}}{۱۰۰\,ح_{ت} - ت\,ح_{۱۰۰}}$$

اور اس رشتہ سے عہ کی قیمت محسوب ہو سکتی ہے۔

مستقل حجم والا ہوائی تپش پیما

جب کسی گیس کی ایک معین کمیت ایسے برتن میں رکھی جائے جس کا حجم غیر متغیر رہتا ہے تو گیس کی وجہ سے برتن کی دیواروں پر جو دباؤ پڑتا ہے، وہ تپش کے اضافے کے ساتھ ساتھ بڑھتا جاتا ہے۔ گیس کے دباؤ اور تپش کے مابین رشتہ اس آلہ کے ذریعہ جانچ سکتے ہیں جس کو **مستقل حجم والا گیسی تپش پیما** کہتے ہیں۔ اور جس کو جولی (Jolly) نے ۱۸۷۴ء میں تیار کیا تھا۔

شکل ۱۱۸
جولی کا مستقل حجم والا گیسی تپش پیما

گیس شیشے کے فانوس ا (شکل ۱۱۸) میں رکھی جاتی ہے جس کو کسی مطلوبہ تپش تک پانی یا تیل کے جنتر کی مدد سے، جس میں وہ رکھا جاتا ہے، گرم کر سکتے ہیں۔ اس فانوس کو دباؤ کی پیمائش کے لیے باریک سوراخ کی ایک شیشے کی نلی کے ذریعہ پارے کے فشار پیما کے ساتھ ملحق کر دیتے ہیں۔ فشار پیما یں شیشے کی دو بہت چوڑی نلیاں ب د اور ی ج ہوتی ہیں جو ایک لمبی ربر کی نلی سے ملادی جاتی ہیں۔ اس میں پارا اتنی کافی مقدار میں ہوتا ہے کہ ربر کی نلی اور شیشے کی چوڑی نلیوں کا کچھ حصہ بھر جاتا ہے۔ شیشے کی نلی ی ج کو اونچا نیچا کر کے ب د میں پارے کی سطح کو مرتب کر سکتے ہیں یہاں تک کہ پارے کی ہلالی سطح شیشے کے نمایندہ کی نوک کو عین چھولے۔ یہ نمایندہ چوڑی اور تنگ نلیوں کے مقام اتصال کے قریب ب کے اندر لگا ہوتا ہے۔

آلے کے استعمال کے دوران میں ب د کے اندر پارے کی ہلالی سطح کا اس خاص وضع میں ہونا ضروری ہے تاکہ فانوس ا اور باریک نلی کے اندر گھری ہوئی گیس کا حجم مستقل رہے۔ گیس کی وجہ سے پڑنے والا دباؤ، مقام ب پر کے پارے کی سطح پر دباؤ کے برابر ہے۔ یہ دباؤ اس طرح معلوم ہوتا ہے کہ ب پر پارے کی سطح پر واقع ہونے والا دباؤ بھی شمار کیا جائے۔ مشاہدات حاصل کرتے وقت کرہ ہوائی کا دباؤ بار پیما کی بلندی پڑھ کر معلوم کر لینا چاہیے۔

آگے آلے کے استعمال سے متعلق تین امور پر زور دینے کی ضرورت ہے:۔

ا۔ پارے کی سطحوں کے مابین فرق کو صحت کے ساتھ معین کرنے کے لیے یہ ضروری ہے کہ آلہ کو اس طرح ترتیب دیا جائے کہ نلیاں ج اور د اُس پیمانہ سے بہت ہی قریب ہوں جو ارتفاع ناپنے کے لیے استعمال کیا گیا ہو۔

۲۔ دباؤ کی تعیین اُس وقت عمل میں لائی جائے جب کہ گیس کی تپش مستقل ہو۔ جس جنتر میں ا کو ڈبویا گیا ہو اُس کی تپش کو مستقل رکھنے کے متعلق کافی احتیاط کرنی چاہیے جب کہ ی ج کو

مرتب کیا جا رہا ہو اور پارے کی سطحوں کے مابین فرق کا مشاہدہ کیا جا رہا ہو۔ یہ عمل زیادہ سہولت کے ساتھ اُس وقت ہو سکتا ہے جب کہ تپش گر رہی ہو۔ بہ نسبت اُس وقت کے جب کہ تپش بڑھ رہی ہو۔ لہٰذا یہ قرین مصلحت ہے کہ جس اعظم تپش تک تجربہ کرنا ہو اُس تپش تک جنتر کو گرم کر دیا جائے اور پھر جنتر کو آہستہ آہستہ سرد ہونے دیا جائے۔ چونکہ اس میں وقت کا کافی صرفہ ہے۔ اس لیے مناسب یہ ہے کہ جنتر کو کسی مطلوبہ تپش سے ایک یا دو درجہ کا زیادہ گرم کر کے شعلہ ہٹا لیا جائے۔ اب پانی کو اچھی طرح ہلایا جائے یہاں تک کہ وہ مطلوبہ تپش تک ٹھنڈا ہو جائے۔ پانی کے ٹھنڈا ہونے کے دوران میں تقریباً طور پر پارے کی بلندی مرتب کر لی جاتی ہے اور اُس کو ٹھیک قیمت پر لاتے ہیں۔ جب یہ تپش پہنچ جاتی ہے تو اُس وقت مفروضہ حاصل کر لیا جاتا ہے۔ اس کے بعد سارے جنتر کو تیزی کے ساتھ دوسری مطلوبہ تپش سے کسی قدر زیادہ گرم کرتے ہیں۔ اور پھر وہی عمل دُہرایا جاتا ہے۔

تجربہ کی کامیابی کا انحصار اس امر پر ہے کہ جوفہ کے اندر گیس کی تپش ٹھیک وہی ہو جو کہ باہر جنتر کی تپش ہے اور اس امر پر بھی کہ اس تپش کا تعین صحت کے ساتھ کیا گیا ہو۔

۳۔ جب جنتر کو سرد ہونے دیا جاتا ہے تو اس امر کی بڑی احتیاط کرنی چاہیے کہ گیس کے دباؤ میں کمی کے اثر سے ب د کے اندر کا پارا جوفہ ا کے اندر نہ کھنچ آئے۔ اس احتمال کو دور کرنے کے لیے نلی ی ج کو اتنا نیچے کر دو کہ ب د کے اندر کا پارا نلی کے سرے سے کافی نیچا رہے۔ جب تجربہ ختم کر دیا جائے تو نلی ی ج کو اس طریقہ پر ہمیشہ نیچے کر دینا چاہیے۔

تجربہ ۹۲۔ ہوا کی ایک مستقل کمیت کے دباؤ کی تبدیلی تپش کے ساتھ جب کہ تپش پارے کے تپش پیما کے ذریعہ معلوم کی گئی ہو۔۔ ہوائی تپش پیما

کے جوفہ کو گرم کرنے کے لیے پن جنتر اور پن جنتر کی تپش لینے کے لیے پارے کا تپش پیما استعمال کرو۔ پانی کو نقطۂ جوش تک گرم کرو اور جب تپش مستقل ہو جائے تو تپش پیما کو پڑھ لو۔ فشار پیما میں پارے کو ترتیب دے کر ب اور ی کا ارتفاع پڑھ لو۔ اس کے بعد تپش کو تقریباً ۲۰° گرنے دو اور دوبارہ تپش اور دباؤ کے مقدار حاصل کر دیجیے بعد دیگرے مقدروں کے درمیان تپش کو تقریباً ۲۰° گرنے دو اور اس طرح مشاہدات کا ایک سلسلہ حاصل کرو۔ یا مختلف تپشوں پر پارا اس وقت بھی مرتب کیا جا سکتا ہے جب کہ تپش بڑھ رہی ہو بشرطیکہ اوپر فقرہ ۲ میں بیان کردہ احتیاطیں برتی گئی ہوں۔ اس صورت میں آخری تپش ۱۰۰° م ہوگی۔

نتائج کو مندرجہ ذیل طریقہ پر قلمبند کرو۔

بار پیما کی بلندی = ...

نمایندہ نشان کی بلندی ب پر = ...

تپش	ی کا ارتفاع	ارتفاع کا فرق (ی - ب)	ا میں دباؤ

اب دباؤ کو معین اور تپش کو فصلہ مان کر ہوا کے دباؤ اور اس کی تپش کے مابین رشتہ ترسیمی طریقہ پر ظاہر کرنا چاہیے۔ اس طرح حاصل شدہ نقطے تقریباً ایک خطِ مستقیم پر ہونے چاہییں۔ ان نقطوں میں سے گزرتا ہوا ایک ایسا خط کھینچو کہ خط کے اوپر کی جانب اسی قدر نقطے واقع ہوں جتنے کہ نیچے کی طرف ہیں۔ اس خط کے ذریعہ جس کو تجربے کے نتائج کا اوسط بتانے والا فرض

کر سکتے ہیں، دو منتخبہ تپشوں $ت_1$ اور $ت_2$ کے متناظر دباؤ معلوم کرو۔ فرض کرو کہ یہ دباؤ $د_1$ اور $د_2$ ہیں۔

اگر گیس کے دباؤ کی شرح اضافہ بلحاظ تپش عہ ہو تو ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$د_1 = د_0 \left(1 + \text{عہ}\, ت_1\right)$$

$$د_2 = د_0 \left(1 + \text{عہ}\, ت_2\right)$$

ایک مساوات کو دوسری سے تقسیم کر کے ہم $د_0$ کو ساقط کر سکتے ہیں اور اس طرح مندرجۂ ذیل رشتہ حاصل ہوگا۔

$$\frac{د_1}{د_2} = \frac{1 + \text{عہ}\, ت_1}{1 + \text{عہ}\, ت_2}$$

اس کو عہ کے لیے حل کریں تو حاصل ہوگا۔

$$\text{عہ} = \frac{د_2 - د_1}{د_1 ت_2 - د_2 ت_1}$$

اس مساوات کی مدد سے عہ کی قیمت محسوب کرو۔

اگر ہم چاہیں تو منتخبہ تپشوں کو $ت_1 = ۰$م اور $ت_2 = ۱۰۰$م لے سکتے ہیں۔ ترسیم کی مدد سے ان کے متناظر دباؤ $د_0$ اور $د_{100}$ معلوم کرو اور عہ کو مساواتِ ذیل کی مدد سے محسوب کرو:۔

$$د_{100} = د_0 \left(1 + \text{عہ}\, 100\right)$$

اس کے لیے ترسیم کو استعمال شدہ کمترین تپش سے آگے بڑھانا چاہیے۔ اور اسی بڑھائی ہوئی ترسیم کے ذریعہ دباؤ حاصل ہوگا۔

تجربہ ۹۳۔ مستقل حجم والے ہوائی تپش پیما کی مدد سے کسی شئے کے نقطۂ اماعت کی تعیین۔

اس تجربہ میں پارے کا تپش پیما استعمال کرنے کی ضرورت

نہیں ہے لیکن مستقل حجم والے ہوائی تپش پیما کے ذریعہ بنایا ہوا تپش کا پیمانہ کام میں لایا جائے۔ اولاً تپش پیما کے "ثابت نقطوں کو متعین کرو۔ جب کہ جوفہ کے اطراف جنتر میں برف ہو تو جوفہ کے اندر ہوا کا دباؤ معلوم کر کے نیچے کا ثابت نقطہ متعین کر سکتے ہیں۔ فرض کرو کہ یہ دباؤ د ہے۔ جب جنتر نقطۂ جوش پر ہو تو جونے کے اندر ہوا کا دباؤ دیکھ کر اوپر کے ثابت نقطے کی تعیین کرو۔ دراصل دیکھا جائے تو یہ ضروری ہوگا کہ جوفے کے اطراف معیاری دباؤ پر خالص پانی سے بنی ہوئی بھاپ ہونی چاہیے تا کہ یہ نقطہ صحت کے ساتھ حاصل ہو۔ موجودہ غرض کے لیے یہ کافی ہوگا کہ جوفے کو پن جنتر میں جوش کھاتے ہوئے پانی سے گھیر دیا جائے۔ فرض کرو کہ اس کے متناظر دباؤ د۱ ہے۔ تو

$$د_۱ = د \left(۱ + ع_م ۱۰۰ \right)$$

اس طرح ع م کی قیمت تجربہ سے براہِ راست معلوم ہوسکتی ہے۔

اب پن جنتر میں پانی کی تپش کو مرتب کرو۔ یہاں تک کہ وہ ٹھوس شے کے نقطۂ اماعت کے برابر ہو جائے۔ اس مقصد کے لیے ٹھوس کی ایک خفیف سی مقدار پتلی دیوار والی شعری نلی میں رکھی جاسکتی ہے۔ جس کو پن جنتر میں ڈبویا جا سکتا ہے۔ اس تپش کے متناظر دباؤ پڑھ لو۔

تو مستقل حجم والے ہوائی تپش پیما کے پیمانہ پر ہمیں حاصل ہوگا۔

$$د = د \left(۱ + ع_م ت \right)$$

جہاں ت مادہ تپش ہے جس کا تعین مطلوب ہے۔ اور ع م کی وہی قیمت ہے جو تجربے کے ذریعے پہلے ہی معلوم ہو چکی ہے۔

تپش ت کو اس مساوات کے ذریعہ محسوب کرو۔

گیسوں پر تجربوں کے نتائج جو بائل، اور شارل کے کلیوں میں بیان کیے گئے ہیں ایک ہی جملے

$$د ح = م ت$$

کے ذریعہ بتائے جا سکتے ہیں جہاں د دباؤ، ح گیس کی ایک دی ہوئی کمیت کے حجم کو ظاہر کرتی ہے، اور ت مطلق تپش ہے یعنی وہ تپش جو ہئی پیمانہ کے نقطۂ انجماد سے ۲۷۳° م نیچے سے شمار کی جاتی ہے۔

م ایک مستقل ہے جو بالعموم **گیسی مستقل** کہلاتا ہے۔

گیسوں سے متعلق حسابات لگانے میں اسی جملے کو استعمال کرنا چاہیئے سوائے اُن صورتوں کے جبکہ گیس کی شرح عمل تجرباتی مشاہدات کے ذریعہ معلوم کرنی ہو۔

اگر گیس کی اکائی کمیت پر غور کیا جائے تو ح = $\frac{1}{ث}$ جہاں ث گیس کی کثافت ہے اور گیسی مساوات کو اس طرح لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{د}{ث} = م ت$$

اس مساوات میں م گیسی مستقل ہے جو گیس کے ایک گرام کے لیے شمار کیا جائیگا۔

کسی شئے کا **گرام سالمہ**، شے مذکور کی وہ کمیت ہے جس میں اُتنے ہی گرام ہوں جتنی کہ اُس شئے کے سالمی وزن میں اکائیاں موجود ہیں۔ گیس کے ایک گرام سالے کا حجم طبعی تپش اور دباؤ پر ۲۲۴۱۲ مکعب سمر ہوتا ہے۔ ۷۶۰ مم پارے کے تناظر کرہ ہوائی کا دباؤ ۴۵° بلد اور ۵۴° عرض اور سطح سمندر پر ۱۰۱۳۲۰۰ ڈائن فی مربع سنٹی میٹر ہوتا ہے لہذا ایک گرام سالمہ کے لیے گیسی مستقل

$$م = \frac{د ح}{ت}$$

$$= \frac{۱۰۱۳۲۰۰ \times ۲۲۴۱۲}{۲۷۳٫۱}$$

= $۸٫۳۱۵ \times ۱۰^{۷}$ ارگ فی درجہ گرام سالمہ

= ۱٫۹۸۷ حرارے فی درجہ فی گرام سالمہ

کسی گیس کے ایک گرام سالمے کے لیے م معلوم کرنا ہو تو اِس عدد کو گیس کے سالمی وزن سے تقسیم کردینا چاہیے۔

———(✢)———

فصل سُوم

حرارہ پیمائی

۱۔ حرارت کی مقداروں کی پیمائش

حرارہ پیمائی کے مضمون میں حرارت کی مقداروں کی پیمائش سے بحث کی جاتی ہے۔ اکائی مقدار حرارت وہ مقدار ہے جو پانی کی اکائی کمیت کی تپش کو ایک درجہ بڑھانے کے لیے درکار ہو۔ جو اکائی عملی کاموں میں عموماً مستعمل ہے، وہ حرارہ ہے جس کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ کسی مخصوص تپش پر حرارت کی وہ مقدار جو ایک گرام پانی کی تپش کو ۱° م بڑھانے کے لیے درکار ہو۔ یہ مقدار ۰° م اور ۱۰۰° م کے درمیان مختلف تپشوں پر بالکل وہی نہیں ہے بلکہ تقریباً وہی ہے۔ مثلاً ۱۵° م کا حرارہ ۲۰° م کے حرارے سے بقدر ایک ہزار میں ایک حصے کے بڑا ہے۔ ذیل کے بیان میں یہ خفیف تبدیلیاں نظر انداز کر دی جائینگی۔ پس پانی کے ک گراموں کی تپش کو ت۱° م سے ت۲° م تک بڑھانے کے لیے حراروں کی مطلوبہ تعداد

ح = ک (ت۲ − ت۱)

کسی جسم کی تپش کو ۱° م بڑھانے کے لیے ایک خاص مقدار حرارت درکار ہوتی ہے۔ اِس مقصد کو جسم کی گنجائش حرارت کہتے ہیں۔ کسی جسم کا

آب مساوی پانی کی اُس مقدار کو کہتے ہیں جس کی تپش کو ۱ْ م بڑھانے کے لیے اُسی قدر حرارت کی ضرورت ہے جس قدر جسم مذکور کو۔ آبِ مساوی کی مقدار (گراموں میں) عدداً گنجائش حرارت (حرارے فی درجہ مئی) کے برابر ہوتی ہے۔

اگر کسی جسم کا آبِ مساوی و گرام ہو تو اُس جسم کی تپش کو ت۱ْ م سے ت۲ْ م تک بڑھانے کے لیے حرارت کی مقدار:

ح = و (ت۲ - ت۱)

کسی شئے کی اکائی کمیت کی گنجایش یا حرارتِ نوعی حراروں کی وہ تعداد ہے جو اُس شئے کے ایک گرام کو ۱ْ م بڑھانے کے لیے درکار ہو۔ اگر کسی جسم کی حرارتِ نوعی کو نخ حرارے فی گرام فی درجہ مئی سے ظاہر کریں تو اُسی شئے کے ک گراموں کی تپش ت۱ْ م سے ت۲ْ م تک لانے میں حرارت کی مطلوبہ مقدار۔

ح = ک نخ (ت۲ - ت۱)

حرارت کی مقداروں کی پیمائش سے متعلق یہ بنیادی مساوات ہے۔

اِس مساوات کا مقابلہ گزشتہ مساوات سے کرنے پر ہم دیکھتے ہیں کہ آبِ مساوی و = ک نخ۔ پس کسی جسم کا آبِ مساوی اِس طرح محسوب ہو سکتا ہے کہ جسم کی کمیت اور اُس کی حرارتِ نوعی کا حاصلِ ضرب لیا جائے۔

حرارہ پیما

وہ برتن جو مقدارِ حرارت کی پیمایش کے لیے استعمال ہوتا ہے، حرارہ پیما کہلاتا ہے۔ اِس کو اِس طرح ترتیب دینا چاہیے کہ حتی الامکان بیرونی اجسام سے اِس میں یا اِس سے بیرونی اجسام میں حرارت منتقل نہ ہونے

پائے۔ حرارت کا یہ انتقال، ایصال، حمل، یا اشعاع حرارت کی شکل میں وقوع پذیر ہوسکتا ہے۔ ایصالِ حرارت کو روکنے کے لیے حرارہ پیما کو کسی ناقص موصل جیسے نمدہ، روئی، کاگ یا آبنوس کے ذریعہ سہار لیتے ہیں۔ حملی رووں سے بچنے کے لیے بعض وقت برتن کو اچھی طرح روئی سے لپیٹ دیتے ہیں۔ یا خلاء دار پیراہن کے اندر لٹکا دیتے ہیں۔ اشعاع کے ذریعہ انتقالِ حرارت کو روکنے کے لیے عموماً یہ طریقہ اختیار کیا جاتا ہے کہ حرارہ پیما کے گرد ایک بیرونی برتن کا انتظام ہوتا ہے اور اندرونی برتن کی بیرونی سطح نہایت مجلّا بنادی جاتی ہے۔ تاکہ اُس کی خروجیت کم ہوجائے اور بیرونی برتن کا اندرونی پہلو بھی نہایت مجلّا بنایا جاتا ہے تاکہ اُس کی انعکاسی طاقت بڑھ جائے۔

ڈیوار (Dewar) کا خلائی برتن جس کو عام بول چال میں تھرماس صراحی کہتے ہیں، بعض تجربوں کے لیے سہولت بخش حرارہ پیما کا کام دیتا ہے۔ لیکن شیشہ تمام وکمال ایک ہی تپش پر نہیں ہوتا اس لیے یہ امر دقت طلب ہوتا ہے کہ اس کی گنجائشِ حرارت کی کیا قیمت اختیار کی جائے۔

۲۔ کسی ٹھوس کی حرارت نوعی کی تخمین

تجربہ ۹۴۔ کسی ٹھوس کی حرارت نوعی کی تخمین کے سادہ طریقے

ٹھوس کی ایک معلوم کمیت کو خاص تپش تک گرم کرکے اِس کو کمرے کی تپش پر رکھے ہوئے پانی کی ایک معلوم کمیت میں داخل کیا جاتا ہے۔ آخر میں چل کر ٹھوس اور پانی ایک مشترک تپش پر پہنچ جاتے ہیں جس کا مشاہدہ کردیا جاتا ہے اس کے بعد ٹھوس کی حرارتِ نوعی محسوب ہوسکتی ہے۔

سب سے پہلے ٹھوس کو تول لینا چاہیے تاکہ اُس کے گرم ہونے تک دوسری چیزیں تولی جاسکیں۔ اگر ٹھوس کسی دھات کا

ٹکڑا ہے تو اس کو باریک دھاگے یا تار سے باندھ کر پانی کے ایک برتن
میں ڈبودو جس کو نقطۂ جوش تک گرم کر سکتے ہیں۔ اگر ٹھوس کسی شئے
کے باریک ٹکڑے ہوں (جیسے سیسے کی گولیاں یا پیتل کی
چھیلن) تو ان ٹکڑوں کو شیشے یا دھات کی پتلی امتحانی نلی میں
ڈال کر نلی کو جوش کھاتے ہوئے پانی میں گرم کرو۔ ٹھوس شئے کو
کافی وقت تک اس پانی میں رکھا رہنا چاہیے تاکہ وہ تمام و کمال
ایک مستقل تپش پر پہنچ جائے

جب کہ ٹھوس شئے گرم ہو رہی ہو حرارہ پیما (مع ہلانی) تول
لو اور پھر اس میں تقریباً دو تہائی تک پانی ڈال کر دوبارہ تول لو۔ پانی کی
تپش قلمبند کرلو۔

جب ٹھوس کی تپش جوش کھاتے ہوئے پانی کی تپش پر
پہنچ جائے تو اس کو حرارہ پیما میں جس قدر جلد ممکن ہو سکے منتقل کرو۔
اگر ٹھوس ٹکڑوں کی شکل کا ہو تو امتحانی نلی کو ایک مناسب دستے
سے پکڑ کر اس طرح جھکاؤ کہ ٹکڑے حرارہ پیما میں گر جائیں۔ حرارہ پیما
کے اندر پانی کو ہلاتے رہو اور احتیاط کے ساتھ اس اعظم تپش کا
مشاہدہ کرو جو تپش پیما کے ذریعہ ظاہر ہوتی ہے۔ جب ٹھوس سالم
ٹکڑے کی شکل کا ہو تو جس وقت اس ٹکڑے کو ڈوری کے ذریعہ
پانی سے باہر نکال کر حرارہ پیما میں ڈالتے ہیں تو اس کے ساتھ
پانی کی ایک تھوڑی سی مقدار حرارہ پیما میں منتقل ہو جاتی ہے جس
کو کسی طرح نہیں روکا جا سکتا۔ اس کی وجہ سے تجربہ میں اہم خطا
پیدا ہو جاتی ہے۔

مندرجۂ ذیل مثال کے ذریعہ مشاہدات کے قلمبند کرنے اور حساب لگانے کے طریقے
کی توضیح ہوتی ہے۔

مثال — سیسے کے چھروں کی حرارت نوعی کی تخمین —

چھروں کی کمیت = ۲۰۰ گرام

حرارہ پیما اور ہلانی کی کمیت = ۱۲۰٬۰ گرام

حرارہ پیما، ہلانی اور پانی کی کمیت = ۲۵۲٬۲ گرام

پانی کی کمیت = ۲۱۲٬۲ گرام

چھروں کی ابتدائی تپش = ۱۰۰° م

پانی کی ابتدائی تپش ت۱ = ۱۵٬۰° م

پانی اور چھروں کی آخری تپش ت۲ = ۱۷٬۳° م

یہاں پر ہم یہ فرض کیے لیتے ہیں کہ ٹھوس شئے سے جو حرارت ۱۰۰° م سے ت۲ تپش تک ٹھنڈا ہونے میں خارج ہوئی، ٹھیک برابر ہے اُس حرارت کے جو پانی اور حرارہ پیما میں جذب ہوئی جب کہ ان کی تپش ت۱ سے بڑھ کر ت۲ ہوجائے۔

اگر ٹھوس کی حرارتِ نوعی نخ ہو تو خارج شدہ حرارت

۲۰۰ × نخ × (۱۰۰ - ت۲) حرارے ہوگی۔

حرارہ پیما کا "آب مساوی" مساوی ہے اُس کی کمیت مضروب اُس دھات کی حرارتِ نوعی (۰٫۰۹۵ فرض کرو)

= ۴۰ × ۰٫۰۹۵ = ۳٬۸ گرام

مجموعی آب مساوی (بشمول حرارہ پیما و پانی)

= ۲۱۲٬۲ + ۳٬۸ گرام

= ۲۱۶ گرام

پانی اور حرارہ پیما کا کسبِ حرارت

= ۲۱۶ × (۱۷٬۳ - ۱۵)

= ۴۹۶٬۸ حرارے

اس کے بعد ہم ایک مساوات لکھ لیتے ہیں جو اس امر کو ظاہر کرتی ہے کہ ٹھوس سے خارج شدہ حرارت مساوی ہے اُس حرارت کے جو پانی اور حرارہ پیما نے حاصل کی۔

۲۰۰ × نخ × (۱۰۰ - ۱۷٬۳) = ۴۹۶٬۸

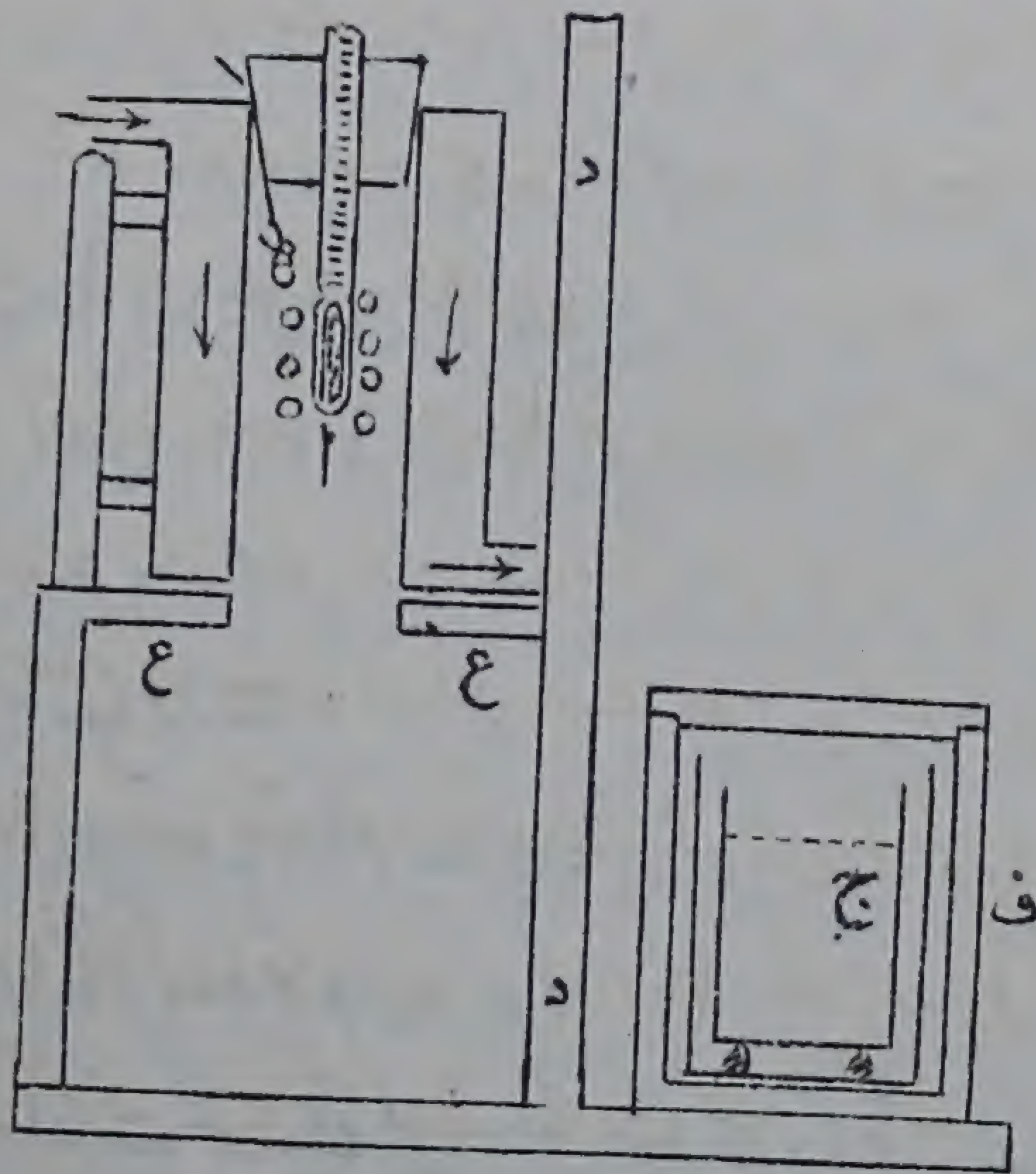
اس لیے نخ = ۰٬۰۳ حرارے فی گرام فی درجہ مئی

رینو[1] کا آلہ

کسی ٹھوس کی حرارت نوعی کی صحیح تخمین کے لیے رینو کا تجویز کیا ہوا آلہ استعمال ہو سکتا ہے اس آلے کی تجویز کے وقت جو اہم اور خاص نکات مدنظر تھے وہ یہ ہیں کہ ٹھوس کو تپش معین تک گرم کرنے میں رطوبت سے بالکل تماس نہ پیدا کیا جائے۔ گرم کرنے کے کمرہ سے حرارہ پیما میں شے کی منتقلی بعجلت عمل میں آئے اور تجربے کے دوسرے حصّوں کی تکمیل کے دوران میں حرارہ پیما کو گرم کرنے کے کمرے سے محفوظ رکھا جائے۔

ٹھوس کو مقام ا پر (شکل ۱۱۹) ایک دوہری دیوار کے بھاپی پیرہن میں گرم کرتے ہیں جس میں سے جوشارہ کے ذریعہ بھاپ کی رَو گزاری جاتی ہے۔

شکل ۱۱۹ ۔ رینو کا آلہ

[1] Regnault

جوشارہ اور نکاس نلی کو اس طرح ترتیب دینا چاہیے کہ اشعاعِ حرارت کا کوئی اثر حرارہ پیما ج پر نہ پیدا ہو۔ جو بھاپ سے گرم ہونے والے کمرے سے لکڑی کے بھسلواں پٹ د کے ذریعہ محفوظ کیا گیا ہے۔ جس وقت ٹھوس گرم ہو رہا ہو، اس کمرے کا بالائی سرا ایسے کاگ کے ذریعہ بند کر دیا جاتا ہے جس میں سے ۱۰۰م تک پڑھنے والا تپش پیما گزرتا ہو۔ نیچے کا سرا لکڑی کے پلاٹ فارم ع کے کچھ حصہ سے ڈھکا ہوتا ہے۔ ٹھوس شئے کو جس کا تپش پیما کے جوف کے ساتھ چھوتا ہوا رہنا ضروری ہے، باریک دھاگے سے لٹکا دیتے ہیں اور یہ دھاگا اس خاص وضع میں کاگ کے ذریعہ سہار لیا جاتا ہے۔ دھات کی صورت میں مرغولہ کی شکل میں مڑا ہوا تار استعمال کرنے میں سہولت ہوتی ہے۔

تجربہ ۹۵ ۔ ٹھوس کی حرارتِ نوعی کے لیے ریئو کا آلہ

چونکہ ٹھوس جسم کو مستقل تپش پر پہنچنے کے لیے خاصا وقت چاہیے اس لیے بھاپ کی رسد کا انتظام کر لینے کے بعد پہلا کام یہ ہونا چاہیے کہ ٹھوس کو تول کر گرم کرنے کے کمرے میں لٹکا دیں۔ اس کے بعد حرارہ پیما کا اندرونی برتن تولا جائے۔ اس کا تقریباً تین چوتھائی حصہ پانی سے بھر لیں۔ اس کے بعد یہ دوبارہ تول لیا جاتا ہے تاکہ پانی کی کمیت معلوم ہو جائے۔ اس کے بعد اس کو حرارہ پیما کے بیرونی دھاتی برتن کے اندر رکھ دیتے ہیں جس کو لکڑی کے بکس کے ذریعہ مزید محفوظ کر دیا جاتا ہے۔ حرارہ پیما کے اندر پانی کی تپش کو حتی الامکان صحیح طور پر پیمائش کرنے کے لیے حساس تپش پیما استعمال کیا جاتا ہے۔ وہ تپش جو "کمرے" کے اندر کا تپش پیما بتا رہا ہے مستقل ہو جائے تو اس کے بعد بھی ٹھوس جسم کو کم از کم اور پانچ دقیقوں تک گرم کرنے کے کمرے کے اندر ہی رکھا رہنے دیں۔ بھاپ کے جاری ہو چکنے

کے بعد اندازاً بیس تا تیس دقیقے ٹھوس کے گرم کرنے میں صرف ہو نگے۔

اِس مستقل تپش کو قلمبند کر لینے کے بعد گرم کرنے کے کمرے کو اس قدر گھٹاتے ہیں کہ یہ زینہ ع کے سوراخ کے اُوپر آجائے ۔ اب ہٹ د کو اُٹھایا جاتا ہے اور بکس ف کو جس میں حرارہ پیما ہے، ڈھکیل کر ایسی وضع میں لاتے ہیں کہ حرارہ پیما کا اندرونی برتن زینے کے سوراخ کے عین نیچے ہو جاتا ہے۔ ٹھوس کو تیزی کے ساتھ حرارہ پیما میں اس طرح گراتے ہیں کہ چھینٹیں نہ اُڑنے پائیں ۔ اِس کے بعد صندوق ف کو واپس ہٹا لیا جاتا ہے اور ہٹ گرا دیا جاتا ہے ۔ حرارہ پیما کی تپش کا احتیاط کے ساتھ مشاہدہ کیا جاتا ہے اور جس اعظم ترین تپش پر وہ پہنچے اُس کو قلمبند کر لیتے ہیں ۔ اگر تپش کی صحیح تخمین درکار ہو تو تبرید کا منحنی بھی مرتسم کیا جائے تاکہ اُس تصحیح کا تعین ہو سکے جو اشعاع کی وجہ سے حرارت کے زائل ہونے سے پیدا ہوتی ہے (دیکھو صفحہ ۳۶۳)۔

حرارتِ نوعی کو اِن مشاہدات کی مدد سے بالکل اُسی طرح محسوب کر سکتے ہیں جس طرح صفحہ (۳۵۴) کے سادہ تجربے میں بیان کیا گیا ہے۔

فرض کرو کہ

ک = ٹھوس کی کمیت

نخ = نامعلوم حرارتِ نوعی

ح = حرارہ پیما کی کمیت

کَ = حرارہ پیما کے اندر کے پانی کی کمیت

خ = حرارہ پیما کے مادّے کی حرارتِ نوعی

ت = گرم ٹھوس کی تپش

ت١ = حرارہ پیما کی ابتدائی تپش

ت٢ = حرارہ پیما کی آخری تپش

پس تپش ت سے ت$_{۲}$ تک ٹھنڈا ہونے میں ٹھوس سے خارج شدہ حرارت

= ک خ (ت - ت$_{۲}$)

پانی اور حرارہ پیما کو ت$_{۱}$ سے ت$_{۲}$ تپش میں بدل جانے کے لیے جو حرارت حاصل کرنا پڑی

= (ک + ح خ) (ت$_{۲}$ - ت$_{۱}$)

حرارت کی اِن مقداروں کو مساوی فرض کر لینے سے مساوات

ک خ (ت - ت$_{۲}$) = (ک + ح خ) (ت$_{۲}$ - ت$_{۱}$)

حاصل ہوتی ہے جس سے خ کی قیمت متعین ہو جاتی ہے۔

طالب علم کو چاہیے کہ وہ اس شکل کی کوئی مساوات یاد رکھنے کی کوشش نہ کرے بلکہ کسی خاص حالت کے لیئے ابتدائی اصولوں کی مدد سے نتیجہ حاصل کرلے۔

۳۔ مائعات کی حرارتِ نوعی کی تخمین

طریقہ آمیزش کی مدد سے مایعات کی حرارتِ نوعی کی تخمین کئی طرح ہو سکتی ہے۔

تجربہ ۹۶ ۔ معلوم حرارتِ نوعی کے ٹھوس کو استعمال کرکے کسی مائع کی حرارتِ نوعی کی تخمین ــــــ مایع پر ٹھوس جسم کا کوئی کیمیائی عمل نہیں ہونا چاہیے (ورنہ یہ طریقہ استعمال نہیں ہو سکتا)۔

یہ تخمین بھی بالکل اُسی طرح انجام پاتی ہے جیسی کی ٹھوس کی حرارتِ نوعی (تجربات ۹۴ و ۹۵)۔ لیکن اِس میں پانی کے بجائے دیا ہُوا مائع استعمال کرتے ہیں۔

فرض کرو کہ نخ مائع کی حرارتِ نوعی اور ک اس کی کمیت کو تعبیر کرتے ہیں۔

تو ک نخ (ت - ت۲) = (ک نخ + ح نخ) (ت۲ - ت۱)

جہاں دوسرے علامات کے وہی معنی ہیں، جو پہلے مقرر کیے جا چکے ہیں۔

تجربہ ۹۷ - ہرینو کے طریقے سے کسی مائع کی حرارت نوعی معلوم کرنا ـــــ حرارہ پیما میں پانی کے اندر پتلی دیواروں کا دھاتی برتن رکھ کر اور اس برتن میں گرم مائع داخل کر کے مائع کی حرارتِ نوعی دریافت کر سکتے ہیں۔ یا اس کے بالعکس حرارہ پیما میں دیے ہوئے مائع کے اندر پتلی دیواروں والا دھاتی برتن رکھ کر اور اس برتن میں گرم پانی داخل کر کے بھی دیے ہوئے مائع کی حرارتِ نوعی معلوم کی جا سکتی ہے۔ چونکہ ایک ہی تپش والے دو مائعات کی آمیزش سے اکثر اوقات کیمیائی تعامل کے ذریعہ حرارت پیدا ہوتی ہے لہٰذا اصولاً دو مائعات کو راست تماس میں نہیں لانا چاہیے۔

تجربہ ۹۸ - طریقہ آمیزش سے مائع کی حرارتِ نوعی معلوم کرنا - ایک سہل تر طریقہ یہ ہے کہ مائع کو پتلی دیواروں والی شیشے کی بوتل یا دھات[1] کے اُسطوانے میں گرم کریں اور اس کو کاگ کے ذریعہ بند رکھ کر اُس میں ایک تپش پیما گزاریں۔ گرم شدہ بوتل کو اُس کی تپش قلمبند کر لینے کے بعد حرارہ پیما میں منتقل کیا جاتا ہے۔ بوتل کو تپش پیما کے تنے کے ذریعہ پکڑ کر ہلانے سے ہلانی کا کام نکل جاتا ہے۔ حرارہ پیما کے اندر پانی کی تپش معلوم کرنے کے لیے ایک

---

[1] ایلومینئیم کے پتلی دیواروں والے اُسطوانے دستیاب ہوتے ہیں جو اس مقصد کے لیے موزوں ہیں۔

اَور تپش پیما استعمال کیا جاتا ہے ۔ آخری تپش اِن دونوں تپش پیماؤں کے مقروؤں کا اوسط لی جاتی ہے جب کہ اِن کا باہمی فرق صرف ایک درجہ یا اس سے کم ہو ۔ اُس برتن کے آب مساوی کا جس میں مائع رکھا ہے، ضروری لحاظ کرنا چاہیے اور نیز حرارہ پیما کے آب مساوی کا بھی خیال ضرور رہے ۔

تجربہ ۹۹ ۔ حرارت بروار کے ذریعہ کسی مائع کی حرارتِ نوعی کی تخمین

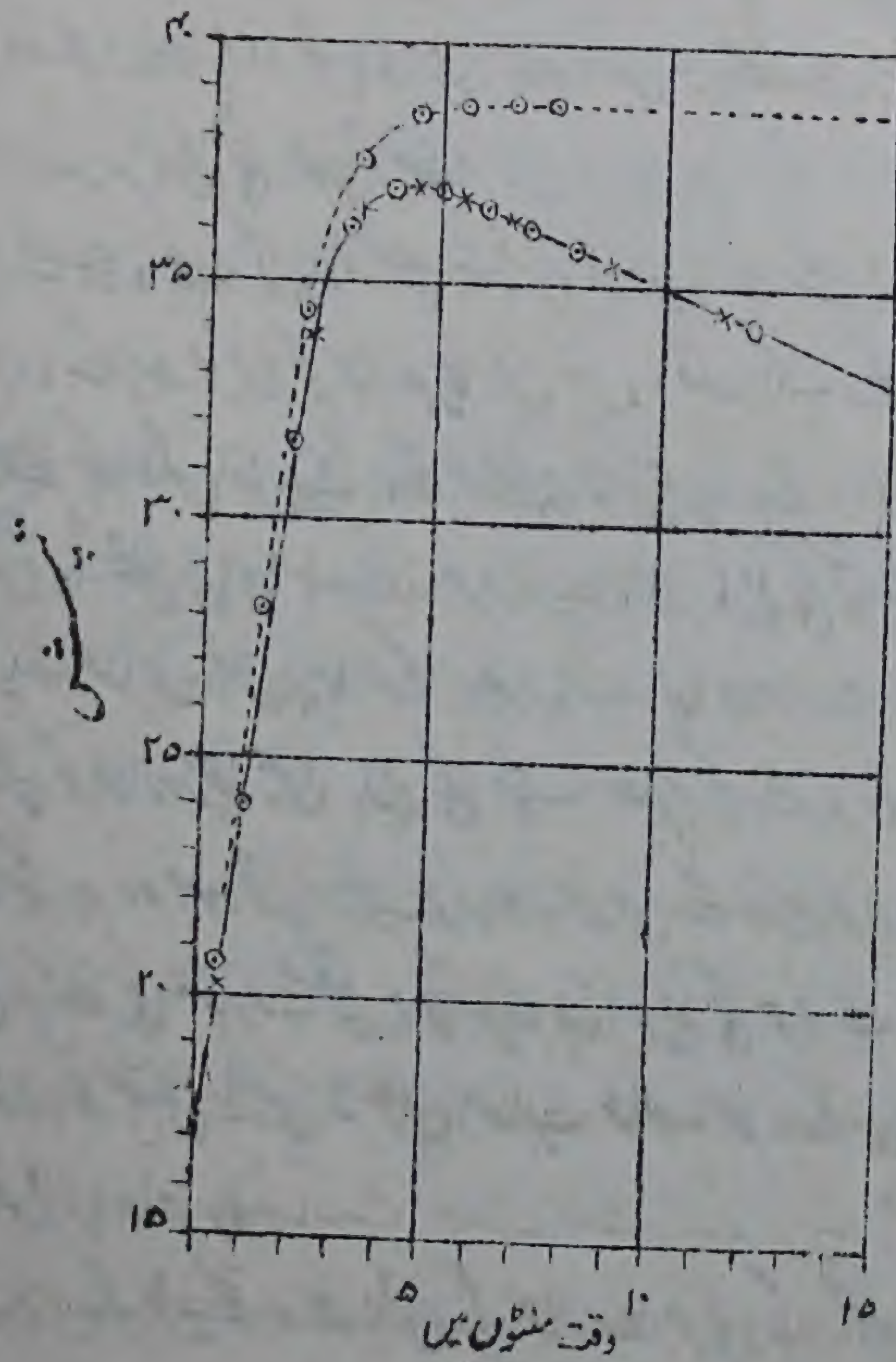
حرارت بروار[1] ایک ایسے تپش پیما کے مشابہ ہوتا ہے جس کا جوفہ بڑا ہو ۔ لیکن اِس کے تنے پر صرف دو نشان ہوتے ہیں ۔ جوش کھاتے ہوئے پانی کے اندر حرارت بروار کو گرم کرنے سے جوفہ میں کا پارا بالائی نشان سے بھی اوپر چڑھ جاتا ہے ۔ اِس کے بعد حرارت بروار کو پانی میں سے نکال لیتے ہیں اور اس کو خشک کرکے مائع کی تلی ہوئی مقدار میں حرارہ پیما کے اندر عین اُس وقت رکھتے ہیں جب کہ پارا کسی قدر اُتر کر اُوپر کے نشان پر پہنچ جاتا ہے ۔ اس کے بعد اُس کو حرارہ پیما میں اُس وقت تک رکھ چھوڑتے ہیں جب تک کہ پارا نیچے کے نشان پر پہنچ جائے ۔ اس کے بعد اس کو فوراً نکال لیا جاتا ہے ۔ حرارہ پیما میں مائع کی تپش کا اضافہ ایک حساس تپش پیما کے ذریعہ ناپ لیا جاتا ہے ۔ اب اِسی عمل کو حرارہ پیما میں پانی کی ایک معلوم کمیت پر دُہراتے ہیں ۔ چونکہ ہر دو صورتوں میں حرارت بروار کے ذریعہ حرارہ پیما میں حرارت کی ایک ہی مقدار منتقل ہوتی ہے لہٰذا مائع کی حرارتِ نوعی محسوب کرنا کچھ مشکل نہیں ۔ طریقِ حساب طالب علم کے لیے بطور مشق چھوڑ دیا جاتا ہے ۔

تبرید کے طریقے سے مائع کی حرارتِ نوعی کی تخمین کی توضیح صفحہ ۳۸۰ پر ملیگی ۔

[1] Calarifer

۴- اشعاع کے لیے حرارہ پیمائی مشاہدات کی تصحیح کا طریقہ

صحیح حرارہ پیمائی کے لیے ضروری ہے کہ حرارہ پیما ایسے دوہری دیوار کے دھاتی برتن سے گھرا ہوا ہو جس کی دیواروں کے بیچ میں پانی رکھا جائے۔ پانی کی وجہ سے حرارہ پیما ایک مستقل تپش کے ماحول سے گھرا ہوا رہیگا۔ اور اِس حالت میں اشعاع حرارت کے متعلق یہ فرض کیا جا سکتا ہے کہ یہ اُس فرقِ تپش کے متناسب ہے جو حرارہ پیما اور اُس کے گرداگرد برتن کے درمیان ہے۔

حرارہ پیما کی تپش تجربہ کے آغاز سے پہلے، انجام کے بعد اور نیز خود دَورانِ تجربہ میں ہر ۳۰ ثانیہ لکھ لی جاتی ہے۔ اور ایک منحنی جو وقت کے لحاظ سے تپش کی تبدیلی ظاہر کرے، مرتسم کیا جاتا ہے۔

شکل ۱۲۰ - تصحیح کا منحنی

جس انتہائی تپش پر حرارہ پیما پہنچتا ہے، اُس وقت تپش کے گرنے کی شرح منحنی کی مدد سے معلوم کی جاتی ہے۔ فرض کرو کہ یہ لا درجے فی منٹ ہے اور سب سے اعظم تپش ماحول سے ت درجے زیادہ ہے۔

منحنی کو ایک ایک منٹ کے وقفوں میں تقسیم کرو اور اُس آن سے آغاز کرو جب کہ گرم جسم حرارہ پیما کے اندر گرایا گیا تھا۔ اِن میں سے ہر ایک وقفے کے وسط کی تپش کو اُس منٹ کے لیے اوسط تپش مان لو۔ فرض کرو کہ یہ تپشیں گِرد کے برتن سے (یعنی ماحول سے) $ت_1$، $ت_2$، $ت_3$ درجے زیادہ ہیں۔

پہلے منٹ میں جو حرارت ضائع ہوئی وہ اوسط اضافۂ تپش $ت_1$ کے متناظر ہے۔ اگر حرارت کی یہ مقدار ضائع نہ جاتی تو پہلے منٹ کے اختتام پر تپش اُس تپش سے جو حقیقۃً حاصل ہوئی بقدر $لا_1 = \frac{لا}{ت} ت_1$ زائد ہوتی۔

دوسرے دقیقے میں زائل شدہ حرارت نقصانِ تپش $لا_2 = \frac{لا}{ت} \times ت_2$ کے متناظر ہوگی۔ وعلیٰ ہذا القیاس۔

پہلے دقیقے کے اختتام پر تپش بقدر $لا_1$ درجے کم ہے اور دوسرے دقیقے کے دَوران میں مزید $لا_2$ درجے کی کمی واقع ہوتی ہے۔ اس طرح دوسرے منٹ کے ختم پر اُس تبرید کی وجہ سے جو گرم جسم کے داخل کیے جانے کے بعد دو منٹ میں واقع ہوئی، تپش بقدر $(لا_1 + لا_2)$ درجے کم ہو جاتی ہے۔

اسی طرح تیسرے منٹ کے ختم پر جو تصحیح چاہیے، $(لا_1 + لا_2 + لا_3)$ ہے۔ اور اسی طرح باقی وقت کے لیے بھی۔ ان تصحیحات کو مُرتسم کردہ منحنی میں جوڑنے سے ایک نیا منحنی حاصل ہوگا جس سے وہ تپشیں معلوم ہونگی جو اشعاع کی وجہ سے نقصان نہ ہونے کی صورت میں حاصل ہوتیں۔ یہ منحنی تجربے کے اختتام کے قریب اُفقی ہوگا اور اُفقی حصے کے معین (Ordinate) سے تصحیح شدہ تپش ملیگی۔

اگر ضرورت ہو تو آدھے آدھے منٹ کے وقفے بھی لیے جا سکتے ہیں۔ اس حالت میں بیان کردہ طریقے کے بجائے ہر آدھے منٹ پر تصحیح کو جوڑ لینا ہوگا۔

۵۔ مخفی حرارتیں

پانی کی مخفی حرارت معلوم کرنا

اماعتِ یخ کی مخفی حرارت ـــــ حرارت کی وہ مقدار جو ایک گرام برف کو بلا تبدیلی تپش ٹھوس سے مایع حالت میں بدل دینے کے لیے درکار ہے، پانی کی حرارتِ مخفی یا اماعت یخ کی حرارتِ مخفی کہلاتی ہے۔

جب حرارہ پیما میں پانی کی معلوم کمیت لے کر اُس میں برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ڈالے جاتے ہیں تو برف پگھل کر ۰° م کا پانی بن جاتی ہے اور یہ ٹھنڈا برفیلا پانی، گرم پانی اور حرارہ پیما سے حرارت حاصل کرتا ہے یہاں تک کہ متعادل تپش پہنچ جاتی ہے۔

اگر تجربہ کے آغاز پر حرارہ پیما کمرے کی تپش پر ہو تو برف کے داخل کرنے سے وہ ٹھنڈا ہو کر کمتر تپش پر آجائیگا۔ اور اس طرح تمام دورانِ تجربہ میں اشعاع حرارت کے ذریعہ بیرونی فضا سے حرارت حاصل کرتا رہیگا۔

اس خاص سبب سے پیدا ہونے والی خطاء کو دُور کرنے کے لیے مناسب ہے کہ حرارہ پیما اور اُس میں کے پانی کو کمرہ کی تپش سے تقریباً ۵° اونچا کر دیا جائے اور پھر کافی مقدارِ برف شامل کی جائے تاکہ کمرے کی تپش سے پھر اُسی قدر یعنی ۵° نیچے ہو جائے۔ ایسی صورت میں تجربے کے پہلے نصف میں جس قدر نقصانِ حرارت ہوا، اُس کسب حرارت سے متوازن ہو جائیگا جو بقیہ نصف وقت میں حاصل ہوا بشرطیکہ تجربے کے دوسرے حصے کے لیے پہلے نصف حصے سے زیادہ

وقت درکار نہ ہو۔[1]

تجربہ ۱۰۲ — اماعتِ یخ کی مخفی حرارت کی تعیین

پہلے حرارہ پیما کو مع ہلانی تول لو ...۱ مکعب سے ۲۰۰ مکعب سمر تک پانی ڈال کر دوبارہ تول لو۔

اِن دونوں اوزان کے فرق سے حرارہ پیما میں پانی کی کمیت معلوم ہوجائیگی۔

حرارہ پیما کو گرم پانی کے برتن میں رکھ کر کمرہ کی تپش سے تقریباً ۵° اوپر تک گرم کرو۔

حرارہ پیما کی بیرونی سطح کو خشک کرلو اور اس کو تانبے کے ایک بڑے برتن میں نمدے، روئی یا کاگ پر اس طرح سہار کر رکھو کہ موصلیت کے ذریعہ حرارت منتقل نہ ہوسکے۔ حساس تپش پیما کی مدد سے پانی کی تپش معلوم کرو۔

کپڑے یا جاذب کاغذ کی مدد سے برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں کو خشک کر کے پانی میں ڈالتے جاؤ اور اِس دوران میں پانی کو ہلاتے رہو۔ برف اِس قدر ڈالو کہ پانی کی تپش کمرے کی تپش سے تقریباً ۵° نیچے اُتر آئے۔ تمام برف کے عین گھل جانے کے بعد جو آخری تپش حاصل ہو اُس کا مشاہدہ کرلو۔

حرارہ پیما کو دوبارہ تول لو اور اِس طرح شامل کردہ برف کا

---

[1] خطا سے بچنے کا یہ طریقہ اطمینان بخش طور پر استعمال نہیں ہوسکتا اگر کمرہ کی تپش بہت ہی کم ہو یا تبرید کی وجہ سے تپش نقطۂ شبنم سے بھی بہت نیچے گر جائے جیسے کہ اکثر گرم ممالک میں ہوتا ہے۔ ایسی حالتوں میں یہ قرینِ مصلحت ہے کہ تجربہ کو کمرہ کی تپش سے زیادہ تپش پر شروع کیا جائے اور اُس وقت ختم کیا جائے جب کہ تپش تقریباً کمرہ کی تپش کے برابر ہو۔ اس کے لیے صفحہ ۳۶۳ پر بتائے ہوئے طریقے کے بموجب اشعاع کی وجہ سے نقصانِ حرارت کی تصحیح کرلی جائے۔

وزن معلوم کرو۔

مندرجۂ ذیل مثال سے مُشاہدات کو درج کرنے اور نتیجے کو محسوب کرنے کی توضیح ہوتی ہے:۔

مثال ـــــ

حرارہ پیما مع ہلانی کی کمیت	= ۴۰٫۰ گرام
" " اور پانی کی کمیت	= ۲۴۰٫۰ گرام
صرف پانی کی کمیت	= ۲۰۰٫۰ گرام
حرارہ پیما، پانی اور برف کی کمیت	= ۲۶۲٫۹ گرام
برف کی کمیت	= ۲۲٫۹ گرام
کمرے کی تپش	= °۱۵٫۰ م
پانی کی ابتدائی تپش ت۱°	= °۲۰٫۰ م
" آخری تپش ت۲°	= °۱۰٫۰ م

اب ہمیں اس امر کا اظہار کرنا ہے کہ پانی اور حرارہ پیما کے ت۱° سے ت۲° تک ٹھنڈا ہونے میں جو حرارت خارج ہوئی، اُس حرارت کے برابر ہے جو برف کو پگھلانے اور اس طرح بنے ہوئے پانی کی تپش کو °۰ سے ت۲° م تک لانے کے لیے درکار ہے۔

حرارہ پیما (مع ہلانی) کا آب مساوی، جو حرارہ پیما کی کمیت اور تانبے کی حرارت نوعی (۰٫۰۹۵) کے حاصلِ ضرب کے برابر ہے۔

= ۴۰ × ۰٫۰۹۵ = ۳٫۸ گرام

پانی سے خارج شدہ حرارت

= پانی کی کمیت × تپش میں کمی

= ۲۰۰ × (°۲۰ − °۱۰)

= ۲۰۰۰ حرارت کی اکائیاں یعنی حرارے۔

حرارہ پیما سے خارج شدہ حرارت

= حرارہ پیما کا آب مساوی × تپش کی کمی

= ۳٫۸ × (°۲۰ − °۱۰)

= ۳۸ حرارے

خارج شدہ حرارت کی کُل مقدار

= ۲۰۳۸ حرارے

حرارت جو ۹ء۲۲ گرام برف پگھلانے کے لیے درکار ہے

= ۹ء۲۲ × مخ حرارے

جہاں مخ پانی کی مخفی حرارت ہے یعنی حراروں کی وہ مقدار جو ایک گرام برف کو پگھلانے کے لیے درکار ہے۔

حرارت جو ۹ء۲۲ گرام پانی کو °۰ سے °ت تک پہنچانے میں درکار ہے

= ۹ء۲۲ × °ت حرارے

= ۲۲۹ حرارے

اب ہم ایک مساوات لکھتے ہیں جس سے اِس واقع کا پتہ چلتا ہے کہ کُل مقدار حرارت خارج کردہ = کُل مقدار حرارت حاصل کردہ۔ اور اِس کے ذریعہ مخ کی قیمت دریافت کرتے ہیں۔

پس ۲۰۳۸ = ۹ء۲۲ مخ + ۲۲۹

۹ء۲۲ مخ = ۱۸۰۹

مخ = ۷۹ حرارت کی اکائیاں مئی پیمانہ پر فی گرام برف

= ۷۹ حرارے فی گرام

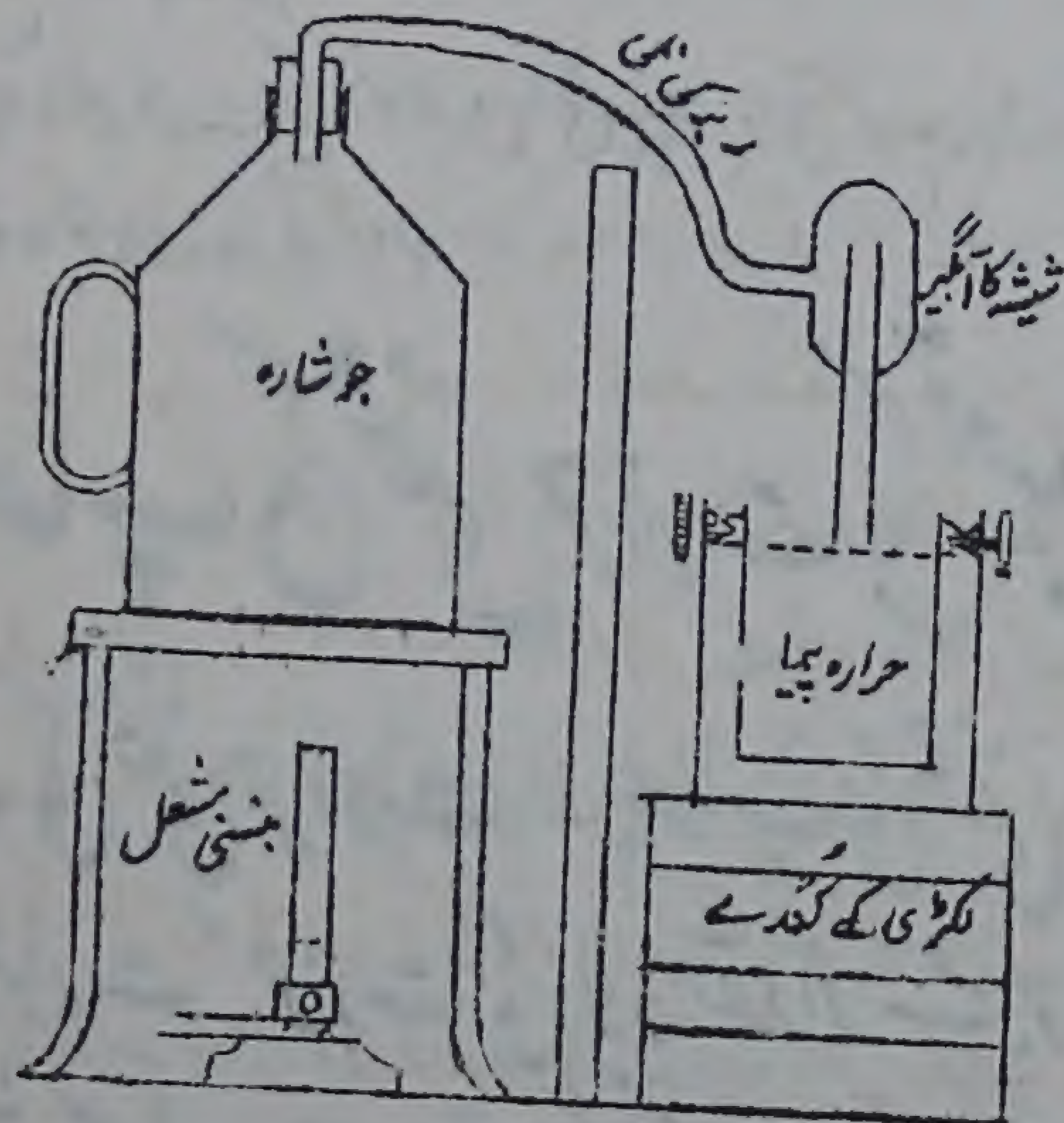
بھاپ کی مخفی حرارت کی تعیین

بھاپ کی مخفی حرارت۔ بھاپ کی مخفی حرارت یا پانی کی تبخیر کی مخفی حرارت، حرارت کی وہ مقدار ہے جو ایک گرام پانی کو بلا تبدیلی تپش بھاپ میں تبدیل کردے۔

جب حرارہ پیما میں پانی کی ایک معلوم کمیت کے اندر جو شارہ سے بھاپ گزاری جاتی ہے تو کچھ بھاپ بستہ ہو جاتی ہے اور پانی کی آخری

تپش ابتدائی تپش سے بڑھ جاتی ہے ۔ مشاہدہ کردہ اضافۂ تپش اور بستہ شدہ بھاپ کی کمیت کے ذریعہ بھاپ کی مخفی حرارت محسوب کر سکتے ہیں ۔

اگر تجربے کے آغاز پر حرارہ پیما کے اندر پانی کمرے کی تپش پر ہو تو جوں ہی اس کی تپش گرد و پیش کی چیزوں سے زیادہ ہوگی، یہ اشعاع کے عمل سے حرارت کھونے لگیگا ۔ اس وجہ سے مخفی حرارت کی بہت چھوٹی قیمت حاصل ہونے کا امکان ہے ۔

اس سبب سے پیدا ہونے والی خطاء کو اس طرح گھٹا سکتے ہیں کہ تجربے کے آغاز پر پانی کی تپش کمرے کی تپش سے اسی قدر کم رکھی جائے جس قدر کہ تجربہ کے اختتام پر آخری تپش کمرے کی تپش سے زیادہ ہوگی۔ اس خطاء کو اس طرح بھی گھٹایا جا سکتا ہے کہ پانی کو گرم کرنے کی مدت حتی الامکان کم کر دی جائے ۔ اس مقصد کے لیے بھاپ ٹونٹی میں سے تیز دھار کی طرح نکالی جانی چاہیے ۔ اشعاع حرارت کو روکنے کی غرض سے حرارہ پیما اور جوشارہ کے مابین ایک پردہ حائل کیا جا سکتا ہے (شکل ۱۲۱)

شکل ۱۲۱ ۔ بھاپ کی مخفی حرارت

صحیح نتیجہ برآمد ہونے کے لیے یہ ضروری ہے کہ بھاپ خشک ہو۔ یعنی بستہ شدہ پانی سے پاک ہو۔ اِس مقصد کے لیے شیشے کا آب گیر (Water trap) استعمال کرتے ہیں تاکہ بستہ شدہ پانی جس قدر ممکن ہو بھاپ کے ساتھ حرارہ پیما میں داخل نہ ہو سکے۔ آب گیر اور جوشارہ کو جوڑنے والی ربر کی نلی چھوٹی ہونی چاہیے اور اس کو رُوئی سے لپیٹ سکتے ہیں۔

بھاپ کو خشک رکھنے کی اہمیت اِس واقعہ سے واضح طور پر ذہن نشین ہو گی کہ بھاپ کے ساتھ ایک گرام پانی کا چلا آنا تقریباً ۵۰۰ حراروں کی خطا پیدا کرتا ہے۔

تجربہ ۱۰۱۔ بھاپ کی مخفی حرارت کی تخمین

— پہلے یہ دیکھ لو کہ جوشارہ میں پانی کی کافی مقدار موجود ہے۔ اس کے بعد اس کو گیسی شعلہ پر گرم کرو۔

حرارہ پیما دو حصوں، ایک اندرونی اور دوسرے بیرونی برتن پر مشتمل ہوتا ہے۔ اندرونی برتن کو تول لو اور اس کو تقریباً دو تہائی تک پانی سے بھر لو۔

پانی میں برف کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ڈالتے جاؤ یہاں تک کہ پانی کی تپش تقریباً ۵° م گر جائے۔ پھر اِس برتن کو مع اس کے مافیہ کے صحت کے ساتھ تول لو۔

کمرے کی تپش لکھ لو اور حرارہ پیما کی تپش پیما کو پھر ایک مرتبہ پڑھ لو۔ اُس تپش کا اندازہ کرو جس پر تمہیں تجربہ ختم کرنا چاہیے۔ مثلاً اگر کمرہ کی تپش ۱۵° م ہو تو انتہائی تپش ۲۵° م ہونی چاہیئے۔

اگر نکاس نلی کی ٹونٹی پر پانی کے کچھ قطرے ہوں تو انہیں جاذب کے ذریعہ نکال دو۔ حرارہ پیما کے پانی میں بھاپ کی تیز رو گزارو۔[1]

[1] اس تجربے میں نلی کو ٹونٹی پانی کے اندر نہیں ڈبونا چاہیے بلکہ نلی کو اس طرح رکھنا چاہیے کہ اُس کا سرا حرارہ پیما کی سطح سے کسی قدر اندر کی طرف ہو تاکہ پانی کی سطح نلی میں ہے (بقیہ برصفحہ آئندہ)

اور اُس وقت پانی کو اچھی طرح ہلاتے رہو تاکہ یکساں تپش کا یقین ہو سکے۔ جب مطلوبہ درجہ تک تپش پہنچ جائے تو حرارہ پیما کو جو شارہ کے قریب سے جس قدر جلد ہو سکے ہٹا دو اور تپش پیما کی انتہائی تپش کا مشاہدہ کرو۔ بستگی میں آئی ہوئی بھاپ کا اندازہ کرنے کے لیے حرارہ پیما کو تول لو۔

بار پیما کی بلندی بھی پڑھ لو۔

۷۶۰ مم معیاری دباؤ کے لیے بھاپ کی تپش ۱۰۰°م ہے۔ اس دباؤ کے قریب پارے کے ۲۶ء۸ مم کے متناظر اضافۂ دباؤ سے نقطۂ جوش ۱°م بڑھ جاتا ہے اور خفیف تبدیلیوں کے لیے نقطۂ جوش کی بلندی دباؤ کی تبدیلی کے متناسب ہے۔ پس مشاہدہ کردہ دباؤ کے متناظر نقطۂ جوش کا حساب لگایا جا سکتا ہے لیکن چونکہ انگلستان میں اس طرح معلوم کردہ تپش ۱۰۰°م سے کچھ زیادہ مختلف نہیں ہوتی ہے اس لیے بھاپ کی تپش ۱۰۰°م لینے سے جو خطا شامل ہوگی ان خطاؤں کے مقابلے میں بالکل ناقابلِ احساس ہوگی جو تجربہ کی عملی بداحتیاطیوں سے شامل ہو جاتی ہیں۔

نتائج کو حسبِ ذیل طریقے پر درج کرو۔

حرارہ پیما کی کمیت	= ۱۶۰٫۰ گرام
حرارہ پیما اور پانی کی کمیت	= ۶۸۴٫۲ گرام
پانی کی کمیت	= ۵۲۴٫۲ گرام
حرارہ پیما، پانی اور بھاپ کی کمیت	= ۷۰۴٫۴ گرام
بستہ شدہ بھاپ کی کمیت	= ۲۰٫۲ گرام
پانی کی ابتدائی تپش ت۱°م	= ۶٫۲°م

بقیہ حاشیہ صفحہ گزشتہ) نکلنے والی بھاپ کی زد کی وجہ سے نلی سے ذرا دُور ہٹی رہے اور بھاپ صرف پانی کی سطح پر پھیلتی ہو۔ اگر نلی کا سوراخ پانی کے بالکل اندر کر دیا گیا تو بھاپ بہت جلد بستہ ہو جائیگی اور پانی بھاپ دان کے اندر داخل ہو جائیگا اور سارا تجربہ اکارت ہو جائیگا۔ بھاپ کے بیچ نکلنے سے کوئی غلطی نہیں پیدا ہوتی کیونکہ جو بھاپ نکلتی ہے، پانی میں بستہ نہیں ہوتی اس لیے اس کی مخفی حرارت پانی کو نہیں پہنچ سکتی اور نہ اس کی کمیت بستہ شدہ بھاپ کی کمیت میں شامل ہو سکتی ہے۔

پانی کی انتہائی تپش ت۲° = ۲۸٫۶°م

بار پیما کی بلندی = ۵۸٫۰ م

بھاپ کی تپش ت° م = ۱۰۰°م

حرارہ پیما کا "آبِ مساوی" محسوب کرو۔ مجموعی آب مساوی اس طرح حاصل ہوگا کہ حرارہ پیما میں جو پانی ہے، اُس کو حرارہ پیما کے آب مساوی میں شامل کرلیا جائے۔ اگر اس کو اضافۂ تپش ت۲° - ت۱° سے ضرب دیا جائے تو ہمیں حرارہ پیما اور اس میں کے پانی کی جذب کردہ حرارت معلوم ہو جائیگی۔ اس کو حراروں میں بیان کرتے ہیں۔

اب اُس حرارت پر غور کرو، جو بھاپ کی بستگی میں اور حاصل شدہ پانی کی تپش کے پست ہونے میں خارج ہوتی ہے۔

بھاپ کے بستہ ہونے سے جو حرارت خارج ہوئی

= بستہ شدہ بھاپ کی کمیت × حخ

= بستہ شدہ پانی کی کمیت × حخ

= ۲٫۲۰ گرام × حخ

اس طرح حاصل شدہ پانی کی تپش کے ت° سے ت۲° تک گرنے سے خارج شدہ حرارت

= پانی کی کمیت × (ت۱ - ت۲)

= ۲٫۲۰ × (۱۰۰ - ۲۸٫۶) حرارے

یہ فرض کرکے کہ اشعاع کی وجہ سے کوئی کسب یا نقصانِ حرارت نہیں ہوتا ہے، اِن دونوں مقداروں کا حاصل جمع اُس حرارت کے برابر ہونا چاہیے جس کو حرارہ پیما اور اُس کے مافیہ پانی نے جذب کیا تھا۔

اس کے ذریعہ ایک سادہ مساوات حاصل ہوتی ہے جس سے حخ کی تخمین ہو جائیگی۔

ڈیوار (Dewar) کی صُراحی کا آب مساوی

ڈیوار کی صُراحی کے آب مساوی کی تخمین کا یہ طریقہ

ویسٹ منسٹر[1] ٹریننگ کالج کے ڈاکٹر[2] ایل۔ ایف۔ رچرڈسن کا ایجاد کردہ ہے۔ مندرجہ ذیل ہدایات ایک پائنٹ (Pint) (نصف لیتر) گنجائش والی صراحی کے لیے ہیں۔ ٹھنڈے پانی کی ایک معلوم مقدار (تقریباً ۵۰ مکعب سمر) کی تپش ت؍ معلوم کرلو۔ صراحی کو تقریباً تین چوتھائی تک گرم پانی سے بھرلو اور چپت بیٹھنے والے کاگ سے، جس میں سے تپش پیما گزرتا ہو، صراحی کا منہ بند کردو۔ اب صراحی کو اوندھا کرکے پانی کو اچھی طرح چکر دو تاکہ صراحی کے تمام اندرونی حصے میں یکساں تپش قائم ہو جائے۔ نتیجہ کی صحت اُس احتیاط پر منحصر ہے جو اس عمل میں برتی جاتی ہے۔ تپش ت؍ کو لکھ لو۔ گرم پانی کو پھینک کر اُس کے اندر ٹھنڈے پانی کی معلومہ مقدار جلدی سے داخل کرو۔ کاگ کو پھر لگا دو اور دوبارہ ہلانے کے بعد حاصل تپش ت؍ دیکھ لو۔ اِن معطیات سے صراحی کا آبِ مساوی معلوم ہو جائیگا۔ اس صراحی کو پانی یا بھاپ کی حرارتِ مخفی معلوم کرنے کے لیے استعمال کرسکتے ہیں۔

---

[1] Westminster Training College

[2] Dr. L. F. Richardson

فصل چہارم

تبرید

۱- کلیۂ تبرید

جب کوئی گرم جسم مستقل تپش والے ماحول میں رکھا جائے تو گرم جسم کی تپش اس حد تک گریگی کہ وہ آخر میں ماحول ہی کی تپش کے برابر ہو جائیگی۔ اگر جسم اس طرح رکھا گیا ہو کہ ایصال کے ذریعہ حرارت کی منتقلی کو نظر انداز کر سکیں تو عمل تبرید کچھ تو اشعاع اور کچھ حمل حرارت کے ذریعہ ہوگا۔ اگر حملی رَوؤں کے اثر کو ساقط کر سکیں جیسا کہ تجربے کو خلا میں انجام دینے سے ہوتا ہے، تو **اشعاع حرارت تپش مطلق کی چوتھی قوت کے متناسب پایا جاتا ہے** ۔ یہ کلیۂ اسٹیفان (Stefan's law) کے نام سے موسوم ہے۔

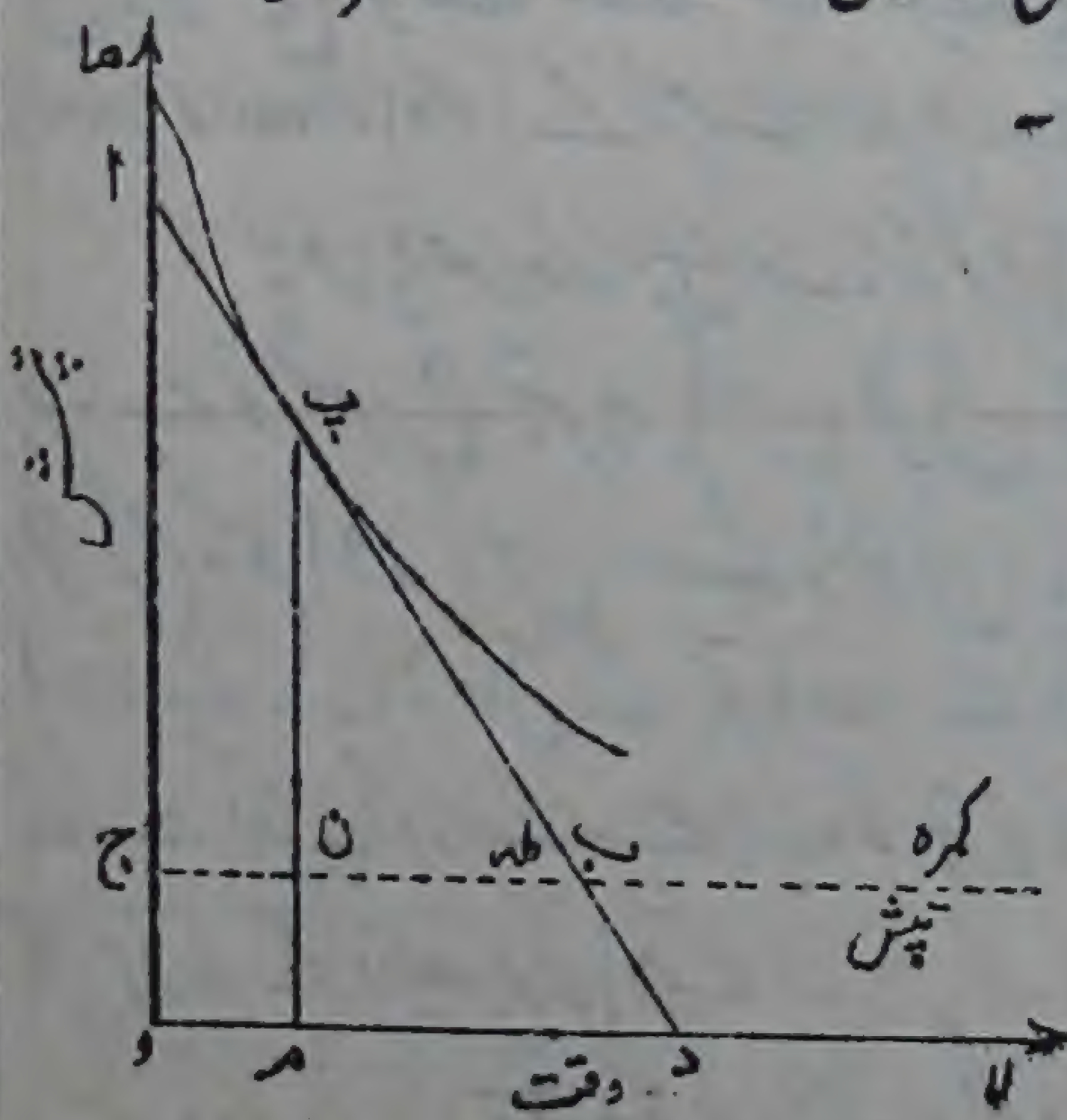
معمولی صورت میں جب کہ گرم جسم ہوا میں کرۂ ہوائی کے دباؤ پر ٹھنڈا ہوتا ہے تو **شرح تبرید اُس فرق تپش کے متناسب پائی جاتی ہے جو گرم جسم اور اُس کے ماحول کی تپش میں ہو** ۔ یہ **نیوٹن کا کلیۂ تبرید** کہلاتا ہے۔ زمانۂ حال کے تجربات سے ظاہر ہے کہ یہ کُلیہ تپش کے کافی وسیع حدود کے لیے تقریباً درست ہے جب کہ تبرید کا عمل دونوں طرح یعنی اشعاع اور حملِ حرارت کے ذریعہ ہو رہا ہو۔

تجربہ ۱۰۲ - **مختلف تپشوں پر شرحِ تبرید کا**

تعین ——— نیوٹن کے کلیۂ تبرید کی توضیح کے لیے پتلی دیواروں والے دھاتی برتن کو ایک دوسرے بڑے برتن کے اندر اس طرح قائم کرو کہ جہاں تک ممکن ہو حرارت کی منتقلی ایصال حرارت کے ذریعہ بہت ہی کم ہو ۔ چھوٹے برتن کو تقریباً ۸۰° م کے گرم پانی سے قریب قریب پُر کردو ۔ ہر نصف منٹ کے وقفے سے پانی کی تپش کے مقروئے حاصل کرو یہاں تک کہ تپش گر کر کمرے کی تپش سے تقریباً دس درجے کے اندر ہو جائے۔

تپش کو معین اور وقت کو فصلہ مان کر ایک ترسیم کھینچو اور اس بات کی احتیاط رکھو کہ منحنی، مشاہدہ شدہ نقطوں کے درمیان مسلسل کھینچا جائے (شکل نمبر ۱۲۲) ۔ اِس تبریدی منحنی کا ڈھال اولاً بہت زیادہ ہوگا لیکن جُوں جُوں پانی کی تپش کمرے کی تپش کے قریب آتی جائیگی اس کا ڈھال کم ہوتا جائیگا ۔ کمرے کی تپش کو تعبیر کرنے کے لیے مربع دار کاغذ پر ایک اُفقی خط بھی کھینچ لو ۔

کسی خاص تپش پر، جو ترسیم میں نقطۂ پ کے متناظر ہو شرح تبرید یا تپش کی تبدیلی کی شرح معلوم کرنے کے لیے اِس نقطہ پر منحنی کا ایک مماس کھینچو ۔ اِس خط کے کھینچنے میں احتیاط سے کام لینا چاہیے تاکہ خط کی سمت حتی الامکان صحت کے ساتھ اِس نقطہ پر منحنی کی سمت کو تعبیر کرے ۔

فرض کرو کہ یہ مماس انتصابی محور سے نقطہ ا پر اور کمرہ کی تپش کو تعبیر کرنے والے اُفقی خط سے نقطہ ب پر ملتا ہے ۔ تو اس خط کے ڈھال یعنی زاویہ ا ب ج یا ظ کے مماس سے تپش کی شرح تبدیلی حاصل ہو جائیگی ۔ فاصلے ا ج اور

شکل نمبر ۱۲۲ ۔ شرح تبرید

ب ج ناپ لو اور مس ط کو محسوب کرو جو $\frac{\text{ا ج}}{\text{ب ج}}$ کے برابر ہے۔ جسم اور کمرے کی تپشوں کا باہمی فرق خط پ ن سے ظاہر ہوتا ہے۔ اس فرق تپش کا بھی تعین کر لو۔

پس نیوٹن کے کُلیۂ تبرید کی رُو سے مس ط یعنی تپش کی شرح تبدیلی پ ن یعنی فرق تپش کے تناسب ہونی چاہیے۔ یعنی مس ط ∝ پ ن یا مس ط = م × پ ن، یا $\frac{\text{مس ط}}{\text{پ ن}}$ = م، جو ایک مستقل ہے۔

ترسیم کے کم از کم تین نقطوں کے لیے اِس مقدار کا تعین کرو۔ یہ نقطے ایسے منتخب کیے جائیں کہ پورے منحنی کے مختلف حصوں کی اچھی طرح تعبیر ہو سکے۔ اور یہ دیکھو کہ آیا نتیجہ تقریباً مستقل رہتا ہے یا نہیں[1]۔

حاصل شدہ نتائج کی سب سے بڑی اور سب سے چھوٹی قیمتوں کا فرق معلوم کرو اور فی صدی فرق حساب لگاؤ۔

جب ایک مقدار دُوسری مقدار کے ساتھ اس طرح بدلتی ہو کہ دوسری مقدار کے لحاظ سے پہلی مقدار کی شرحِ تبدیلی تناسب ہو خود پہلی مقدار کے، تو کہتے ہیں کہ یہ تبدیلی لوکارتمی یا قوت نمائی قانون کی پابندی کرتی ہے۔

یہی حالت اُس وقت بھی ہوتی ہے جب کہ کوئی رقم سود مرکب کے لحاظ سے بڑھتی جائے۔ لیکن اُس وقت تو رقم مسلسل بڑھتی چلی جاتی ہے اور جو مسئلہ اِس وقت زیرِ غور ہے اس میں گرم جسم کی تپش مسلسل گرتی جاتی ہے۔ اگر ہم تپش کی زیادتی (کمرے کی تپش سے) کے لوکارتم کو وقت کے مقابلے میں مرتسم کریں تو ایک خطِ مستقیم حاصل ہونا چاہیے۔ ایسے

---

[1]۔ چونکہ مس ط = $\frac{\text{پ ن}}{\text{ن ب}}$ ، $\frac{\text{مس ط}}{\text{پ ن}} = \frac{1}{\text{ن ب}}$

لہٰذا اگر $\frac{\text{مس ط}}{\text{پ ن}}$ مستقل ہو تو ن ب کو بھی مستقل ہونا چاہیے۔

اس سادہ ترسیمی طریقے سے اِس کلیہ کی جانچ کا ایک طریقہ ہاتھ آتا ہے۔ مختلف زیرِ غور نقطوں کے لیے خط ن ب کا طول ناپ لو اور دیکھو کہ آیا یہ طول تقریباً مستقل رہتا ہے یا نہیں۔

طالب علم جو تفرقی احصاء کے ابتدائی معلومات رکھتے ہوں، کلیۂ نیوٹن کی تصدیق حسب ذیل طریقے سے کرسکتے ہیں ۔ اگر زیرِ بحث ترسیم ایک خطِ مستقیم ہو تو۔

لوک نہ - لوک ز = ا و

جہاں ز وقت و پر تپش کی زیادتی ہے اور نہ ابتدائی زیادتی ہے جب کہ و = ۰ اور ا ایک مستقل ہے۔

عملِ تفرق سے

$$ا = \frac{فر ز}{فر و}\ \frac{۱}{ز}\ -$$

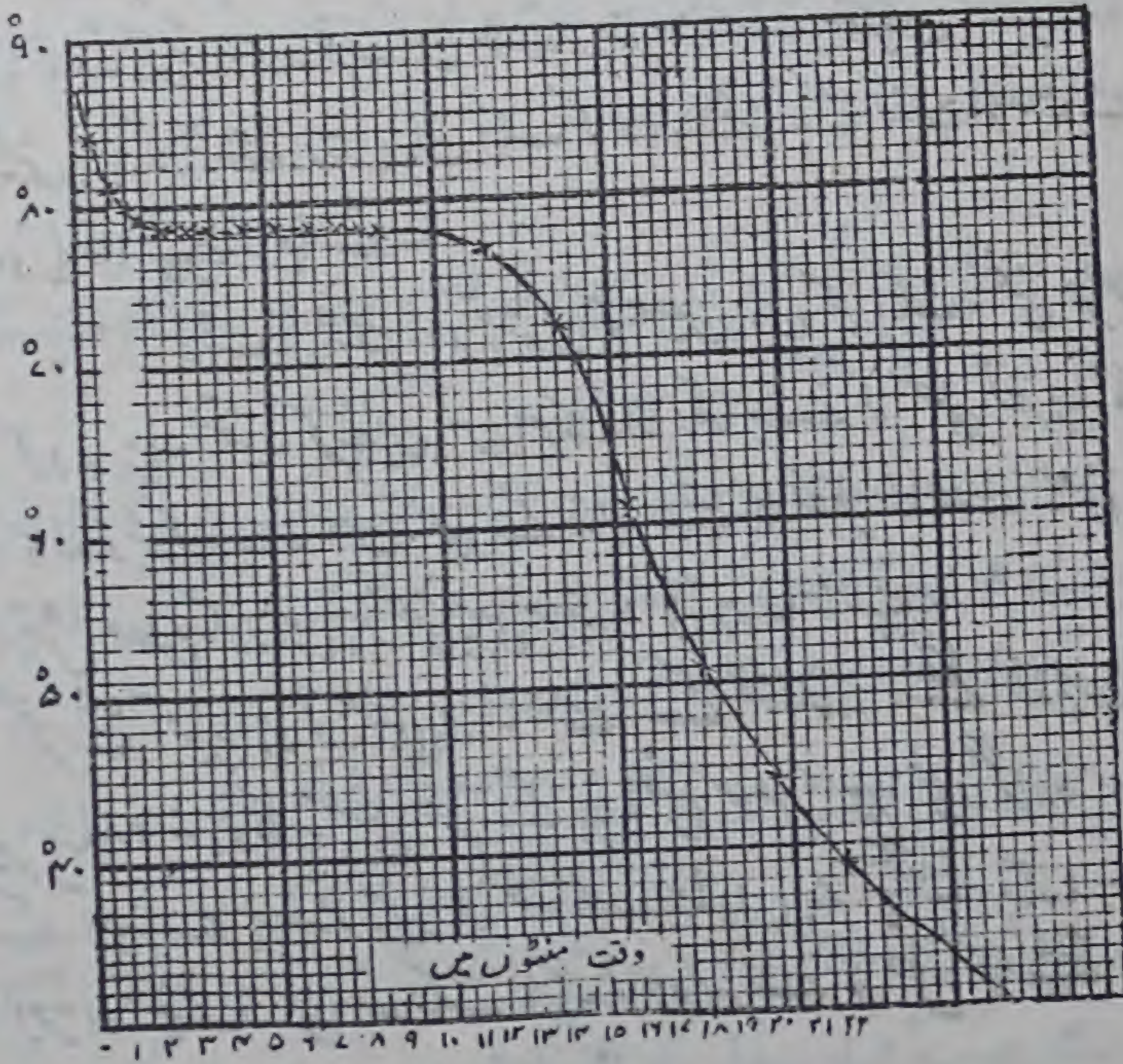
$$یا\qquad ا ز = \frac{فر ز}{فر و}\ -$$

یعنی و پر تپش کے تنزل کی شرح، وقت و پر زیادتی کے متناسب ہے۔

۲-تبرید کا منحنی جب کہ مایع ٹھوس بن رہا ہو

گزشتہ تجربے میں نیوٹن کے کلیۂ تبرید کو، دھات کے پتلی دیواروں والے گرم پانی کے برتن کی تبرید کے ذریعہ واضح کیا گیا ہے ۔ ایسے تجربے کے ذریعہ حاصل کردہ نتائج کی ترسیم ایک خاص طریقے پر اُس وقت ہو جاتی ہے جب کہ برتن کے اندر کا مایع اُس تپش میں سے گزرے جس پر انجماد واقع ہوتا ہے۔

موجودہ تجربہ میں ایسی شئے استعمال کرسکتے ہیں جس کا نقطۂ اماعت کرۂ ہوائی کی معمولی تپش سے زیادہ لیکن ۱۰۰ ْم سے کم ہو۔ مثلاً نفتھالین، سٹیرن (Stearin) یا اچھی قسم کا پیرافنی موم استعمال کرسکتے ہیں۔ اگر تجربہ کے آغاز پر شئے مایع کی حالت میں ہو اور برتن کو ٹھنڈا ہونے کا موقع دیں تو نقطۂ انجماد کے پہنچنے تک مایع کی تپش مسلسل گرتی جائیگی ۔ اب چونکہ مایع کے تمام حصے یکے بعد دیگرے ٹھوس بنتے جائینگے اس لیے ہر حصہ اپنی مخفی حرارت خارج کرتا جائیگا اور اس طرح تپش گرنے نہیں پاتی ۔ لہٰذا جب تک کہ تمام شئے ٹھوس نہ بن جائے تپش تقریباً مستقل رہتی ہے ۔ اس کے بعد تپش پھر گرنے لگتی

ہے اور آخر کار ٹھوس جسم کمرے کی تپش پر پہنچ جاتا ہے (شکل ۱۲۳) ۔

شکل ۱۲۳ ۔ تبریدی منحنی نفتھالین کا نقطۂ اماعت دکھانے کے لیے

تجربہ ۱۰۳ ۔ نقطۂ اماعت کی تعیین تبریدی منحنی کے ذریعہ

دھات کے چھوٹے سے برتن کو جس میں زیرِ تجربہ مادّہ مثلاً موم رکھا ہو، گرم پانی کے برتن میں ڈبو کر احتیاط سے گرم کیا جاتا ہے یہاں تک کہ سارا موم پگھل کر ایسی تپش پر پہنچ جائے جو ۸۰°م یا ۹۰°م کی تپش سے زیادہ بلند نہ ہو ۔

اب اس چھوٹے برتن کو دوسرے بڑے برتن کے اندر سہارا لیا جاتا ہے اور تپش کے مقروئے ہر نصف منٹ کے وقفے پر

لیے جاتے ہیں - جب شئے ٹھوس بننے لگتی ہے تو یہ ضروری ہو جاتا ہے
کہ تپش پیما کو ٹھوس بننے والے جسم کے وسط میں ایک حالت پر چھوڑ
دیا جائے کیونکہ اس تجربے میں ہلاتے رہنا مناسب نہیں ہے -
تپش پیما کو پڑھتے رہو یہاں تک کہ وہ شئے کے نقطۂ اماعت سے
۱۰ یا ۱۵ نیچے گر جائے -

وقت کے فصلے اور تپشوں کو معین مان کر ایک منحنی مرتسم
کرو - پیمانہ منتخب کرنے میں اس امر کا لحاظ رکھا جائے کہ منحنی تقریباً تمام
کاغذ کو پُر کر دے - اس منحنی کے ذریعہ شئے کا نقطۂ اماعت یعنی وہ
تپش معلوم کرو جس پر منحنی پہلی مرتبہ اُفقی ہو جاتا ہے -

اگر شئے آمیزہ ہو تو منحنی پر اماعت کے مختلف نقطے ظاہر ہونگے یا کوئی
صریح تغیر مشاہدہ نہ ہوگا - سستی قسم کے پیرافنی موم، پیرافنی گروہ کے مختلف
ارکان کے آمیزے ہوتے ہیں جو مختلف تپشوں پر پگھلتے ہیں - اِن کے
مختلف اجزاء خفیف سی حد تک ایک دوسرے کو حل کر لیتے ہیں اور اِس
طرح کوئی خاص نقطۂ اماعت حاصل نہیں ہوتا -

پُرسردی ——— عکاسی کا معمولی ہائپو (Hypo) عمل تبرید کا ایک
دلچسپ واقعہ پیش کرتا ہے - اگر اس کو پگھلایا جائے اور معمولی طور پر اس کا
تبریدی منحنی حاصل کیا جائے تو کافی وقت تک اس کی تپش بالکل یکسانیت
کے ساتھ گرتی چلی جائیگی اور نیوٹن کے کُلیۂ تبرید کے تابع ہوگی - اس کے بعد
یکایک انجماد کا عمل شروع ہوگا اور تپش میں فوراً ہی قابل لحاظ اضافہ واقع
ہوگا اور یہ تپش حقیقی نقطۂ اماعت تک بڑھیگی اور اس کے بعد قائم ہو جائیگی
جب تک کہ تمام کا تمام ہائپو (Hypo) ٹھوس نہ بن جائے - اس کے
بعد وہ پھر ایک مرتبہ معمولی کلیۂ تبرید کے مطابق گرنے لگیگی - طالب علم کو چاہیے
کہ کوئی ایسا نظریہ قائم کرنے کی کوشش کرے جس سے انجمادی عمل شروع
ہونے پر تپش کی ترقی کی توجیہ ہو سکے -

بعض اوقات ایسا بھی مشاہدہ میں آسکتا ہے کہ مایع کی تپش، فضا کی

تپش سے چند ہی درجے اوپر تک گر چکی ہے لیکن پھر بھی شئے ٹھوس نہیں بنی۔ اگر شئے کے ٹھوس بننے کے بغیر تپش ۲۵° م سے نیچے گر جائے تو ٹھوس ہائیپو (Hypo) کی ایک قلم پگھلی ہوئی کمیت کے اندر گرا دی جائے اور اس وقت احتیاط کے ساتھ تپش مشاہدہ کی جائے۔

۳ - مایع کی حرارتِ نوعی تبرید کے طریقے سے

کسی دیے ہوئے ماحول کے اندر کسی شئے سے فی ثانیہ حرارت کی ضایع ہونے والی مقدار، ٹھنڈا ہونے والے جسم کی تپش، اس کے کھلے رقبے، اور کھلی سطح کی نوعیت کے تابع ہے۔

$$\text{تپش کا تنزل فی ثانیہ} = \frac{\text{خارج شدہ حرارت فی ثانیہ}}{\text{جسم کی حرارتی گنجائش}}$$

جب مایع کی کوئی مقدار جو کافی بلند تپش تک گرم کی گئی ہو، مستقل تپش کی فضا میں رکھے ہوئے حرارہ پیما کے اندر سرد ہونے دی جائے تو ہر نصف منٹ یا ایک منٹ کے وقفوں سے حاصل کردہ مشاہداتِ تپش کی مدد سے اِس مایع کے لیے تبرید کا منحنی مرتسم کیا جا سکتا ہے۔ اس کے بعد اس مایع کو پانی سے بدل سکتے ہیں اور پھر پانی کے لیے اسی طرح تجربہ انجام دیا جا سکتا ہے۔

اگر ان ہر دو حالتوں میں تپش کے مماثل سلسلے لیے جائیں تو نقصانِ حرارت کی اوسط شرحیں بھی مماثل ہونگی اگر چہ کہ تپش کے تنزل کی اوسط شرحیں ایک دوسری کے مماثل نہ ہوں۔ اگر ان دونوں صورتوں میں تپش کے تنزل کی شرحیں منحنی سے حاصل کی جائیں تو نقصانِ حرارت کی شرحوں کے لیے جملے حاصل کر سکتے ہیں اور ان جملوں کو ایک دوسرے کے مساوی رکھ کر مایع کی حرارت نوعی معلوم ہو سکتی ہے۔

فرض کرو کہ

ک = استعمال کردہ مایع کی کمیت اور خ اس کی حرارتِ نوعی

و = پانی کی کمیت

ک = حرارہ پیما کی کمیت اور نخ اُس کی حرارتِ نوعی۔

نیز فرض کرو کہ ہر حالت میں تپش $ط_۱$ سے $ط_۲$ تک گرتی ہے اور تپش کے اِس تنزل کے لیے وقت $و_۱$ صرف ہوتا ہے جب کہ مایع استعمال ہو اور $و_۲$ اُس وقت جب کہ پانی لیا جائے۔

پہلی صورت میں نقصانِ حرارت کی اوسط شرح

$$\frac{(ک نخ + کَ نخ)(ط_۱ - ط_۲)}{و_۱} \text{ ہے۔}$$

اور دوسری صورت میں

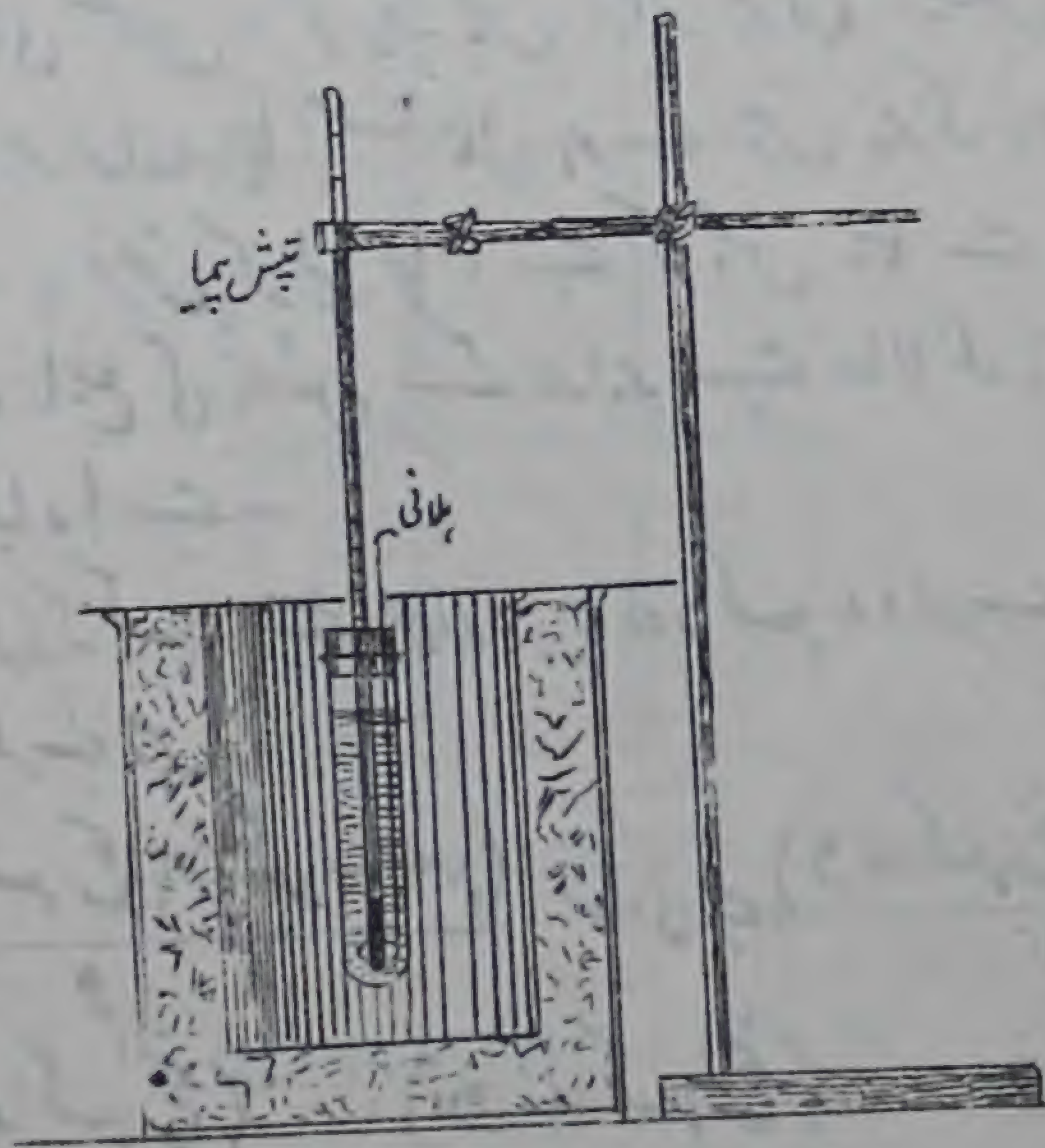
$$\frac{(و + ک نخ)(ط_۱ - ط_۲)}{و_۲} \text{ ہے۔}$$

یہ شرحیں مساوی ہیں۔ اس لیے

$$\frac{(ک نخ + کَ نخ)}{و_۱} = \frac{(و + ک نخ)}{و_۲}$$

اِس مساوات سے نخ محسوب ہو سکتا ہے۔

تجربہ ۱۰۴۔ مایع کی حرارتِ نوعی کی تخمین تبرید کے طریقے سے ——— (ا)۔ دوہری دیواروں کا کوئی ایسا برتن جس کی دیواروں کے بیچ میں پانی ہو، مستقل تپش کی فضا کے طور پر استعمال کیا جا سکتا ہے۔ اس تجربہ کے لیے پیرافنی تیل موزوں مایع ہے۔ دھات کا ایک چھوٹا سا حرارہ پیما جس کے ڈھکن میں تپش پیما اور ہلانی کے لیے سوراخ ہوں، مایع رکھنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔ یہ بات بہت اہمیت رکھتی ہے کہ تجربے کے دونوں حصوں میں حرارہ پیما کی بیرونی سطح ایک ہی نوعیت پر رہے۔ بے حد مجلا بنائی جا سکتی ہے یا اس پر بالکل سیاہ وارنش چڑھایا جا سکتا ہے۔

حرارہ پیما کو تول لو۔ کسی دوسرے برتن میں پیرافنی تیسل کو گرم پانی میں رکھ کر تقریباً ۷۰°م تک گرم کرو ۔ اور گرم پیرافن کو حرارہ پیما میں انڈیل کر حرارہ پیما کو ڈھانک دو ۔ اور فضا میں اِس طرح غیر موصل کے ذریعہ سہار کر رکھ دو کہ وہ اپنے اطراف کے برتن سے مَس نہ کرنے پائے (شکل ۱۲۴)۔ جب تپش ۷۰° سے ۳۰°م تک گر رہی ہو ہر ایک منٹ کے وقفے سے تپش پیما کو پڑھتے رہو۔ اِس دوران میں مایع کو آہستہ آہستہ ہلاتے رہو ۔ مشاہدات کے اختتام پر حرارہ پیما کو ہٹا کر تول لینا چاہیے تاکہ پیرافن کی کمیت معلوم ہو۔ پیرافن کے بجائے پانی استعمال کرکے اسی طریقِ عمل کو دُہرایا جائے اور اِس بات کی احتیاط کی جائے کہ اشعاعی سطح میں کسی طرح بھی کوئی تبدیلی نہ پیدا ہو۔

شکل ۱۲۴ ۔ مایع کی حرارت نوعی

تپش کو معین اور وقت کو فصلے مان کر مربعدار کاغذ پر دونوں تبریدی منحنی

مرتسم کرو۔ پیرافن اور پانی کو ایک ہی حدودِ تپش کے درمیان (مثلاً ۶۵° تا ۳۰°م) ٹھنڈا ہونے میں جتنے ثانیے صَرف ہوں اُن کی تعداد منحنیوں کی مدد سے معلوم کرو۔ صفحہ ۳۸۱ پر دیے ہوئے ضابطے کی مدد سے پیرافن کی نوعی حرارت محسوب کرو۔

بعض اوقات دو حرارہ پیما استعمال کیے جاتے ہیں۔ ایک میں پانی اور دوسرے میں مایع (پیرافن) ہوتا ہے۔ اگر ایسا کیا جائے تو ان دونوں حرارہ پیما کو ایک ہی دھات (ایلومینیَم) کا اور مساوی ابعاد کا ہونا چاہیے اور دونوں احتیاط کے ساتھ مجلّا کیے ہوں۔ اور وہ ایک ہی احاطہ میں کسی قدر فاصلے سے لٹکا دیے جاتے ہیں۔ سوائے اس کے تبریدی منحنی کے لیے مشاہدات بیک وقت حاصل کرنے میں وقت کی کفایت ہے، اس طریقے کی کبھی سفارش نہیں کی جا سکتی کیونکہ اس کا یقین کرنا بالکل غیر ممکن ہے کہ ٹھنڈی ہونے والی سطحیں، گو رقبہ میں برابر ہوں، لیکن جلا میں بھی ضرور مساوی ہونگی۔ جو حرارہ پیما استعمال ہوتے ہیں چونکہ وہ چھوٹے ہوتے ہیں اس لیے یہ فرض کر لیا جاتا ہے کہ تپش پیما سے جو تپش ظاہر ہوتی ہے، خود مایع کی تپش کے برابر ہے حالانکہ اِس وقت مایع کو ہلایا نہیں جا رہا ہے۔

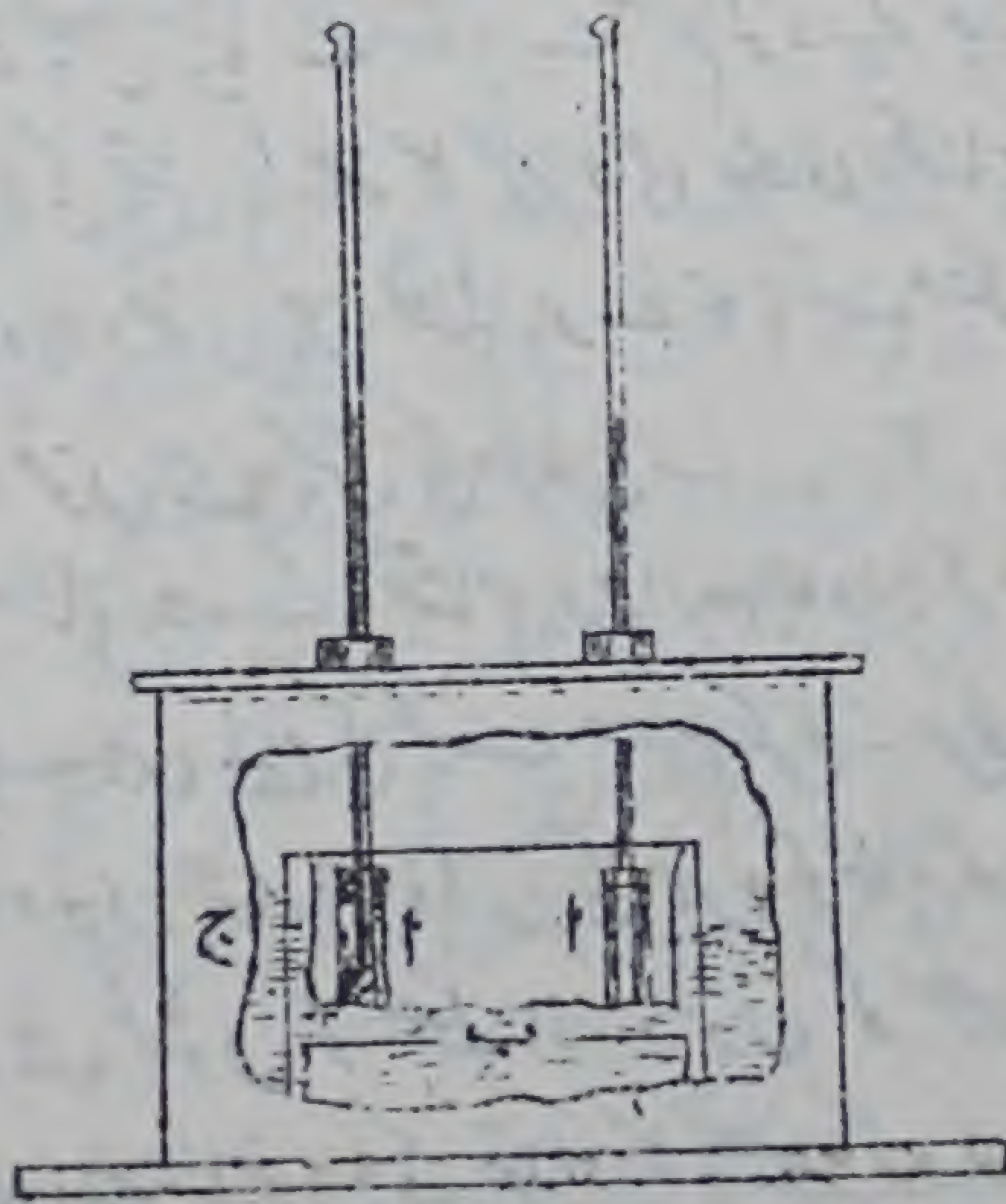
فرض کرو کہ $ک_1$ پہلے حرارہ پیما اور $ک_2$ دوسرے حرارہ پیما کی کمیت کو ظاہر کرتے ہیں۔

تو $\frac{(\text{ک}\,\text{خ}' + \text{ک}_1\,\text{خ})(\text{ط}_1 - \text{ط}_2)}{\text{و}_1}$ مساوی ہے $\frac{(\text{و} + \text{ک}_2\,\text{خ})(\text{ط}_1 - \text{ط}_2)}{\text{و}_2}$

$$\text{پس}\quad \frac{(\text{ک}\,\text{خ}' + \text{ک}_1\,\text{خ})}{\text{و}_1} = \frac{(\text{و} + \text{ک}_2\,\text{خ})}{\text{و}_2}$$

اس مساوات سے $\text{خ}'$ کی قیمت محسوب کر سکتے ہیں۔

تجربہ ۱۰۵ - مایع کی حرارتِ نوعی کی تخمین تبرید کے طریقے سے - (۲) — اندرونی

"کمرے" ب اور بیرونی کمرے ج کی درمیانی فضاء کو ٹھنڈے پانی سے بھر دو تاکہ اندرونی کمرہ مستقل تپش کے برتن کا کام دے سکے۔ ب کے اندرونی طرف پانی نہیں ڈالا جاتا کیونکہ دونوں حرارہ پیماؤں سے تبرید کا عمل اشعاع اور ہوا میں حمل حرارت کے ذریعہ انجام پاتا ہے۔ دونوں حرارہ پیماؤں کو گرم کرنے کے لیے گرم پانی کا برتن چاہیے۔ جب یہ برتن گرم ہو رہا ہو تو خالی حرارہ پیماؤں کو تول لو۔ ایک حرارہ پیما کو دو تہائی کے قریب پیرافن سے بھر لو اور دوسرے کو پانی سے۔ شکل ۱۲۵ء میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب ربر کے ڈاٹوں میں سے تپش پیما گزار کر حرارہ پیماؤں کو احاطہ کے ڈھکن کے

شکل ۱۲۵ء۔ مائع کی حرارت نوعی

ذریعہ سہار لو۔ گرم پانی کے برتن میں ڈبو کر حرارہ پیماؤں کو مع مافیہ مائع کے تقریباً ۷۰°م تک گرم کر لو۔ حرارہ پیماؤں کو اُسی طرح لگا ہوا رکھ کر احاطہ کا ڈھکن لگا دو اور اس بات کی احتیاط کرو کہ حرارہ پیما ودھاتی

برتن ب کو مس نہ کرنے پائے۔ ڈھکن کو اس وضع پر رکھ دینے کے بعد تپش پیماؤں کے مقروئے حاصل کرو۔

اِس کا ایک آسان طریقہ یہ ہے کہ پہلے تپش پیما کا مقروءہ اُس وقت حاصل کیا جائے جب کہ گھڑی کی ثانیوں کی سُوئی ۶۰ پر ہو اور دوسرے تپش پیما کا مقروءہ اُس وقت میں جب کہ ثانیوں کی سُوئی ۳۰ پر ہو۔ مقروئے اُس وقت تک دیے جائیں جب تک کہ دونوں تپش پیما تقریباً ایک ہی تپش (۶۰° اور ۷۰° کے درمیان) نہ دکھاتے ہوں۔ مقروؤں کو جاری رکھو یہاں تک کہ ہر حالت میں تپش ۳۰° م سے نیچے گر جائے۔ پیرافن زیادہ تیزی سے ٹھنڈا ہوگا لہٰذا اِس تپش پر پیرافن پہلے پہنچ جائیگا۔ جب صورتِ حال اِس طرح ہو تو پیرافن کے تپش پیما کے مقروئے ختم کر دیے جائیں۔ لیکن پانی کے تپش پیما کی تپش پڑھنے کا عمل ابھی جاری رکھنا چاہیے۔ ہمیں تو تپش کے مساوی وقفوں میں ٹھنڈا ہونے کا وقت مطلوب ہے نہ کہ مساوی وقتوں میں تپش کی تبدیلی۔

اِن مشاہدات کے اختتام پر حرارہ پیماؤں کو ہٹا لو اور اِن کو تول کر ہر ایک میں مایع کی کمیت معلوم کر لو۔ مربعدار کاغذ کے ایک تختے پر دونوں حرارہ پیماؤں کی تبرید کو ظاہر کرنے کے لیے ترسیم کھینچو جن میں تپشوں کو فصلے اور وقتوں کو سینین مانا جائے۔ منحنیوں کی مدد سے ثانیوں کی تعداد کا تعین کرو جو ہر حالت میں ط₁ (تقریباً ۶۰° م) سے ط₂ (تقریباً ۳۰° م) تک ٹھنڈا ہونے کے لیے درکار ہیں۔ صفحہ ۳۸۳ پر دیے ہوئے ضابطے کی مدد سے مایع کی حرارتِ نوعی کی تخمین کرو۔

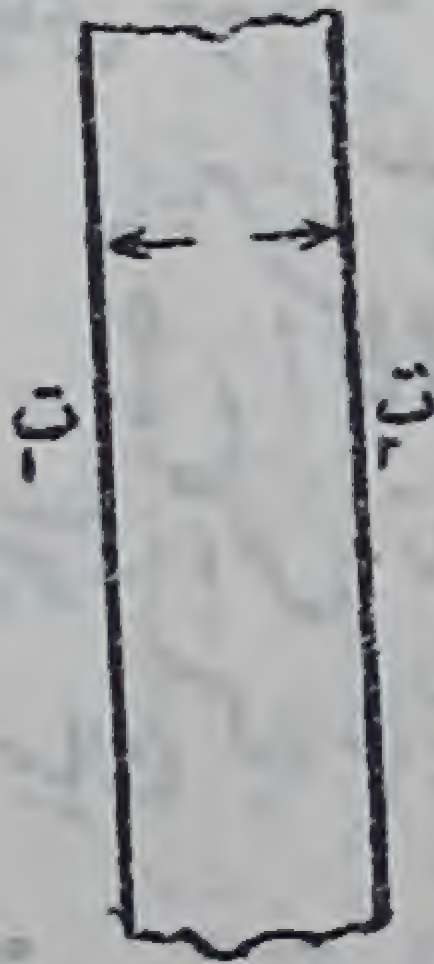
گزشتہ تجربوں میں پیرافن تیل کے بجائے زیتون کا تیل، گلسرین، یا نمک کا طاقتور محلول استعمال کر سکتے ہیں۔

فصل پنجم

موصلیتِ حرارت کی قدر

۱- تعریفات

جب کسی جسم کے ایک نقطے پر اُس کے پاس والے دوسرے نقطے سے زیادہ تپش ہو تو حرارت پہلے نقطے سے دوسرے نقطے کی طرف بہنے کا تقاضا کرتی ہے - اگر ان دونوں نقطوں پر تپش ت۱ اور ت۲ ہو اور ان کا باہمی فاصلہ د ہو تو مقدار (ت۱ - ت۲)/د کو **تپش کا میلان یا تپش کا ڈھال** کہتے ہیں[1] اور اس کو درجے فی سمر کی رقوم میں ظاہر کرتے ہیں -

ت۱ ت۲

جب کسی مادی شئے کا ایک کُندا جس کے رُخ متوازی ہوں اور جس کی دبازت د ہو اس طرح رکھا ہو کہ اس کے ایک رُخ کو تپش ت۱ پر اور دوسرے کو تپش ت۲ پر رکھا جائے تو کُندے کے رُخوں کے علی القوائم خطوط کی سمت میں حرارت کا یکساں بہاؤ دفعۃً واقع ہونے لگیگا اور تپش کا میلان پیدا ہوگا جو (ت۱ - ت۲)/د کے مساوی ہوگا -

شکل ۱۲۶- متوازی رخوں کا کندا

---

[1] احصائے تفرق کی ترقیم میں اس کو (ضر ت)/(ضر لا) لکھتے ہیں اگر لا فاصلے کو تعبیر کرتا ہو -

حرارت کی مقدار ح جو وقت و میں کُندے کے ایک رُخ کے رقبہ ر میں سے بہتی ہو، وقت، رقبے اور تپش کے متناسب ہوگی۔ اس کا انحصار کُندے کے مادۂ ترکیبی پر بھی ہوگا۔ پس ہم اس کو اس طرح بیان کر سکتے ہیں کہ

$$\text{ح} = \text{م}\ \text{ر}\ \frac{\text{ت}_1 - \text{ت}_2}{\text{و}}\ \text{و}$$

جہاں م ایسی مقدار ہے جو کُندے کے مادہ کی نوعیت پر منحصر ہے۔ اس مساوات سے مقدار م کے معنی کی توضیح بھی ہوتی ہے کہ **موصلیتِ حرارت کی قدر** یا مختصراً مادہ کی موصلیتِ حرارت ہے۔ اس مساوات کو م کے لیے حل کریں تو

$$\text{م} = \frac{\frac{\text{ح}}{\text{و}}}{\text{ر}\ (\text{ت}_1 - \text{ت}_2)\ /\ \text{و}}$$

حاصل ہوگا۔ شمار کنندہ $\frac{\text{ح}}{\text{و}}$ سے کُندے میں حرارت کے بہاؤ کی شرح ناپی جاتی ہے۔ اس کو حرارے فی ثانیہ کی رقوم میں بیان کرتے ہیں۔

پس مختصر طور پر **موصلیتِ حرارت کی قدر** کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ یہ **فی اکائی رقبہ حرارت کے بہاؤ کی شرح ہے** اگر تپش کا ڈھال اکائی ہو[1]۔ اِس قدر کو حرارے فی ثانیہ، فی مربع سمر، فی اِکائی ڈھال کی رقوم میں بیان کیا جائیگا اور یہ [حرارے × (سمر)$^{-1}$ (درجۂ مئی$^{-1}$)] کے مساوی ہے۔

پس معلوم ہوا کہ موصلیتِ حرارت کی قدر کی پیمائش میں یہ بات بطور نتیجہ شامل ہیں کہ ایک قائم حالت پر پہنچ چکنے کے بعد اِن میں مقادیر یعنی

---

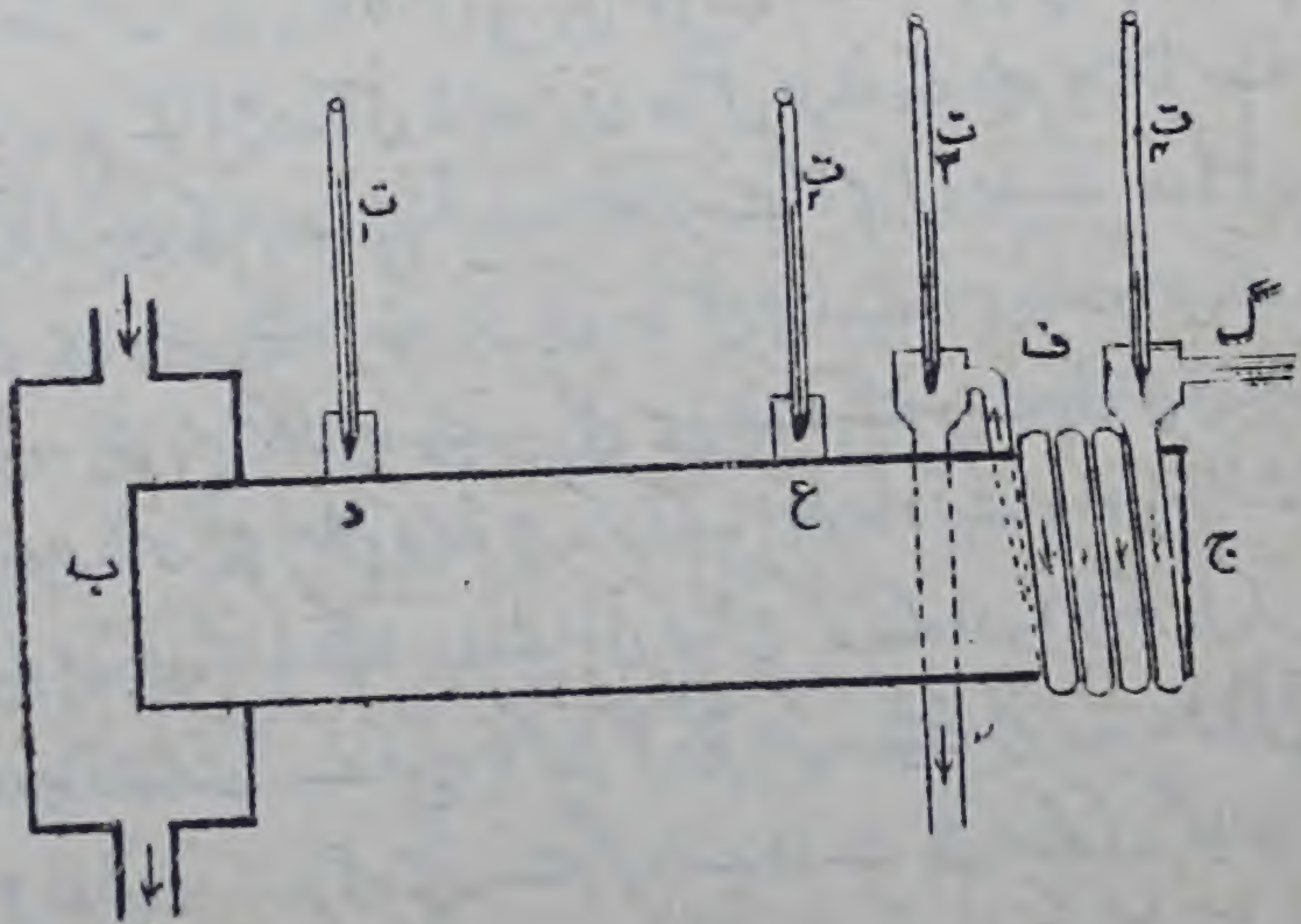
[1] احصائے تفرقی کی ترقیم میں یہ مساوات اِس طرح لکھی جائیگی۔

$$= \frac{\frac{\text{فر ح}}{\text{فر و}}}{\text{ر فر ت}\ /\ \text{فر لا}}$$

حرارت کے بہاؤ کی شرح، رقبہ جس میں سے حرارت بہ رہی ہو، اور تپش کے ڈھال کی تخمین کی جائے۔

۲ - تجرباتی تعینات

دھاتی سلاخ کی موصلیتِ حرارت کی قدر

دھات جس کی موصلیتِ حرارت کی قدر معلوم کرنی ہے، اُسطوانی سلاخ کی شکل کی ہے (شکل نمبر ۱۲۷)۔ سلاخ کے ایک سرے کو کمرے ب میں سے بھاپ کی رَو گزار کر گرم کیا جاتا ہے اور دوسرے سرے کو ج کے پاس سلاخ کو گھیرے ہوئے لولبی نلی میں پانی کی رَو بہا کر سرد

شکل نمبر ۱۲۷ - دھاتی سلاخ کی موصلیتِ حرارت

رکھا جاتا ہے۔ نلی کے طول میں دو نقطوں د اور ع کی تپشیں ت۱ اور ت۲ تپش پیماؤں کے ذریعہ معلوم کی جاتی ہیں۔ پانی کی تپشیں نقطۂ ف پر جہاں

پانی کو لبی نلی میں سے باہر نکلتا ہے، تپش پیما ت۲ کے ذریعہ اور مقام گ پر جہاں یہ نلی میں داخل ہوتا ہے، تپش پیما ت۱ کے ذریعہ معلوم کی جاتی ہیں۔

تجربہ ۱۰۶ - دھاتی سلاخ کی موصلیتِ حرارت کی قدر کی تخمین —— تجربہ کی انجام دہی کے لیے یہ ضروری ہے کہ جو شارہ سے بھاپ کی ایک مستقل رَو بھاپ کے کمرے میں سے گزاری جائے اور پانی کی مستقل رَو لوبی نلی میں سے گزرتی رہے۔ سلاخ کو چاروں طرف ناقص موصلِ حرارت مادّے مثلاً نمدے سے اچھی طرح لپیٹ دیتے ہیں اور اس کو اسی طرح چھوڑ دیا جاتا ہے یہاں تک کہ ایک مستقل حالت پر پہنچ جائے۔ اس کے لیے ۲۰ منٹ سے نصف گھنٹہ تک وقت صرف ہوگا۔ چاروں تپش پیماؤں کو وقتاً بہ وقت یہ دیکھنے کے لیے پڑھتے رہنا چاہیے کہ آیا تپش مستقل ہوگئی ہے یا نہیں۔ آخرکار جو تپشیں معلوم ہونگی، اُن کا انحصار اُس شرح پر ہوگا جس پر پانی نلی میں سے بہ رہا ہے۔ تپشوں ت۱ اور ت۲ کے مابین کافی زیادہ فرق حاصل کرنے کے لیے یہ مناسب ہوگا کہ پانی کی بہت ہی سُست دھار سے کام لیا جائے۔ دراصل نلی میں سے ٹپکنے سے جو پانی حاصل ہوتا ہے اُس سے کسی قدر زیادہ پانی باہر نکلنا چاہیے۔ نلی میں سے بہنے والے پانی کی فی ثانیہ مقدار اس طرح معلوم کرتے ہیں کہ ایک معلومہ وقت (۲ یا ۴ منٹ) کے دَوران میں نکلنے والے پانی کو جمع کرکے اور اُس کو تول کر یا درجہ دار برتن کے ذریعہ اُس کا حجم ناپ لیتے ہیں۔ اس طرح و ثانیوں میں نلی میں سے گزرنے والے پانی کے ک گراموں کی تعداد معلوم ہو جائیگی۔ پانی کی اس کمیت کی تپش ت۲ سے ت۱ تک بڑھ گئی یعنی پانی نے سلاخ سے ک (ت۱ - ت۲) حرارت کی اکائیاں حاصل کرلیں۔ یہ فرض کرکے سلاخ کے پہلوؤں سے کوئی حرارت خارج نہیں ہوئی، ح/و کے لیے

جو موصلیتِ حرارت کی قدر کی تعریف میں شامل ہے، جملہ

$$\frac{ک\,(ت_۱ - ت_۲)}{و}$$ درج کر سکتے ہیں۔

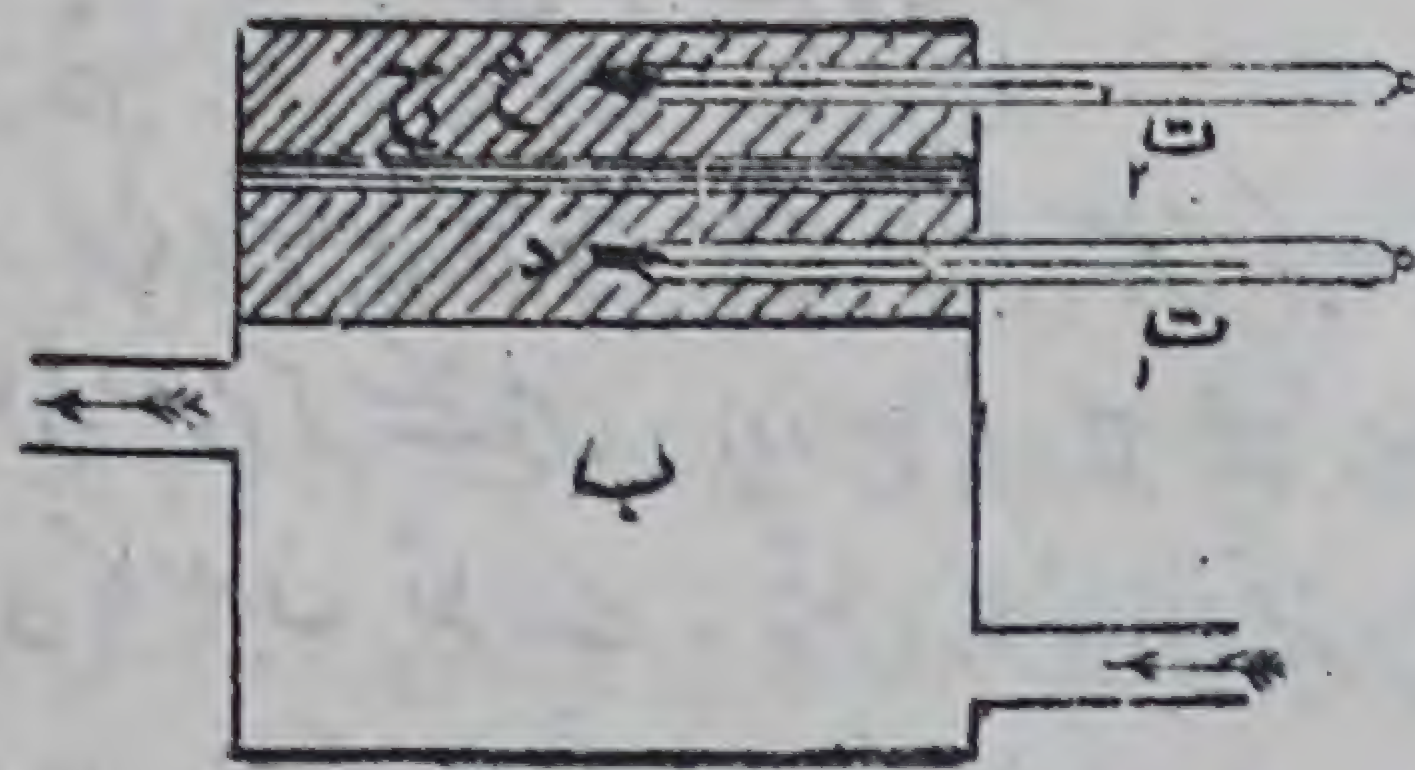
سرل چاپ کی مدد سے سلاخ کا قطر معلوم کر کے سلاخ کی تراشِ عمودی کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ اور $س = \pi$ ص^2 جہاں ص مدور تراشِ عمودی کا نصف قطر ہے۔ تپش کا ڈھال تپشوں $ت_۱$ اور $ت_۲$ اور نقاط د اور ع کے مابین فصل و کے ذریعہ معلوم ہو سکتا ہے۔ پس اس طرح م کی تخمین کے لیے تمام ضروری رقمیں معلوم کر سکتے ہیں۔

تختی کی شکل کے ایک ناقص موصل کی موصلیتِ حرارت کی تعیین

ناقص موصل حرارت کی صورت میں زیر تجربہ مادہ کی تختی کی موٹائی بہت کم ہونی چاہیے۔ ذیل میں جس آلہ کی توضیح کی گئی ہے، بلحاظِ اُصول اُس آلے کے مشابہ ہے جو پروفیسر سی۔ ایچ۔ لیز[1] نے اپنی تحقیقات میں استعمال کیا تھا۔ لیکن استعمال میں سہولت کے مدِنظر پروفیسر مذکور کے آلے کو جو ایک خالی برتن میں ڈوریوں کے ذریعہ لٹکایا گیا تھا، اُلٹ دیا گیا ہے۔

تجربہ ۱۰۷۔ کسی ناقص موصل مثلاً مقوے کی موصلیتِ حرارت کی قدر کی تخمین۔ —— شئے ایک پتلی مدور تختی کی شکل کی ہے۔ تختی کے ایک رُخ کو ایک دھاتی کمرے ب کے ساتھ تماس میں رکھ کر گرم کیا جاتا ہے (شکل ۱۲۸) جس میں سے بھاپ کی رَو گزاری جاتی ہے۔ تختی کا دُوسرا رُخ

[1] C. H. Lees

دھات کے مدوّر قرص ج کے ساتھ تماس میں ہے۔ دھات کی

شکل نمبر ۱۲۸ ۔ مقوے کی موصلیت حرارت

تمام سطحوں پر نکل کا ملمع کیا گیا ہے ۔ تپش پیما د اور ع کو کمرے ب اور قرص ج کے اندر سوراخوں میں داخل کر دیا گیا ہے۔
آلے میں بھاپ اُس وقت تک گزاری جاتی ہے جب تک کہ دونوں تپش پیما مستقل نہ ہو جائیں اور اس کے بعد تپش پیماؤں کے مقروؤں کو قلمبند کیا جاتا ہے۔
فضا کی تپش تا مشاہدہ کرنا چاہیے۔
یہ فرض کر لیا گیا ہے کہ تپش پیماؤں سے حاصل شدہ تپشیں ت۱ اور ت۲ مقوے کی تختی کے دونوں رُخوں کی تپشوں کو تعبیر کرتی ہیں۔ مقوے کی موٹائی معلوم ہونے سے تپش کا ڈھال محسوب کیا جا سکتا ہے۔ رقبہ جس میں سے حرارت بہتی ہے، مقوے کے ایک رُخ کے رقبے کے برابر لیا جاتا ہے۔ اور اس کو مدوّر تختی کے نصف قطر کی مدد سے معلوم کرتے ہیں۔
اب مقوے میں سے حرارت کے بہاؤ کی شرح معلوم کرنی ہے۔ اس کے لیے ایک علیحدہ تجربے کی ضرورت ہے۔ جب پہلے تجربے میں مستقل حالت پہنچ جاتی ہے تو یہ ضروری ہے کہ مقوے میں سے حرارت کے بہاؤ کی شرح اُس شرح کے ٹھیک برابر ہونی چاہیے

جس شرح سے قُرص ج کی سطح سے حرارت کا اخراجِ اشعاع اور حملِ حرارت کے ذریعہ عمل میں آتا ہے ۔ وجہ یہ ہے کہ جب تپش مستقل ہو جاتی ہے تو قرص میں کوئی حرارت جمع نہیں ہو سکتی اور اس لیے قرص کی حاصل کردہ حرارت خارج کردہ حرارت کے برابر ہونی چاہیے ۔ اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ اگر ہم اُس شرح کا تعین کر سکیں جس سے حرارت خارج ہو رہی ہے تو ہمیں معلوم ہو جائیگا کہ حرارت کس شرح سے مقوے میں سے بہ رہی ہے ۔

گرم کرنے والے کمرے ب کو ہٹا دیا جاتا ہے اور قرص ج کو، جس کے ایک رُخ پر مقوے کی تختی تماس کر رہی ہے، اس طرح سہارا لیا جاتا ہے کہ ایصال کے ذریعہ انتقالِ حرارت کم سے کم ہو ۔ یہ عمل بعض وقت اس طرح کیا جاتا ہے کہ قرص کو ڈوریوں کے ذریعہ لٹکا دیتے ہیں لیکن یہ زیادہ سہل ہے کہ مقوے کو کسی سہارے مثلاً لکڑی کے کُندے پر جو خود ناقص موصل ہے، رکھ دیا جائے ۔

اس کے بعد قُرص کو بنسنی شُعلے کے ذریعہ گرم کرتے ہیں حتیٰ کہ اس کی تپش مستقل تپش ت۲ سے ۵ یا ۶ درجے اونچی ہو جاتی ہے ۔ اس کے بعد اس کو سرد ہونے دیتے ہیں تاکہ اس کی تپش موجودہ تپش ت۲ سے گر کر ت۳ پر پہنچ جائے ۔ جو ت۲ سے اُتنے ہی درجے نیچے ہے جتنے درجے ت۱ اس کے اُوپر ۔ اس تدبیر کے دَوران میں صَرف شدہ وقت و کو بھی کافی احتیاط کے ساتھ لکھ لیتے ہیں ۔

تبرید کے دَوران میں ضایع شدہ حرارت ک نخ (ت۱ - ت۳) ہے جہاں ک قرص کی کمیت، اور نخ دھات کی حرارتِ نوعی ہے ۔ اس سے یہ نتیجہ نکلا کہ حرارت کے خارج ہونے کی شرح $\frac{\text{ک نخ (ت۱ - ت۳)}}{\text{و}}$ ہے ۔

یہ فرض کرکے کہ یہ مقدار موصلیتِ حرارت کے ضابطے میں ح/و کے
برابر ہے، ہم کو وہ تمام معطیات حاصل ہو جاتے ہیں جو موخرالذکر
مقدار کے محسوب کرنے کے لیے ضروری ہیں۔

نلی کی شکل کے ناقص موصل کی موصلیتِ حرارت کی تخمین

نلی کی شکل کے کسی ناقص موصل کی موصلیتِ حرارت کی شرح کی تعیین
اس طرح پر ہو سکتی ہے کہ اس نلی میں سے یا نلی کے اطراف پیرہن میں
سے بھاپ کی رَو گزاری جائے اور نلی کی دیواروں میں سے منتقل شدہ
حرارت کی مقدار کو حرارہ پیمائی کے سادہ طریقوں کی مدد سے ناپ لیا جائے۔

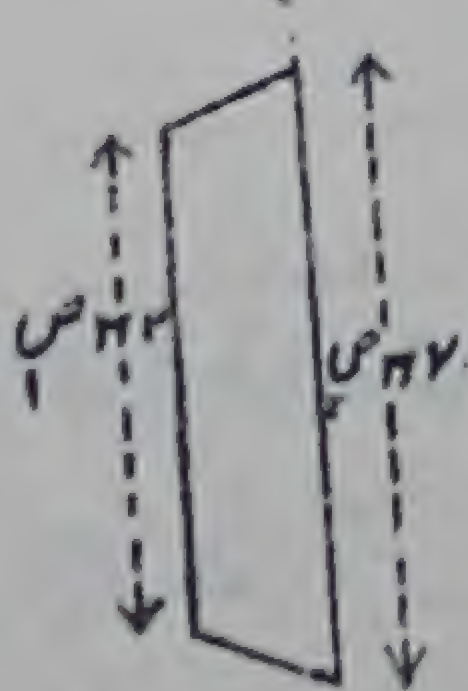
پہلی قسم کا آلہ ——— بھاپ خود نلی میں سے گزاری جاتی
ہے۔ حرارہ پیما میں پانی کی معلوم کمیت لے کر نلی کو اس کے اندر غرق کر سکتے ہیں
اور کسی خاص وقت کے لیے پانی کا اضافۂ تپش مشاہدہ کیا جا سکتا ہے۔

تجربہ ۱۰۶۔ **نلی کی شکل کے ناقص موصل کی موصلیتِ حرارت کی قدر کی تخمین** ——— ربر کی
نلی کی حالت میں ایک ایسا حرارہ پیما منتخب کرو جس کی گنجائش کافی سے
زیادہ (۵۰۰ یا ۶۰۰ مکعب سمر) ہو تاکہ کافی لمبی نلی لچھے کی شکل میں
حرارہ پیما کے اندر رکھی جا سکے۔ حرارہ پیما کے اندرونی برتن کو تول لو

لہ۔ یہ مفروضہ کامل طور پر درست نہیں ہے۔ کیونکہ جب مبدائے حرارت کو ہٹا لیا جاتا ہے تو قرص کی
تھوڑی سی حرارت مقوے میں سے ایصال کے ذریعہ ضائع ہو جاتی ہے۔ یہ زیادہ قرین صحت ہوگا کہ مبدائے
حرارت کو اُس کی ابتدائی وضع ہی میں رکھ کر قرص کے نقصان حرارت کی شرح کی تخمین کی جائے۔ لیکن
اُس کو اُسی تپش پر ہونا چاہیے جس پر قرص ہے تاکہ مقوے میں کوئی میلان تپش موجود نہ ہونے
پائے۔ کم از کم تقریبی طور پر اس شرط کے سمجھنے میں عملاً کوئی دقت نہیں ہے۔

اور تقریباً دو تہائی تک پانی سے بھر لو۔ بھرے ہوئے برتن کو تول لو تاکہ پانی کا وزن معلوم ہو جائے ۔ پانی کی تپش ت، معلوم کر لو جس کو بوقتِ آغاز سہولت کے ساتھ کمرے کی تپش سے نیچے رکھ سکتے ہیں ۔ نلی کا لچھا بنا کر پانی کے اندر اس طرح رکھو کہ دونوں سرے حرارہ پیما سے کسی قدر باہر نکلے رہیں ۔ اس کے بعد نلی کے سرے کو بھاپ کے مکون کے سوراخ کے ساتھ جوڑ دینا چاہیے تاکہ اس کے اندر سے بھاپ کی مستقل رَو بہائی جا سکے ۔ نلی کا دُوسرا سرا قلعی (Tin) کے برتن کے اندر ڈبو دیا جائے تاکہ بستہ شدہ بھاپ کے قطرے جمع ہو سکیں ۔

نلی کے اندر سے بھاپ کو مقررہ اور مشاہدہ کردہ وقت تک گزرنے دو تا آنکہ پانی کی تپش ۱۵° یا ۲۰° ح بڑھ جائے۔ اُس وقت کا مشاہدہ کر لو جس دوران میں بھاپ گزرتی رہی اور پانی کی انتہائی تپش ت۲ کا بھی مشاہدہ کرو ۔

پانی کے اندر ڈوبی ہوئی نلی کا طول ناپ لینا چاہیے ۔ اس مقصد کے لیے یہ امر باعثِ سہولت ہے کہ نلی کے اُن مقامات پر دو نشان لگا دیے جائیں جہاں نلی حرارہ پیما کے پانی میں داخل ہوتی اور باہر نکلتی ہے ۔ فرض کرو کہ ڈوبی ہوئی نلی کا طول ل سمر ہے نلی کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر بھی ناپ لو ۔ اِن کو علی الترتیب ص۱ اور ص۲ مان لو۔ تو نلی کی دیوار کی موٹائی ص۲ - ص۱ سمر ہوگی ۔ اگر ہم یوں تصور کریں کہ نلی کے ٹکڑے کو اُس کے محور کے متوازی کاٹ کر کھول دیا گیا ہے (شکل ۱۲۹) تو یہ ٹکڑا اُس تختے کی ایک ایسی تختی کے تقریباً مماثل ہوگا جس کی دبازت ص۲ - ص۱ ہے ۔

شکل ۱۲۹ ۔ نلی سے تختی بنانا

جس رقبہ میں سے حرارت گزرتی ہے اُس کو

اُس تختی کے دونوں رُخوں کے رقبوں کا تقریباً اوسط لے سکتے ہیں یعنی

$$\text{س} = \frac{1}{2}\left(2\pi\,\text{ص}_1\,\text{ل} + 2\pi\,\text{ص}_2\,\text{ل}\right) = 2\pi\,\bar{\text{ص}}\,\text{ل}$$

جہاں $\bar{\text{ص}} = \frac{1}{2}(\text{ص}_1 + \text{ص}_2)$ نلی کا اوسط نصف قطر ہے۔

نلی کے باہر کی طرف تپش مستقل نہیں رہتی لیکن تپش کے ڈھال کو محسوب کرنے میں ہم ابتدائی اور انتہائی تپشوں کا اوسط لے لیتے ہیں۔ نلی کے اندرونی رُخ کی تپش $\text{ت}_1 = 100°$ م لی جا سکتی ہے۔ پس تپش کا ڈھال

$$\frac{\text{ت}_1 - \bar{\text{ت}}}{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}$$

ہے، جہاں $\bar{\text{ت}} = \frac{1}{2}(\text{ت}_2 + \text{ت}_3)$ نلی کی بیرونی اوسط تپش ہے۔

اب اس کے علاوہ جو مقدار درکار ہے، وہ مقدارِ حرارت ہے جو وقت و میں نلی کی دیوار میں سے گزرتی ہے۔ چونکہ یہی حرارت حرارہ پیما اور اُس کے مافیہ کی تپش کو ت_2 سے ت_3 تک بڑھانے میں صَرف ہوتی ہے لہٰذا اس کو بھی آسانی سے شمار کر سکتے ہیں۔ اس طرح سے موصلیتِ حرارت کی قدر کی تخمین کے لیے جتنی مقداریں درکار ہیں دستیاب ہو جائینگی اور صفحہ ۳۸۷ کی تعریف کے بموجب حاصل کردہ مساوات[1] کی مدد سے اس قدر (Co-efficient) کا تعین ہو جاتا ہے۔

$$\text{م} = \frac{\text{ح}/\text{و}}{2\pi\,\bar{\text{ص}}\,\text{ل}\left(\dfrac{\text{ت}_1 - \bar{\text{ت}}}{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}\right)}$$

---

[1] کھوکھلے اُسطوانے کی دیواروں میں سے حرارت کے بہاؤ پر غور کرنے سے جو زیادہ صحیح ضابطہ حاصل ہوتا ہے، اُس سے

$$\text{م} = \frac{\text{ح}/\text{و}}{\dfrac{2\pi\,\text{ل}\left(\text{ت}_1 - \frac{1}{2}\{\text{ت}_2 + \text{ت}_3\}\right)}{\text{لوک}\,\dfrac{\text{ص}_2}{\text{ص}_1}}}$$

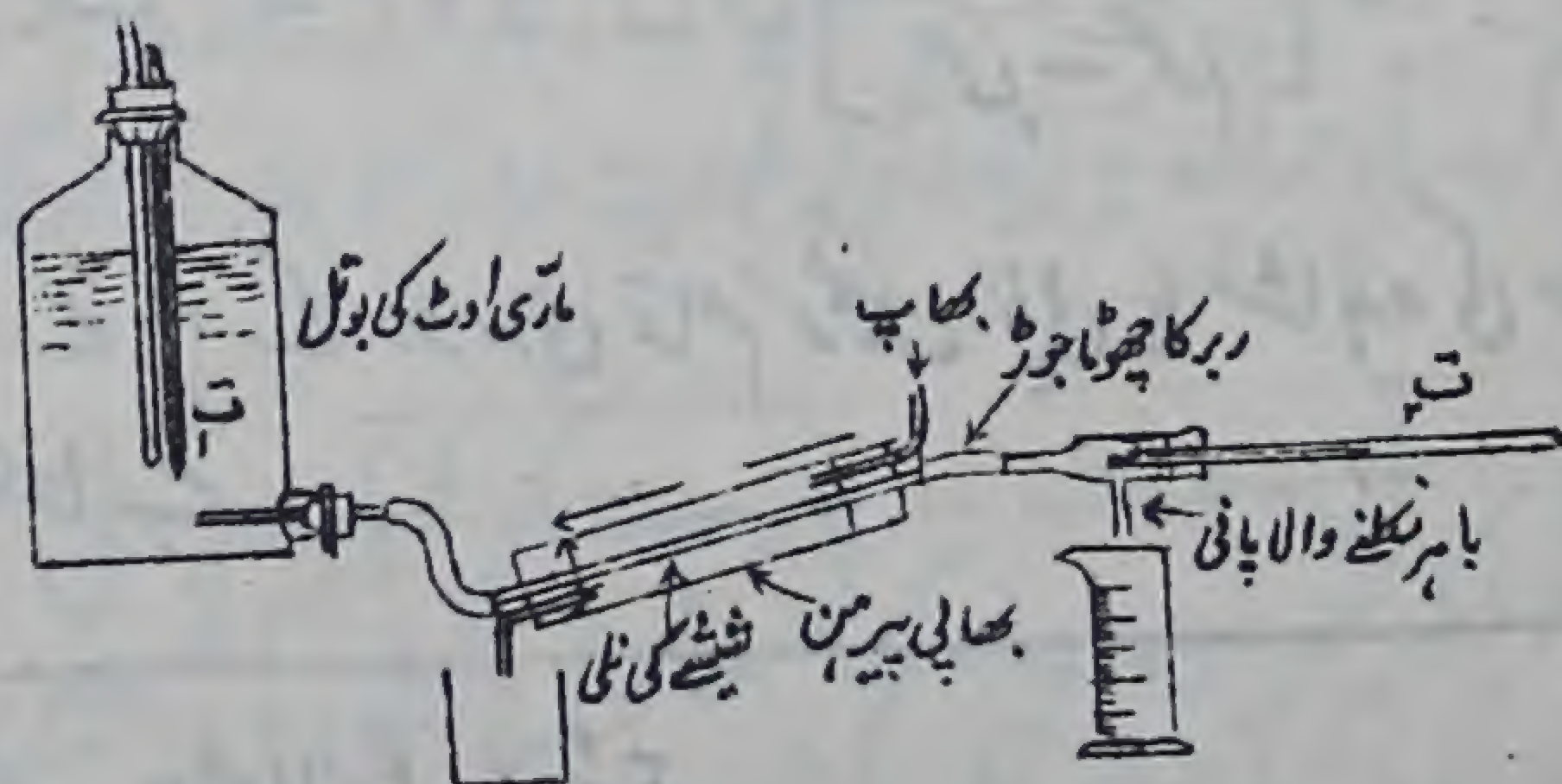
حاصل ہوتا ہے۔

جب نلی کی دیوار اتنی پتلی ہو کہ $\text{ص}_2 - \text{ص}_1$ بمقابلہ ص_2 یا ص_1 بہت چھوٹا ہو تو یہ مساوات مندرجۂ بالا شکل اختیار کر لیتی ہے۔

دوسری قسم کا آلہ ـــــــ اگر نلی ملائم نہ ہو جیسے کہ شیشے کی نلی تو اس کی موصلیتِ حرارت کی حسب ذیل طریقے پر تخمین ہو سکتی ہے:ـ

نلی میں پانی کی رَو آہستہ آہستہ بہائی جاتی ہے اور اِس رَو کو یکساں رکھنے کے لیے ماری اوٹ (Mariotte) کی بوتل کو کام میں لاتے ہیں۔ نلی کو کسی قدر مائل رکھا جاتا ہے تاکہ تجربے کے دَوران میں ہمیشہ پانی سے بھری رہے۔ اس کو بھاپ کے پیرہن سے گھیر دیا جاتا ہے جس میں سے بھاپ گزرتی رہتی ہے (شکل نمبر ۱۳۰)۔

تجربہ نمبر ۱۰۹۔ نلی کی شکل کے ناقص موصل کی موصلیتِ حرارت کی قدر کی تخمین

ـــــــ جب پانی نلی میں داخل ہوتا ہے تو اُس کی تپش معلوم کر لی جاتی ہے۔ جب پانی نلی میں سے بہتا ہے تو ایصال کے ذریعہ نلی کی دیواروں میں سے حرارت حاصل کرتا ہے اور اِس عرصہ میں کہ یہ پانی نلی کے پیرہنی حصے میں سے بہ نکلے اس کی تپش بڑھ کر ت۲ ہو جاتی ہے۔ عین باہر نکلنے والے پانی کی تپش بھی لے لی جاتی ہے اور باہر نکلنے والے پانی کو پیمانہ دار اُسطوانی میں جمع کر لیا جاتا ہے۔ اس عمل سے کسی خاص وقت میں نلی کے اندر سے بہ نکلنے والے

شکل نمبر ۱۳۰۔ شیشے کی نلی کی موصلیت حرارت

پانی کی مقدار معلوم کر لی جاتی ہے ۔ وقت کا یہ وقفہ اتنا ہونا چاہیے
کہ کم ازکم ۳۰۰ مکعب سمر پانی پیمانے کے اندر جمع ہو جائے اور
اس پانی کی کثافت اکائی فرض کرکے اس کی کمیت محسوب کر لی
جاتی ہے ۔ اگر و ثانیوں میں نلی میں سے بہنے والے پانی کی کمیت
ک گرام ہو تو اس مدت کے اندر نلی کی دیواروں سے ایصال
شدہ مقدار حرارت ح کی قیمت $\text{ک}\,(\text{ت}_2 - \text{ت}_1)$ حرارے
ہوگی ۔

بھاپ پیرہن کے سروں کے درمیان نلی کے طول کو ناپ لیتے
ہیں اور نلی کے اندرونی اور بیرونی نصف قطروں کی بھی پیمائش کر لی جاتی
ہے ۔ فرض کرو کہ یہ علی الترتیب ل، ص_1 اور ص_2 ہیں ۔ تو اوسط رقبہ
$2\pi\,\bar{\text{ص}}\,\text{ل}$ ہے جس میں سے حرارت بہتی ہے اور جہاں $\bar{\text{ص}} = \frac{1}{2}(\text{ص}_1 + \text{ص}_2)$
نلی کے اندر تپش کا اوسط ڈھال

$$\frac{100 - \bar{\text{ت}}}{\text{ص}_2 - \text{ص}_1} \text{ ہے جہاں } \bar{\text{ت}} = \frac{\text{ت}_1 + \text{ت}_2}{2}$$

پس[ل]

$$\text{ک}\,(\text{ت}_2 - \text{ت}_1) = \text{م}\,2\pi\,\bar{\text{ص}}\,\text{ل}\left[\frac{100 - \bar{\text{ت}}}{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}\right]\text{و}$$

ان میں سوائے م کے دوسری تمام رقمیں ناپی یا مشاہدہ کی جاسکتی ہیں ۔
لہذا م محسوب ہو سکتا ہے ۔

ل اگر زیادہ صحیح مساوات استعمال کی جائے تو

$$\text{ک}\,(\text{ت}_2 - \text{ت}_1) = \frac{\text{م}\,2\pi\,\text{ل}\,(100 - \bar{\text{ت}})\,\text{و}}{\text{لوک}_e \frac{\text{ص}_2}{\text{ص}_1}}$$

فصل ششم

حرارت کا معادلِ حیلی

۱- حرارت کے مُعادلِ حیلی کی تعریف اور تخمین

ڈاکٹر جے۔ پی۔ جُول[1] (۱۸۱۸ء۔۱۸۸۹ء) نے یہ ثابت کیا کہ جب میکانی توانائی کے خرچ سے حرارت پیدا کی جاتی ہے تو پیدا شدہ حرارت کی ہر اکائی کے لیے کام کی اکائیوں کی ایک خاص تعداد صرف کرنا پڑتی ہے۔ اس تعداد کو **حرارت کا مُعادلِ حیلی** کہتے ہیں۔ اس طرح ایک حرارہ (گرام درجہ مئی) پیدا کرنے کے لیے $۴٫۲ \times ۱۰^{۷}$ ارگ۔ یا ۴٫۲ جُول کام درکار ہے۔ س۔گ۔ث نظام میں تپش کا مئی پیمانہ استعمال کرنے پر حرارت کے مُعادلِ حیلی کی قیمت $۴٫۲ \times ۱۰^{۷}$ ارگ فی حرارہ یا زیادہ صحیح طور پر $۴٫۱۸ \times ۱۰^{۷}$ ارگ فی ۲۰° م حرارہ ہوتی ہے۔

تجربہ ۱۱۰۔ پارے کو ایک نلی کے اندر گرا کر حرارت کے معادلِ حیلی کی تعیین کرنا۔ شیشے کی ایک چوڑی اور تقریباً ایک میٹر لمبی اور ۳ تا ۴ سم قطر کی

---

[1] Dr Joule

نلی کا ایک سرا سربہ مہر کر دیا جاتا ہے ۔ اور دوسرے سرے پر ربر کی چُست ڈاٹ لگائی جاتی ہے جس میں سے حسّاس تپش پیما گزارتے ہیں ۔ تقریباً ۵۰ مکعب سمر پارا نلی میں ڈالا جاتا ہے اور ڈاٹ کو اُس کی جگہ پر احتیاط سے لگا دیتے ہیں ۔ نلی کو اُس کے وسط میں مضبوطی کے ساتھ اس طرح پکڑ کر انتصاباً رکھتے ہیں کہ اِس کا زیرین سرا کسی میز کے ساتھ ایک ہی سطح میں رہے ۔ اب نلی کو تیزی کے ساتھ اس طرح اُلٹتے ہیں کہ نلی کا بالائی سرا اُسی وضع میں آجاتا ہے جس وضع میں پہلے زیرین سرا تھا ۔ اس کے یہ معنی ہیں کہ نلی کو اُس کی لمبائی کے وسط میں سے گزرنے والے اُفقی محور کے گرد گھُمایا جائے ۔ گھُمانے کے دوران میں پارا نلی کے سرے کی طرف ہی رہتا ہے لیکن جب نلی انتصابی ہو جاتی ہے تو پارا ایک سرے سے دوسرے کی طرف گرتا ہے ۔

پارے کو اُوپر اُٹھانے میں جو کام صرف کیا گیا تھا گرنے کے دوران میں توانائی بالفعل میں تبدیل ہو جاتا ہے اور جب پارا نلی کے پیندے پر ساکن ہو جاتا ہے تو یہی کام حرارت میں تبدیل ہو جاتا ہے ۔ تپش میں مناسب اضافے کے لیے یہی عمل تقریباً ۵۰ مرتبہ دوہرایا جائے ۔

فرض کرو کہ

ک = نلی میں پارے کی کمیت

خ = پارے کی حرارت نوعی

ت۱ = آخری تپش

ت۲ = ابتدائی تپش

تو یہ فرض کر کے کہ کوئی حرارت ضائع نہیں ہوئی ، پیدا شدہ حرارت کی جملہ مقدار

ح = ک خ (ت۱ ـ ت۲)

فرض کرو کہ ہ = وہ انتصابی فاصلہ جس میں پارے کا مرکزِ ثقل نلی کو

اُلٹنے کی صورت میں گرتا ہے (یاد رہے کہ یہ شیشے کی نلی کا طول نہیں ہے) اور ن = تعداد جتنی مرتبہ یہ عمل دوہرایا گیا۔

تو میکانی توانائی جو غائب ہوئی ی = ن ک ج ہ

لہٰذا جو = $\frac{ی}{ح}$ = $\frac{ن ک ج ہ}{ک خ (ت_۲ - ت_۱)}$ = $\frac{ن ج ہ}{خ (ت_۲ - ت_۱)}$

اس نتیجہ کی مدد سے جول کا معادل محسوب کر سکتے ہیں۔

یاد رہے کہ 'جو' کی قیمت استعمال شدہ پارے کی کمیت کے غیر تابع ہے۔ کسی حقیقی تجربے میں پارے کی تھوڑی سی مقدار استعمال نہ کی جائے ورنہ نلی کو گرم کرنے میں جو حرارت صرف ہوگی، پارے کو گرم کرنے میں صرف شدہ حرارت کے مقابلہ میں قابل لحاظ ہو جائیگی۔ اس سے کمتر صحیح طریقہ، جس میں تپش پیما کے ٹوٹنے کا کم اندیشہ ہے، یہ ہو سکتا ہے کہ ٹھوس کاگ استعمال کیا جائے اور پارے کو اس عمل سے پہلے اور بعد کسی چھوٹے سے پیالے میں ڈال کر اس کی تپش معلوم کی جائے۔

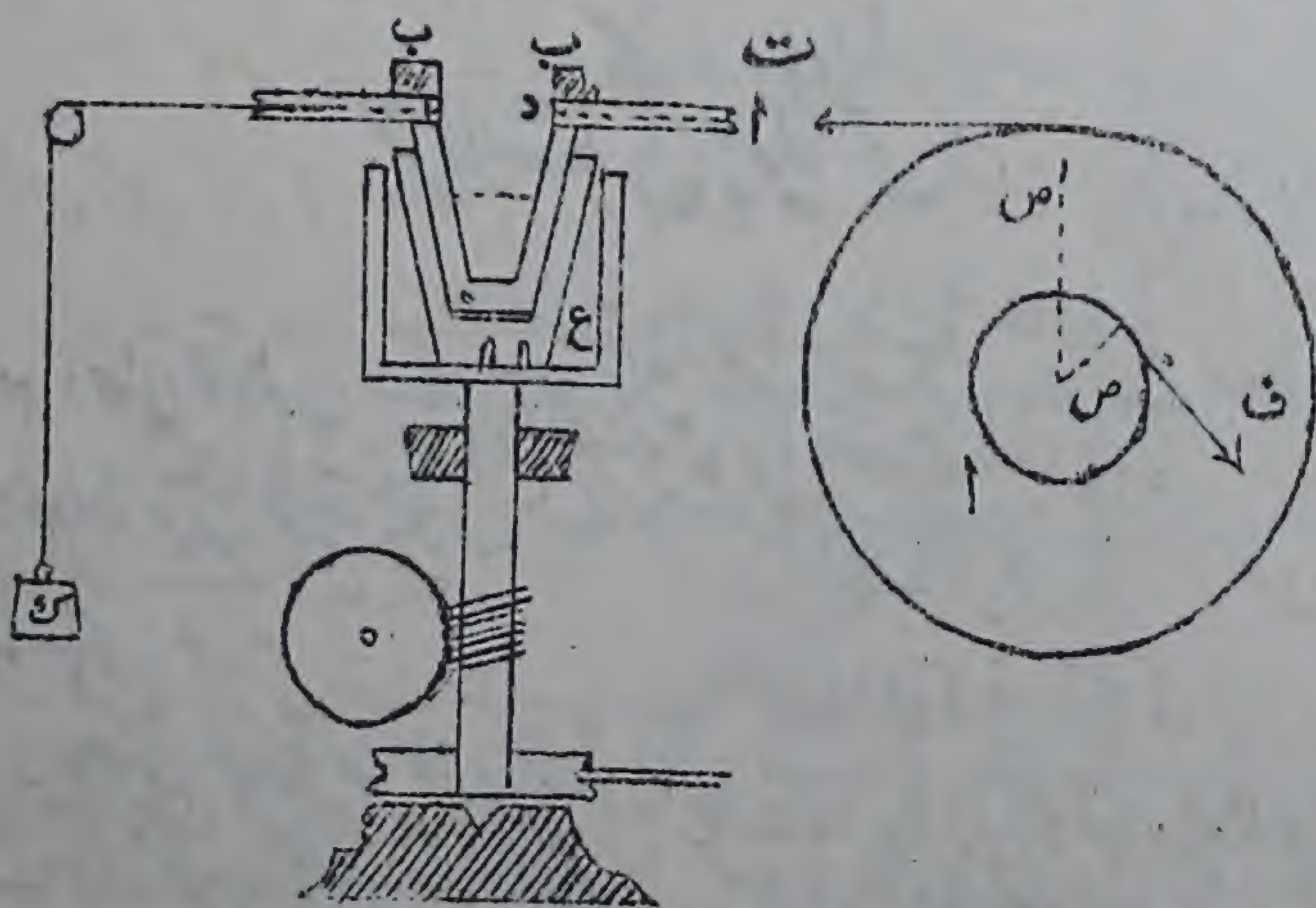
دھاتی مخروطوں کے مابین رگڑ کے ذریعہ حرارت کی پیدائش

دو دھاتی مخروطوں کے مابین رگڑ کے ذریعہ حرارت کے معادل حیلی کی تخمین کا مندرجۂ ذیل طریقہ جُول کے استعمال کیے ہوئے ایک طریقے سے اخذ کیا گیا ہے:۔

دو دھاتی مخروط د اور ع (شکل نمبر ۱۳۱) لیے جاتے ہیں، جو ایک دوسرے کے اندر خوب پھنس کر بیٹھتے ہیں۔ بیرونی مخروط بہ قوت لگا کر ٹکایا جاتا ہے اس عمل کے لیے مخروط کو ایک ایسے انتصابی تکلے (Spindle) سے ملحق کر دیتے ہیں جو ہاتھ سے گھومنے والے اُڑ پہیے کے ذریعہ چلایا جاتا ہے۔ اندرونی مخروط کو

گھومنے سے باز رکھتے ہیں ۔ اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ تماسی سطحوں میں رگڑ پیدا ہوتی ہے اور اس طرح پیدا شدہ حرارت مخروطوں کو اور نیز اُس مائع (بالعموم پانی یا بعض اوقات پارا) کو گرم کرنے میں صرف ہوتی ہے جو اندرونی مخروط کے اندر رکھا جا سکتا ہے ۔

حرارت کی پیدا شدہ مقدار کا تعین مائع کا اضافۂ تپش اور برتن کا آبِ مساوی معلوم کرنے پر موقوف ہے ۔

حرارت پیدا کرنے میں جس قدر میکانی کام صَرف ہوا اُس کا تخمینہ اس طرح ہو سکتا ہے کہ اندرونی مخروط کو گھومنے سے باز رکھنے کے لیے قابلِ پیمائش مروڑ لگائی جائے ۔ اور بیرونی مخروط کی تعدادِ گردش گِن لی جائے ۔
ا ایک لکڑی کا مدور قرص ہے جو اندرونی مخروط پر ٹکا ہوا ہے اور اس سے دو ثابت ثانیوں کے ذریعہ ملحق ہے ۔ اس کو اپنی جگہ پر قائم رکھنے کے لیے اس کے اوپر سیسے کا بوجھ ب رکھ دیا گیا ہے ۔ قرص کے محیط کے ساتھ ملی ہوئی ایک ڈوری چرخی پر سے گزرتی ہے اور اس کو اس کے دوسرے سرے پر بندھے ہوئے معلوم وزن ک (۱۰۰ یا ۲۰۰ گرام) کے ذریعہ کھنچا ہوا رکھتے ہیں ۔ جب بیرونی مخروط گھمایا جاتا ہے تو اندرونی مخروط بھی اس کے ساتھ گھومنے کا

شکل ۱۳۱ ۔ حرارت کا معادلِ جیلی

تقاضا کرتا ہے لیکن اُس قوت کے معیار اثر کی وجہ سے جو ڈوری کے تناؤت کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے، یہ گھومنے سے باز رکھا جاتا ہے۔ جب آلہ استعمال ہو رہا ہو تو ڈوری کو لکڑی کے قرص کے محیط کے ساتھ ہمیشہ مماسی وضع میں رہنا چاہیے۔

فرض کرو کہ قرص کا نصف قطر ص ہے اور مخروطوں کی تماسی سطحوں کا اوسط نصف قطر صَ، اگر ف مخروطوں کے مابین فرک (رگڑ) کی اوسط قیمت ہو تو

$$\text{ف صَ = ت ص}$$
$$\text{= ک ج ص}$$

جہاں ک معلقہ جسم کی کمیت ہے۔

اندرونی مخروط کے ساکن رہنے کی صورت میں بیرونی مخروط کے ایک چکّر میں جس قدر کام ہوا وہ ف ۲ π صَ کے برابر ہے۔ لہٰذا ن چکروں میں جو کام ہوگا = ۲ π ن ف صَ

اگرچہ کہ ف اور صَ کی جداگانہ قیمتیں صحت کے ساتھ نہیں معلوم کی جا سکتیں، تاہم ف صَ کی قیمت مندرجۂ بالا مساوات سے معلوم ہو سکتی ہے۔ کام کے لیے اس محصلہ کی قیمت کو مندرج کرنے سے

$$\text{کام = ۲ π ن ک ج ص}$$

پس حیلی کام کو ارگ کی رقوم میں محسوب کر سکتے ہیں۔

تجربہ ۱۱۱۔ حرارت کے معادل حیلی کی تخمین دو دھاتی مخروطوں کے مابین رگڑ کے ذریعہ

اس تجربہ کی انجام دہی کے لیے یہ لازم ہے کہ مخروطوں کے مابین رگڑ کی مقدار مناسب ورنہ معلقہ وزن کو مقررہ سطح کی بلندی پر قائم رکھنا غیر ممکن ہوگا۔ عموماً چکنانے والے تیل کا ایک چھوٹا سا قطرہ اندرونی اور بیرونی مخروطوں کے بیچ میں ڈال دینا کافی ہوتا ہے۔ اگر ان مخروطوں کو چکنایا نہ جائے تو تماسی سطحیں ایک دوسرے کو "دریار" لینگی۔

تجربے کے آغاز سے قبل مدھن کی مناسب مقدار معلوم کر لینی چاہیے۔ اس کے لیے چلاؤ پہیہ کو گھما کر آلہ کا امتحان کر لیتے ہیں تاکہ یہ معلوم ہو جائے کہ اس کو کافی چال کے ساتھ گھمانے سے آیا وزن تقریباً ایک مقررہ اونچائی پر برقرار رہتا ہے یا نہیں۔

پہلے دونوں خالی مخروطوں کو ایک ساتھ تول لو اور جب اندرونی مخروط دو تہائی پانی سے بھرا ہوا ہو تو پھر دوبارہ تول لو۔ اس کے بعد مخروطوں کو آلے میں واپس رکھ دو اور تپش معلوم کرنے کے لیے ایک حسّاس تپش پیما داخل کرو۔ اگر احتیاط سے کام لیا جائے تو خود تپش پیما سے ہلانی کا کام لے سکتے ہیں۔ بعض وقت تپش پیما کو ایک ٹیکن کے ذریعہ سہار رکھتے ہیں اور ایک علیحدہ ہلانی کام میں لائی جاتی ہے۔

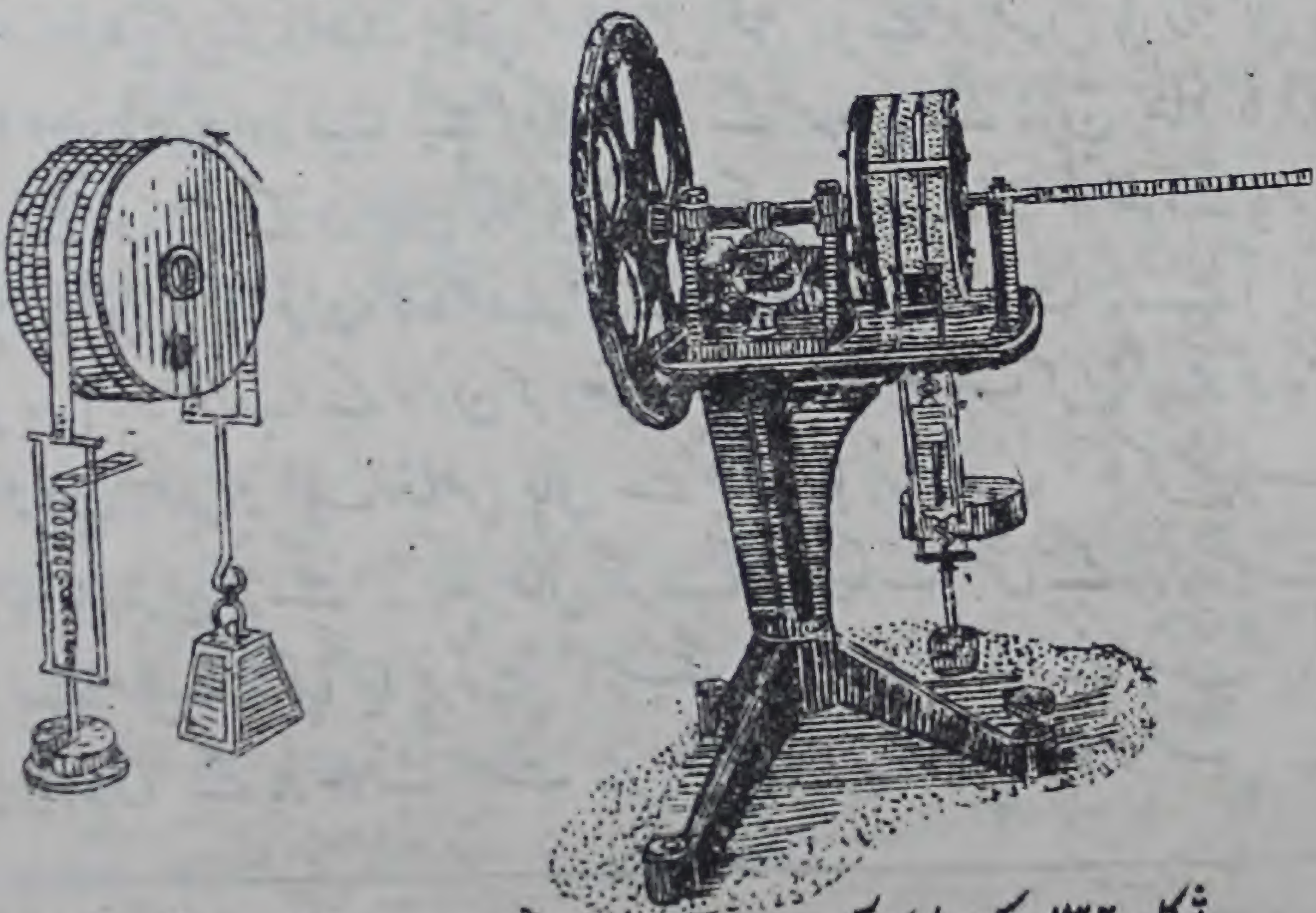
یہ بات اہم ہے کہ اشعاع کی وجہ سے جو نقصان یا کسب حرارت ہو اُس کا لحاظ کیا جائے۔ اس کے لیے یہ ضروری ہے کہ تجربہ کے آغاز سے پہلے ایک ایک منٹ کے وقفے سے پانچ منٹ تک تپش پیما کے مقروئے حاصل کیے جائیں۔ اُس کے بعد اُڑ پہیہ کو گھما کر حسبِ ضرورت گردشیں دی جائیں۔ گردشوں کی یہ تعداد معدّد پر زہ ج کے ذریعہ معلوم ہوتی ہے جو گردش کرنے والے تکلے کے ساتھ گیرایا ہو (Geared) ہے۔ اس امر کے لیے کہ اضافۂ تپش اتنی مقدار میں حاصل ہو کہ مناسب صحت کے ساتھ اس کی پیمائش ہو سکے یہ ضروری ہے کہ گردشیں کافی تعداد میں دی جائیں۔ اس غرض کے لیے غالباً ۵۰۰ یا ۱۰۰۰ گردشیں درکار ہونگی۔ اس میں جو وقت صرف ہو لکھ لیا جائے۔ جب یہ عمل ختم ہو جائے تو تپش پڑھ لی جائے اور پھر پانچ منٹ تک ایک ایک منٹ کے وقفے سے تپش پیما کے مقروئے حاصل کیے جائیں۔ تجربہ کے آگے اور پیچھے ان مقروؤں سے تبدیلی تپش کی اوسط شرح معلوم ہو جائیگی اور جتنی دیر تجربہ جاری رہا اُس وقت کے معلوم ہونے پر اِس دوران میں

اصلی تبدیلی محسوب کر سکتے ہیں۔ مخروطوں کے مابین رگڑ سے تپش کے اضافے کا اندازہ کرتے وقت اس تبدیلی کو بھی ملحوظ رکھنا چاہیے۔

اب مساوی اور اضافۂ تپش کی مدد سے پیدا شدہ حرارت کے حراروں کی تعداد معلوم کرو۔ ایک بڑے سرل جاپ کے ذریعہ لکڑی کے قرص کا قطر معلوم کرو اور جملہ "کام = ۲ π ن ک ج ص" کو استعمال کر کے صرف شدہ کام کی مقدار محسوب کرو۔ معاولِ حیلی کو ارگ فی حرارہ اور نیز جول فی حرارہ کی رقوم میں بیان کرنا چاہیئے۔

حرارت کے معادلِ حیلی کے لیے کیلنڈر[1] کا آلہ

اِس قسم کے آلے میں (شکل ۱۳۲) پانی ایک مجوف اُسطوانے کے اندر رہتا ہے جس کو برقی موٹر یا ہاتھ سے گھمایا جاتا ہے۔ اس اسطوانے پر سے

شکل ۱۳۳۔ کیلنڈر کے آلہ کا ڈینامومیٹر

شکل ۱۳۲۔ کیلنڈر کا آلہ

[1] Callender

ریشمی[۱] ضابطہ پٹی گزرتی ہے جس میں تین فیتے ہوتے ہیں۔ بیرونی دو فیتوں کو اُسطوانے کے گرد ایک مرتبہ لپیٹ کر اس کے ایک سرے پر وزن ا (شکل ۱۳۳) جو کئی کلوگرام (۳ تا ۵) ہوتا ہے، لٹکا دیتے ہیں۔ ان فیتوں کے دوسرے سرے ہاتھی دانت یا ولکنائیٹ (Vulcanite) کے ٹکڑے سے باندھ دیے جاتے ہیں جس سے وسطی فیتہ کا سرا بھی باندھ دیا جاتا ہے۔ یہ فیتہ پہلے دو فیتوں کے بیچ میں سے ہوتے ہوئے اور ان کا تسلسل قائم رکھتے ہوئے اُسطوانے کے اُوپر سے گزرتا ہے۔ اس کے ساتھ ایک جُو (Yoke) سی اس کے دوسرے سرے پر لگا رہتا ہے اور اس جُوے کے ساتھ ایک چھوٹا سا تقریباً ۲۰۰ یا ۴۰۰ گرام کا وزن ب لٹکا دیا جاتا ہے۔ جُوے کے زیرین سرے میں سے ایک کمانیدار ترازو گزرتی ہے جو آلہ کے ڈھانچے کے ساتھ ج پر لٹکی ہوئی ہوتی ہے۔ یہ کمانی وزن ب پر اُوپر کی طرف عمل کرتی ہے اور دَوران تجربہ میں کسی حد تک ب کو سہارے رکھتی ہے۔ اِس کا کام یہ ہے کہ آلے کے عمل کو یکساں رکھے۔

فرض کرو کہ اُسطوانہ پیکانی سمت میں گھوم رہا ہے تو پٹیوں کی رگڑ کی وجہ سے ا اوپر چڑھیگا اور ب نیچے گریگا۔ پٹی کے سروں کے مابین تناؤ کا فرق، اُسطوانے اور پٹی کے درمیان رگڑ کی قوت کے برابر ہے۔ اُسطوانے یا ثابت چرخی کے گرد فرکی قوت کا انحصار آزاد سرے کے تناؤ پر ہے (دیکھو صفحہ ۱۴۶)۔ اگر ب کے وزن کو احتیاط کے ساتھ ٹھیک کر لیا گیا ہو تو یہ ممکن ہے کہ جب اُسطوانہ ایک خاص چال سے گھوم رہا ہو تو ب، ا کو ٹھیک طور پر متوازن رکھے۔ بہر حال اگر ب کو ٹھیک اس کے برابر قیمت کے لیے مرتب نہ کیا گیا ہو تو پٹی آہستگی کے ساتھ اُسطوانے سمتِ گردش میں یا اس کے برخلاف سمت میں حرکت کرنے لگیگی بلحاظ اس کے

---

[۱] ریشمی پٹی صاف اور خشک رہنی چاہیے اور جب آلہ استعمال میں نہ ہو تو اس کو کاغذ کے لفافے میں علٰحدہ لپیٹ کر رکھ دینا چاہیے۔

کہ ب اس خاص مقدار سے بڑا ہے یا چھوٹا ۔ اضافۂ تپش، رفتار کی تبدیلی[1] یا کسی اَور سبب سے رگڑ کی قدر میں خفیف سی تبدیلی ہو جائے تو ب کو دو بارہ ٹھیک کر لینے کی ضرورت ہوگی ۔ یا اگر ضابطہ پٹی اور اُسطوانے کے مابین زاویۂ تماس میں کسی سرے کے خفیف اہتزاز سے فرق پیدا ہو جائے تو پٹی کسی نہ کسی سمت میں حرکت کرنے لگیگی ۔

اگر کمانی دار ترازو استعمال نہ کی جائے تو وزن ب کو ترتیب دینا دقت طلب ہوگا ۔ اور دورانِ تجربہ میں متعدد وقفوں پر دوبارہ ترتیب دینے کی ضرورت پڑتی رہیگی ۔ کمانی کے ذریعہ مندرجۂ ذیل طریقے پر اس دقت طلب ترتیب کی ضرورت باقی نہیں رہتی : اگر کسی آن میں فرکی قوت بہت زیادہ ہوگئی ہو تو ب نیچے کی طرف حرکت کرنے لگتا ہے ۔ اور اس طرح اس کے وزن کا کچھ حصہ کمانی پر آجاتا ہے ۔ اس حصۂ وزن کے کم ہو جانے سے اُسطوانے پر پٹی کی فرکی قوت کسی قدر کم پیدا ہوتی ہے اور اس طرح ب کی زیرین حرکت روک دی جاتی ہے ۔ رگڑ کی قوت میں زوال کی وجہ سے ب اوپر اُٹھنے لگتا ہے ۔ اور پھر اِس کا وزن پٹی پر زیادہ اچھی طرح پڑتا ہے ۔ اور لازماً رگڑ بڑھ جاتی ہے ۔ پٹی کی حرکت دوبارہ بند ہو جاتی ہے ۔ کسی اُسطوانے کے گرد اس طرح ضابطہ پٹی کے انتظام کو **ڈینا مومیٹر** (Dynamometer) کہتے ہیں ۔

فرکی قوت (ت ۔ ت ب) کے برابر ہے ۔ جہاں ت، ا کا وزن ہے اور ت ب وہ فرق ہے جو ب کے وزن اور کمانی دار ترازو کی لگائی ہوئی قوت کے مابین ہے ۔ یہ تمام قوتیں ڈائنوں (Dynes) میں ناپی جانی چاہییں ۔

صرف شدہ کام کی مقدار اُسطوانے پر لگائے ہوئے فرکی جفت اور نیمقطریوں میں اُسطوانے کے گردشی زاویے کے حاصل ضرب کے برابر

---

[1] ۔ ٹھوس سطحوں کے مابین رگڑ کی قوت اُن کی اضافی رفتاروں کے تقریباً غیر تابع تو ہوتی ہے مگر قطعی غیر تابع نہیں ہوتی ۔

ہے ۔ بس ن گردشوں میں جو کام کیا گیا ۲ π ن (تا ۔ تب) ص کے برابر ہے ۔ جہاں ص اُسطوانہ کا نصف قطر ہے ۔

گردشوں کی تعداد کا تعین گردشی مُعدّد کے ذریعہ کیا جاتا ہے جو اُسطوانے کی دُھری پر لگا دیا جاتا ہے ۔

گردشوں کی ایک معلومہ تعداد کے لیے پیدا شدہ حرارت کا تعین

پانی کی تپش کے اضافے اور اُسطوانے اور اُس کے مافیہ کے حرارتی معادل کے حاصلِ ضرب کے ذریعہ معلوم کیا جاتا ہے ۔ ایصال کے ذریعہ نقصانِ حرارت کو رفع کرنے اور حرارتی معادل کو ایک خاص قیمت پر رکھنے کی غرض سے اُسطوانے کو ہاتھی دانت یا ولکنائیٹ (Vulcanite) کی گُل مینخوں پر چڑھا دیتے ہیں جو اُسطوانے کے محیط پر چھ جگہ لگی ہوتی ہیں ۔ ان گُل مینخوں کے ذریعہ اُسطوانہ، چلاؤ قرص اور تکلے کے ساتھ ملحق ہوتا ہے ۔ اُسطوانے کے سرے کی تختی میں ایک سوراخ ہوتا ہے جس میں سے تپش پیما داخل کرتے ہیں اور اُسطوانے کے اندر پانی ڈالا جاتا ہے ۔ تجربہ سے پہلے اُسطوانہ کو نصف پانی سے بھر لیتے ہیں اور اندر ڈالنے سے پہلے پانی کا وزن و گرام معلوم کر لیا جاتا ہے ۔ جب اُسطوانہ گھومتا ہے تو پانی کو بھی گردشی حرکت ملتی ہے اور یہ بھی اُسطوانے کے ساتھ ساتھ گھومنے لگتا ہے ۔ اس کو اُسطوانے سے باہر نکل جانے سے صرف مرکز گریز قوت روکتی ہے ۔ جس کی وجہ سے وہ کنارے کے ساتھ ہمیشہ ملا رہتا ہے ۔

اس آلہ کا تپش پیما ایک خاص وضع کا ہوتا ہے ۔ یہ خمیدہ ہوتا ہے تاکہ اس کا جوفہ اُسطوانے کے کنارے کے قریب اور اندر رہے اور درجہ دار تنہ مرکزی سُوراخ سے باہر نکلا رہتا ہے ۔ اس کو شکل ۱۳۲ ب میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب جکڑ دیا جاتا ہے ۔ پانی جوفے سے ٹکراتا ہوا گزرتا ہے اور تپش پیما پر اس کی تپش مندرج ہوتی جاتی ہے ۔ گردشی حرکت سے پانی اچھی طرح ملتا رہتا ہے اس کا نتیجہ یہ ہے کہ سارے مایع میں تپش کی یکسانی پیدا ہو جاتی ہے ۔ چونکہ تپش پیما ایک جگہ قائم رہتا ہے

اس لیے دورانِ تجربہ میں کسی آن بھی تپش لینے میں اس سے مدد ملتی ہے۔ اس لیے یہ ممکن ہے کہ اگر ضرورت ہو تو وقت و تپش کا منحنی کھینچ سکتے ہیں اور اس منحنی کی مدد سے انتہائی تپش کے لیے اشعاعی نقصانات کی تصحیح بھی کر سکتے ہیں (صفحہ ۳۶۳)۔ اُسطوانے کا آب مساوی اس کی کمیت ک اور حرارتِ نوعی خ کے ذریعہ معلوم ہو سکتا ہے۔

صرف شدہ کام اور پیدا شدہ حرارت کے ذریعہ حرارت کا معادلِ حیلی "جُو" مساوات

کام = جُوح

کے ذریعہ متعین ہو جاتا ہے۔ صرف شدہ کام کی مقدار ۲ π ن (ت - تب) ص سے حاصل ہو جاتی ہے۔

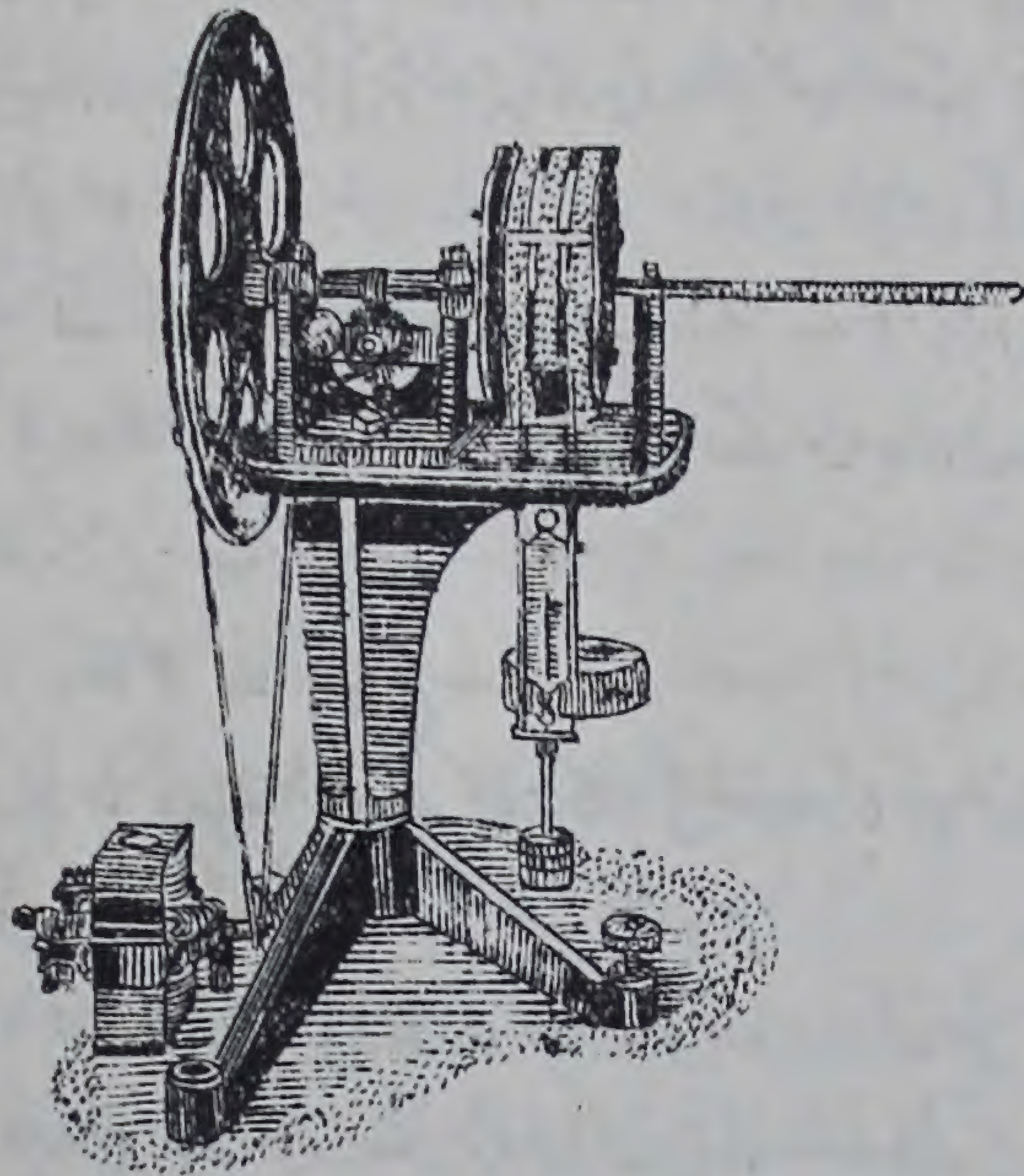
ح پیدا شدہ حرارت کی مقدار ہے اور (و + ک خ) (تپ۲ - تپ۱) کے مساوی ہے جہاں تپ۱ اور تپ۲ اُسطوانے کے اندر پانی کی ابتدائی اور انتہائی تپشیں ہیں۔

تجربہ ۱۱۲ـ کیلنڈر کے آلے کے ذریعہ حرارت کے معادلِ حیلی کی تخمین

—— آلے کو ہاتھ سے یا موٹر کے ذریعہ چلانے کے لیے ترتیب دیتے ہیں۔ نرم کپڑے پر کوئی رقیق دھاتی پالش ڈال کر اس سے اُسطوانہ کی گھومنے والی سطح کو بڑی احتیاط کے ساتھ پالش کرو۔ ضابطہ پٹیوں کو شکل ۱۳۳ میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب ترتیب دے لو۔ سرے ا پر ۵ کلوگرام اور سرے ب پر ۴۰۰ گرام کا بوجھ لگاؤ اور نیز کمانی دار ترازو کو آلے کے ڈھانچے کے ساتھ ج پر اٹکا دو۔

پانی کی اتنی مقدار ناپ لو جو اُسطوانے کو تقریباً اس کے مرکزی سوراخ تک پُر کر سکے۔ اندازاً ۳۰۰ اور ۵۰۰ مکعب سم کے درمیان پانی کی ضرورت ہوگی۔ فرض کرو کہ اس کی کمیت

۹ گرام ہے - پانی کو اُسطوانے کے اندر داخل کرو-

شکل ۱۳۴ - کیلنڈر کا آلہ موٹر کے ذریعہ چلانے کے لیے
(کیمبرج سائنٹفک انسٹرومنٹ کمپنی)

تپش پیما کے جوفے کو اُسطوانے کے اندر رکھ دو اور اِس کو اُس قبضہ کے اندر جو آلے میں لگا ہوا ہے، اس طرح جکڑ دو کہ تپش پیما کا تنہ اُسطوانے کے محور کی سمت میں باہر نکلا رہے۔ جوفہ داخل کرنے کے وقت غایت احتیاط کی ضرورت ہے کیونکہ موڑ کے مقامات پر تپش پیما آسانی سے ٹوٹ جاتا ہے۔

موٹر چلا دو اور اِس کی چال کو یا ا اور ب کی کمیتوں کو مرتب کرو تا آنکہ اُسطوانے کے گھومنے پر پٹی ساکن رہے۔ اس امر کی احتیاط کرنی چاہیئے کہ جُوا، آلہ کے ڈھانچے کو مَس نہ کرنے پائے اور سپرنگ کمانی دار ترازو کا نمایندہ،

پیمانے کے دونوں سروں سے کافی دُور ہٹا رہے ۔ جب یہ انتظامات ختم ہو جائیں تو موٹر روک دی جاتی ہے اور پانی کو ساکن ہونے کا موقع دیا جاتا ہے ۔ پانی کی تپش $ت_۱$ اور گردشی مُعدّد کے مقروئے حاصل کرلیے جاتے ہیں ۔

اب اصلی تجربے کو انجام دینے کے لیے موٹر چلا دو اور اُسطوانے کی ہر پچاس یا ایک سو گردشوں کے لیے پانی کی تپش پڑھ لو ۔ تپش کے مقروؤں کے ہر جوڑے کے درمیان کمانی دار ترازو کا کھنچاؤ بھی دیکھتے رہو کہ اضافۂ تپش کے اس حصے میں کمانی کی اوسط قوت کا اندازہ ہو سکے ۔ کُل تجربے میں جتنا وقت لگے اُس کو بھی لکھ لو ۔

ایک ہزار (یا کوئی اور مناسب تعداد) چکروں کے بعد موٹر کو روک دو اور جب پانی ساکن ہو جائے تو تپش $ت_۲$ حاصل کرو ۔ اس کے بعد آلے کو اُتنے ہی وقت کے لیے چھوڑ رکھتے ہیں جتنا کہ تجربہ میں صَرف ہوا تھا ۔ اِس دوران میں تپش کی کمی معلوم کرلیتے ہیں ۔ فرض کرو کہ یہ کمی ھف ت ہے ۔

دورانِ تجربہ میں تپش کی جو اوسط زیادتی ماحولی تپش پر ہوتی ہے، وہ آخری زیادتی کا نصف ہے ۔ لہٰذا دورانِ تجربہ میں نقصانِ حرارت کی اوسط شرح اختتامِ تجربہ پر نقصانِ حرارت کی شرح کا نصف ہوگی ۔ پس تجربہ کے دوران میں اشعاعی تصحیح کے لیے مشاہدہ کردہ اضافۂ تپش میں $\frac{ھف\ ت}{۲}$ جمع کر دینے سے ہمیں

$$ح = (و + ک نخ)\left(ت_۲ - ت_۱ + \frac{ھف\ ت}{۲}\right)$$

حاصل ہوگا جہاں ح دورانِ تجربہ میں پیدا شدہ حرارت کی مقدار ہے ۔

اس جملے میں ک اُسطوانے کی کمیت ہے اور نخ اُسطوانے کے مادہ کی (جو عموماً پیتل ہوتا ہے) حرارتِ نوعی ہے ۔ ک کی قیمت اُسطوانے کے سرے پر آلہ ساز خود کندہ کر دیتے ہیں ۔

صرف شدہ کام کی پیمائش کے لیے یہ ضروری ہے کہ اُسطوانہ کا قطر معلوم کیا جائے ۔ فرض کرو کہ ص ہے ۔ پٹی کے دونوں سروں کے مابین تناؤں کے فرق سے فر کی قوت حاصل ہو جائیگی ۔ فرض کرو کہ کمانی دار ترازو کے مقروؤں کی اوسط قیمت س گرام ہے ۔ پس پٹی کے اُس سرے پر جس پر کہ ب لٹکا ہوا ہے تناؤ ت، (ب ۔ س) گرام وزن کے برابر ہوگا ۔

پٹی کے دوسرے سرے پر تناؤ ت، ا گرام وزن کے برابر ہے ۔
پس اس طرح فر کی قوت ذیل کے جملہ سے حاصل ہو جائیگی :۔

ف = (ت ۔ ت،) ڈائین = {ا ۔ (ب ۔ س)} ج ڈائین

یہ قوت اُسطوانے کے احاطہ کے گرد عمل کرتی ہے اور رگڑ کی وجہ سے پیدا ہونے والا جفت

ف ص ڈائین سمر ہے ۔

اور ن گردشوں میں جو کام ہوتا ہے وہ برابر ہے ۔

۲ π ن ف ص ارگ کے

پیدا شدہ حرارت ح اور صرف شدہ کام کی مقدار کو گردشوں کی ایک خاص تعداد کے لیے محسوب کرو ۔ اور مساوات ذیل کی مدد سے معادلِ حیلی "جو" کو شمار کرو :۔

کام = جو ح

نوٹ :۔ کیلنڈر کے آلے کا اطمینان بخش استعمال، سطح اُسطوانہ پر اچھی پالش حاصل کرنے پر موقوف ہے ۔ اس کے لیے کافی احتیاط و توجہ اور وقت کی ضرورت ہوگی خصوصاً جب کہ آلہ عرصۂ دراز سے استعمال نہ کیا گیا ہو ۔

فصل ہفتم

رطوبت پیمائی

۱- تعریفات

ہوا کی **رطوبت پیمائی حالت** یا **رطوبیتِ اضافی** کی تعریف یوں ہو سکتی ہے کہ یہ **ہوا کی فی صد یا کسری سیری** ہے۔ کسی تپش ت پر ہوا میں بخاراتِ آبی کی ایک اعظم مقدار موجود رہ سکتی ہے - یہ اعظم مقدار اُس تپش پر کے آبی بخارات کی سیری کے دباؤ د کے تنناظر ہے۔

بخارات کی جو مقدار حقیقۃً موجود رہتی ہے، اس اعظم مقدار کے شاذ ہی برابر ہوتی ہو - موجودہ بخارات کی حقیقی مقدار کی تنناظر سیری کا بخاری دباؤ د ہوتا ہے۔ جو بالعموم د سے بہت کم ہوتا ہے - موجودہ بخاراتِ آبی کی کمیت د کے تنناسب ہوتی ہے - اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ کسری سیری کو $\frac{\text{د}}{\text{د}}$ سے یا فی صد $\frac{\text{د}}{\text{د}} \times ۱۰۰$ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

ہوا میں جو آبی بخارات موجود ہوتے ہیں، کسی خاص تپش ت پر ہوا کو سیر کرنے کے لیے کافی ہو سکتے ہیں - اگر ہوا کو مقامی طور پر اس تپش ت$_1$ تک سرد کیا جائے تو جو کوئی چپٹی سطح اس سرد شدہ ہوا میں کھلی رہیگی، اُس پر شبنم جمع ہو جائیگی: اِس تپش ت$_1$ کو نقطۂ شبنم کہتے ہیں۔

تقریب کے بہت ہی قریب درجہ تک نقطۂ شبنم پر جو سیری کا بخاری دباؤ (س ۔ ب ۔ د) ہوتا ہے، اُس کو ہوا میں موجودہ بخارات کے دباؤ کے مساوی فرض کر سکتے ہیں ۔ پس اگر ہم نقطۂ شبنم معلوم کر سکیں تو اس سے ہوا کی رطوبت پیمائی حالت حاصل کر سکتے ہیں کیونکہ جدولوں (دیکھو ضمیمہ ۴۲۶) کی مدد سے کسی تپش پر بخاراتِ آبی کے لیے سیری کا بخاری دباؤ معلوم ہو سکتا ہے ۔ پس

$$\text{رطوبت پیمائی حالت} = \frac{\text{د}}{\text{د}_1} = \frac{\text{نقطۂ شبنم پر س ۔ ب ۔ د}}{\text{ہوا کی تپش پر س ۔ ب ۔ د}}$$

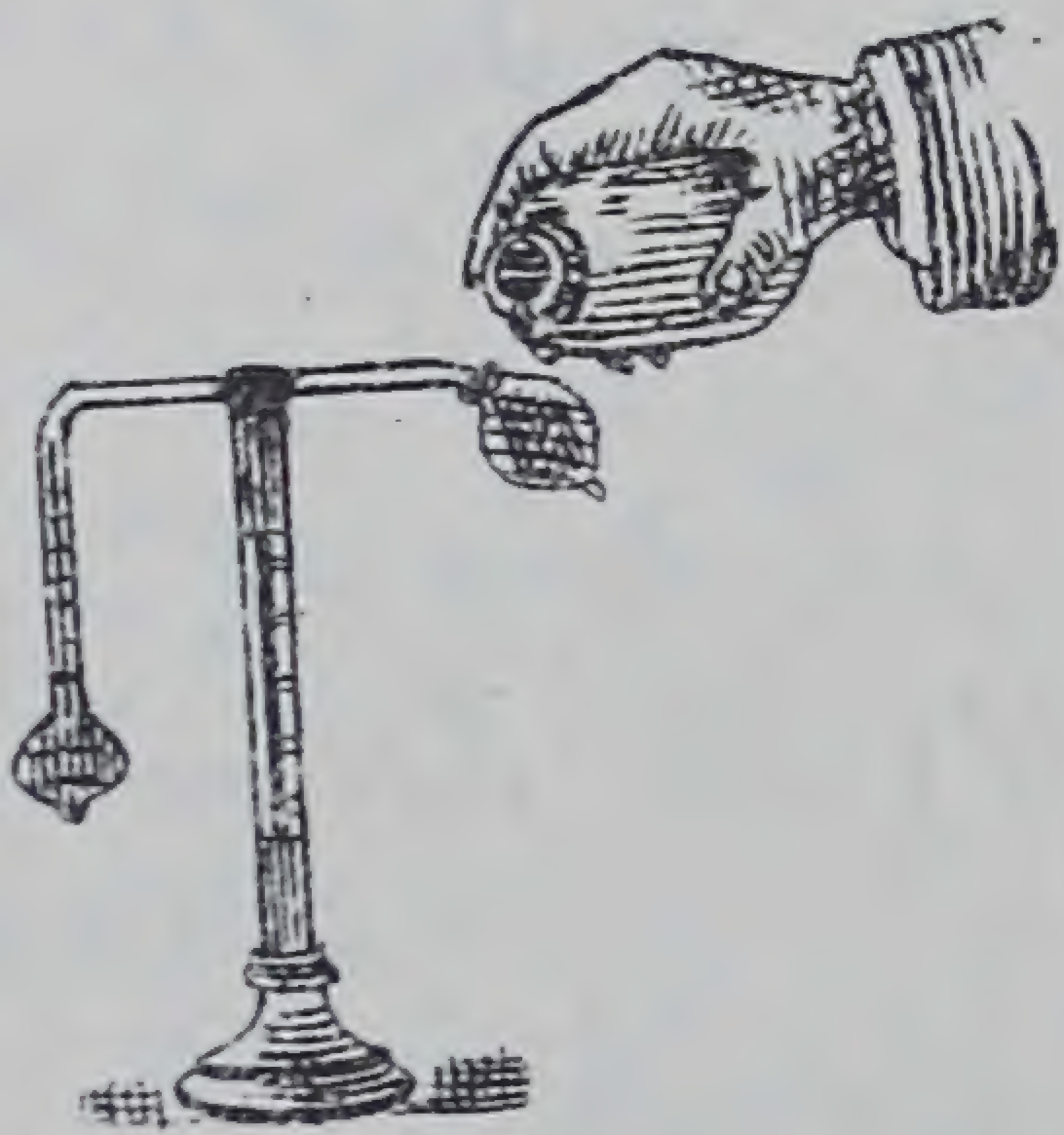
۲۔ نقطۂ شبنم کی تعیین کے طریقے

رطوبت پیما

مقامی طور پر ہوا کو سرد کرنے کا طریقہ یہ ہے کہ ایک دھاتی مجلّا سطح کو سرد کیا جائے ۔ جب اس پر شبنم جمع ہو جاتی ہے تو یہ مجلّا سطح دھندلی پڑ جاتی ہے اور زیادہ مشق ہونے کی صورت میں شبنم کا ذرا سا شائبہ بھی معلوم کر لیا جا سکتا ہے اب اگر اس وقت سطح کی تپش حاصل کی جائے تو یہی تپش نقطۂ شبنم ہوگی ۔ اس مقصد کے لیے جو آلہ بنایا جاتا ہے اُسے رطوبت پیما کہتے ہیں ۔

دانیالی رطوبت پیما

شکل ۱۳۵ میں دانیالی رطوبت پیما رکھایا گیا ہے ۔ آلہ کی اس

صورت میں دھاتی سطح ایک طلائی پٹی ہوتی ہے جو شیشے کے زیرین جوفے ا کے ساتھ چسپاں کردی گئی ہے۔ اس جوفے کے اندر تپش پیما ہوتا ہے جس کا تنہ اُس نلی کے سرے تک جاتا ہے جو اس جوفے کو ٹیکن کی دوسری جانب کے ایک دوسرے جوفے ب کے ساتھ مُلحق کرتی ہے۔ اِن جوفوں اور الحاقی نلی میں صرف ایتھر اور ایتھر کے بخارات ہوتے ہیں۔

بالائی جوفہ کو ڈھکے ہوئے کپڑے پر ایتھر ڈالنے اور اس کو جلد تر تبخیر کا موقع دینے سے یہ جوفہ سرد ہو جائیگا۔ جوفے کے اندر کے ایتھری بخارات کی تکثیف ہوگی اور اِن کی جگہ وہ بخارات لے لینگے جو دوسرے جوفہ میں سے نکلتے ہیں۔ بالائی جوفے میں تکثیف جاری رہیگی اور تکثیف شدہ بخارات کی جگہ پُر کرنے کے لیے زیرین جوفے میں سے بخارات آتے جائینگے۔ اور اس طرح زیرین جوفے میں اُس وقت تک مسلسل تبخیر جاری رہیگی جب تک کہ بالائی جوفہ سرد کیا جا رہا ہو۔

شکل ۱۳۵ ۔ دانیالی رطوبت پیما

زیرین جوفے کے اندر تبخیر کی وجہ سے اس کی تپش میں یکساں طور پر کمی ہوتی جائیگی اور آخر کار طلائی پٹی نقطۂ شبنم تک سرد ہو جائیگی۔ جب شبنم کے پہلے شائبے نظر آئیں تو آلے کے اندر والے تپش پیما کی تپش لے لی جاتی ہے۔ اور ساتھ ہی کمرہ کی ہوا کی تپش بھی معلوم کر لی جاتی ہے۔ اِس غرض کے لیے بالعموم آلے کی ٹیکن پر ایک دوسرا تپش پیما چڑھا دیا جاتا ہے۔

اِن تپشوں میں سے پہلی تپش کو نقطۂ شبنم مان لیتے ہیں اور اِن مشاہدات کی بناء پر رطوبت پیمائی حالت محسوب کی جاتی ہے۔

یہ آلہ کوئی اچھی قسم کا نہیں ہے۔ آلے کا اندرونی تپش پیما طلائی پٹی سے اس طرح پر جُدا رہتا ہے کہ اِن کے مابین مایع کی کم ازکم ایک سمر موٹی تہ ہوتی ہے۔ اور علاوہ بریں شیشے کی ۱ تا ۲ مم موٹی پرت بھی ہوتی ہے۔ مایع عملی طور پر بالکل ساکن رہتا ہے۔ اور خود مایع میں تپش کے بہت زیادہ تغیرات کا امکان ہے۔ نیز شیشہ خود ناقص موصل حرارت ہے۔ اس سے یہ نتیجہ اخذ ہوتا ہے کہ تپش پیما کی تپش طلائی پٹی کی تپش سے ۱° تا ۲° ھ کم ہوتی ہے۔ لہٰذا نقطۂ شبنم کے لیے حاصل کردہ قیمت اسی حد تک غلط ہو سکتی ہے۔

اس قسم کے آلے کے متعلق اَور بھی اعتراضات ہیں۔ آلے کے چاروں طرف ہوا ایتھر کے ذرات سے لدی ہوتی ہے اور علاوہ بریں شرح تبرید کو منتظم نہیں کر سکتے۔ اِس کا تعین محض کپڑے پر ایتھر کی تبخیر کی شرح سے ہوتا ہے۔

تجربہ ۱۱۳۔ دانیالی رطوبت پیما کے ذریعہ نقطۂ شبنم کی تعیین —— آلے کی ٹیکن پر لگے ہوئے تپش پیما کے ذریعہ کمرہ کی ہوا کی تپش معلوم کر لو۔ اوپر والے جوفے کے اطراف پلٹی ہوئی ململ پر تھوڑا سا ایتھر ڈالو اور طلائی پٹی کو شبنم کے ابتدائی شائبے پیدا ہونے تک دیکھتے رہو۔ اگر اِس کی سطح کو لمبی کاغذ کی بنی ہوئی بتی یا کسی پر کے ذریعہ چھوتے رہیں تو شبنم کی موجودگی کا پتہ زیادہ سہولت سے لگیگا۔ جوں ہی شبنم کا جمع ہونا پایا جائے، فوراً ہی آلے کے اندرونی تپش پیما کی تپش پڑھ لو۔

صفحہ ۴۲۶ پر دی ہوئی جدول کے ذریعہ اِن دونوں تپشوں کے تناظر سیری کا بخاری دباؤ معلوم کرو۔ اور اس سے مرطوبیت اضافی کو محسوب کرو۔

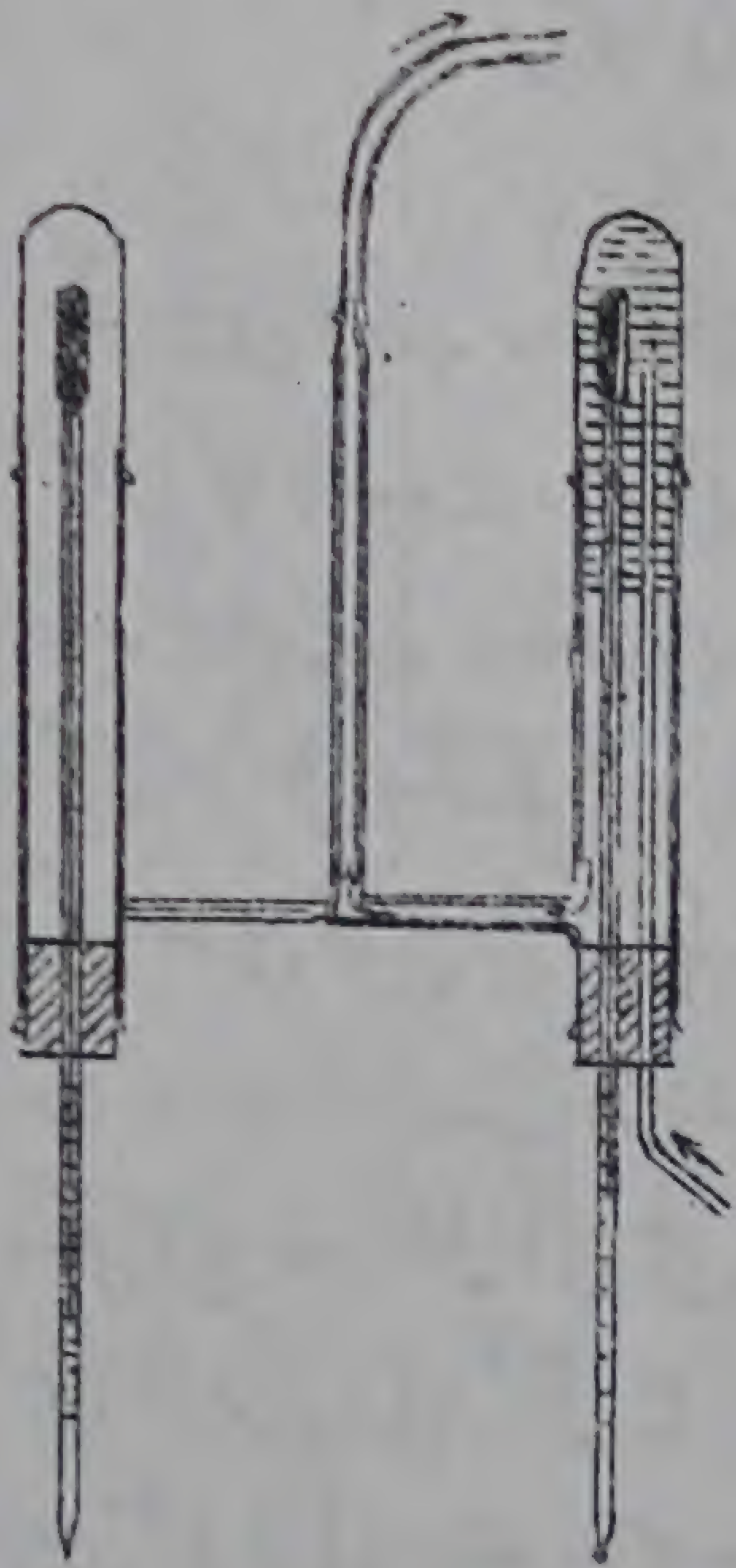
رینو کا رطوبت پیما

اگر رینو کا تجویز کردہ رطوبت پیما درست طریقہ سے تیار کیا جائے اور مناسب طور پر استعمال کیا جائے تو دانیالی رطوبت پیما کے نقائص سے بچ سکتے ہیں۔ شیشے کی ایک کھلی نلی ا کے زیرین سرے پر ایک نقرئی ٹوپی ب بٹھا دی جاتی ہے (دیکھو شکل ۱۳۶)۔ اس میں ایتھر کی اتنی کافی مقدار رکھی جاتی ہے کہ نقرئی ٹوپی پُر ہو جائے۔ اور ایتھر میں ایک تپش پیما ڈوبا رہتا ہے۔ دو نلیوں ج د اور ع ف کے ذریعہ جو شکل میں دکھائے ہوئے طریقے کے بموجب لگائی گئی ہیں، آلے میں سے ہوا کی رَو کھینچی جاتی ہے۔ ہوا بلبلوں کی شکل میں مایع میں سے ہوتی ہوئی جانبی نلی گ کے ذریعہ نکل جاتی ہے۔ جب ہوا بلبلے بن کر نکلتی ہے تو ایتھر کے بخارسے لد جاتی ہے اور اس تیز تبخیر کے عمل سے مایع کی تپش گر جاتی ہے۔ چونکہ یہ مایع نقرئی ٹوپی اور تپش پیما دونوں سے راست تماس میں ہے اور نیز ہوا کے بلبلوں کے ذریعہ اچھی طرح ہلایا بھی جاتا ہے اس لیے تپش پیما، مایع اور نقرئی ٹوپی تینوں ایک ہی تپش پر رہینگے۔

جوں ہی نقطۂ شبنم کی تپش پہنچتی ہے، شبنم بننے لگتی ہے۔ پس جس وقت ٹوپی پر ابتداءً شبنم دکھائی دے تو اُس وقت تپش حاصل کر لینے سے نقطۂ شبنم کافی صحت کے ساتھ معلوم ہو جاتا ہے۔

تجربہ ۱۱۴ — رینو کے رطوبت پیما سے نقطۂ شبنم کی تعیین — شیشے کی چھوٹی نلی کو ہوا کش کے ساتھ جوڑ دو۔ ابتداءً ہوا کی تیز رَو سے کام لے کر نقطۂ شبنم کو سرسری طریقے پر معلوم کر لینا چاہیے۔ اس میں تبرید سرعت کے ساتھ

---

[1] Regnault

ہوگی اور شبنم اُس وقت تک مشاہدہ نہ ہوگی جب تک تپش اصلی نقطۂ شبنم سے کسی قدر نیچے نہ گر جائے۔ اگر اُس وقت ہوا کی رَو روک دی جائے تو تمام آلہ آہستگی کے ساتھ گرم ہوگا اور شبنم غائب ہو جائیگی۔ وہ تپش جس پر شبنم غائب ہو لکھ لی جائے ۔ یہ اصلی نقطۂ شبنم سے زیادہ قریب ہوگی بہ نسبت اُس قیمت کے جو پہلے پہل حاصل کی گئی تھی ۔ لیکن یہ کسی قدر زیادہ ہوگی ۔

شکل ۱۳۶ ۔ رینو کا رطوبت پیما

اب ہوا کش کو دوبارہ چالو کیا جاتا ہے لیکن اس طرح پر کہ آلہ میں سے ہوا کی بالکل دھیمی رَو بہتی رہے ۔ اس عمل سے تپش پھر گرنے لگتی ہے ۔ لیکن یہ عمل بہت سست ہوگا ور نقطۂ شبنم کے پہنچنے کے بعد ہی فوراً شبنم کی موجودگی کا علم ہو جائیگا ۔ اس طرح نقطۂ شبنم کی صحیح تر قیمت حاصل ہوگی۔

حسب صراحت بالا آلے کو متواتر ٹھنڈا کرنے اور پھر گرم ہونے کا موقع دینے سے بالآخر شبنم کے نمودار اور غائب ہونے کے لیے ایسی تپشیں حاصل ہونگی جن میں ایک درجے کے ۲ء۰ حصے سے زیادہ فرق نہیں رہیگا ۔ جب یہ صورت پیدا ہو تو نقطۂ شبنم، ان کا اوسط لیا جا سکتا ہے ۔ نلی ک کے اندر

کے تپش پیما سے کمرہ کی تپش معلوم ہوگی ۔

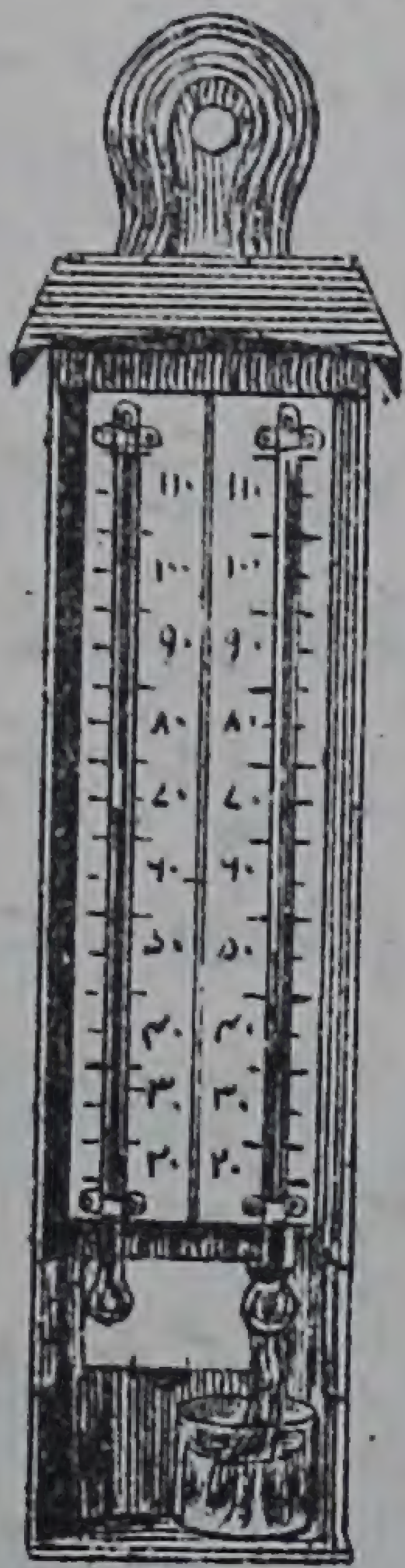
صفحہ ۴۲۶ کی جدول کی مدد سے نقطۂ شبنم کے متناظر اور نیز کمرے کی تپش کے لیے بھی سیری کا بخاری دباؤ معلوم کرو۔ اور اس سے مرطوبیت اضافی کی قیمت محسوب کرو۔

نوٹ ۔ شبنم کا ذرا سا بھی شائبہ معلوم کرنا ہو تو یہ امر باعث سہولت ہوگا کہ ایک لمبا خشک پر یا خط لکھنے کے کاغذ کے ایک ورق کو بتی کی طرح لپیٹ کر استعمال کریں ۔ اس کو ایک سرے سے پکڑ کر رکھیں اور نقرئی ٹوپی کو کاغذ کی بتی یا پَر کے دوسرے سرے سے آہستہ آہستہ زد کرتے جائیں ۔ اس طریقے سے ذرا سی بھی جمع شدہ شبنم کا پتہ چل جائیگا ۔ کیونکہ جب بھیگی ہوئی سطح پر کاغذ کی زد ہوگی تو اس جگہ کی سطح زیادہ چمکدار نظر آئیگی ۔ تجربہ کے دوران میں نقرئی ٹوپی سے ۲۰ سم فاصلے کی حد کے اندر ہاتھ نہ پہنچنا چاہیے ۔ اور مشاہد اور آلہ کے درمیان شیشے کی ایک بڑی تختی حائل ہونی چاہیے ۔ تجربہ ایسی جگہ پر انجام نہ دیا جانے جہاں پانی کی ایک وسیع سطح کھلی ہوئی ہو ۔

بہت سے آلہ ساز ایک سالم امتحانی نلی لے کر اُس کے سرے پر نقرئی ٹوپی چڑھا دیتے ہیں اور اس کو رینو کے رطوبت پیما کے نام سے فروخت کرتے ہیں ۔ اس قسم کے آلے کے استعمال میں تپش پیما اور نقرئی سطح کے مابین ایک ناقص موصل واسطہ رکھنے سے وہی خطاء از سر نو شریک ہو جاتی ہے جس کو رفع کرنے کے لیے رینو کا آلہ تجویز کیا گیا تھا ۔

ایسی حالت میں امتحانی نلی کا سرا ریتی سے کاٹ کر نقرئی ٹوپی کو نلی سے چسپاں دینا چاہیے تاکہ نلی نقرئی ٹوپی سے ڈھکی رہے اور یہ ٹوپی ایتھر سے راست تماس میں ہو ۔

خشک اور ترجوفہ دار رطوبت پیما

ایک ہی ٹیکن پر دو تپش پیما لگا دیے جاتے ہیں ۔ ایک تو ہوا میں کھلا رہتا ہے اور دوسرے کے جوفے کو اطراف سے کپڑے میں ڈھک دیتے ہیں ۔ اس کپڑے کے زیرین سرے کو پانی کے ایک برتن (شکل ۱۳۷) میں ڈوبا ہوا رکھ کر تر رکھا جاتا ہے ۔ ہوا جس قدر خشک ہوگی اُسی قدر تیزی کے ساتھ ترجوفے میں تبخیر ہوگی اور اِس کی تپش اُسی قدر کم ہوگی ۔ ان دونوں تپشوں کو پڑھنے سے رطوبت پیمائی حالت کا اندازہ ہوسکتا ہے ۔

ہاینو کا رطوبت پیما مقابلے کے لیے استعمال کرکے اِن مقروؤں کو تحویل کرنے کے لیے آزمائشی طور پر جدولیں تیار کرلی گئی ہیں ۔ اس قسم کی ایک جدول صفحہ (۴۲۱) پر دی گئی ہے ۔

شکل ۱۳۷ خشک اور ترجوفہ دار رطوبت پیما

گو اِس آلہ کو ماہرین شہابیات (Meteorologists) بہت کثرت سے استعمال کرتے ہیں لیکن راست طور پر اس کی کوئی علمی قدر نہیں ہے ۔

فی لیٹر کرۂ ہوائی میں بخارات آبی کی کمیت کا شمار

ایک لیٹر ہائیڈروجن کا وزن ط ۔ ت ۔ د پر ۰٫۰۹ گرام ہوگا ۔

کسی دباؤ د ممر اور تپش ت۱ پر اس کی کمیت

$$۰٫۰۹ \times \frac{د}{۷۶۰} \times \frac{۲۷۳}{۲۷۳+ت_۱}$$ گرام ہوگی

اب ہمارے پاس بخاراتِ آبی تپش ت۱ (نقطۂ شبنم) اور پیمائش کردہ دباؤ د ممر پر موجود ہیں ۔ ایک ہی حالات کے تحت بخاراتِ آبی، ہائیڈروجن سے ۹ گنا زیادہ کثیف ہوتے ہیں ۔ پس فی لیٹر موجودہ بخاراتِ آبی کی کمیت

$$۰٫۰۸۱ \times \frac{د}{۷۶۰} \times \frac{۲۷۳}{۲۷۳+ت_۱}$$ ہوئی ۔

بعض اوقات یہ اعتراض کیا جاتا ہے کہ بخاراتِ آبی، ہوا کی تپش اور د ممر دباؤ پر موجود رہتے ہیں ۔ لہٰذا مندرجۂ بالا جملے میں ت۱ کے بجائے ت یعنی ہوا کی تپش درج ہونی چاہیے ۔ حساب کرنے کے لیے کوئی سا طریقہ اختیار کیا جا سکتا ہے ۔ کیونکہ ان میں سے کوئی ایک جملہ استعمال کرنے میں جو فی صد خطاء (اگر کوئی ہے) ہوتی ہے، وہ اُس فی صد خطاء سے بدرجہا کم ہوتی ہے جو د معلوم کرنے میں پیدا ہوتی ہے ۔

بخاراتِ آبی کی کمیت فی لیٹر کی تعیین کیمیائی طریقوں سے بھی ہو سکتی ہے، اس کے لیے ہوا کی ایک معلوم کمیت کو پہلے سے تولی ہوئی خشک کرنے والی نلیوں کے راستے کھینچا جاتا ہے اور نلیوں میں جذب شدہ بخارات کی کمیت معلوم کی جاتی ہے ۔

تر اور خشک جوفہ دار رطوبت پیما

مندرجۂ ذیل جدول میں پہلے انتصابی خانہ سے خشک جوفے والے تپش پیما کی تپشیں ملتی ہیں اور پہلی اُفقی سطریں) دونوں تپش پیماؤں کا فرق دیا گیا ہے ۔ باقی اعداد سے بوقتِ مشاہدہ جو حقیقی بخاری دباؤ ہو، حاصل ہو جاتا ہے ۔ جب ہوا سیر شدہ ہو تو دونوں تپشوں کا باہمی فرق صفر ہے اور ایسی حالت میں دوسرے انتصابی خانہ سے بخاری دباؤ حاصل ہوگا۔

ت °م	صفر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۰	۴٫۶	۳٫۷	۲٫۹	۲٫۱	۱٫۳						
۱	۴٫۹	۴٫۰	۳٫۲	۲٫۴	۱٫۶	۰٫۸					
۲	۵٫۳	۴٫۴	۳٫۴	۲٫۷	۱٫۹	۱٫۰					
۳	۵٫۷	۴٫۷	۳٫۷	۲٫۸	۲٫۲	۱٫۳					
۴	۶٫۱	۵٫۱	۴٫۱	۳٫۲	۲٫۴	۱٫۶	۰٫۸				
۵	۶٫۵	۵٫۵	۴٫۵	۳٫۵	۳٫۶	۱٫۸	۱٫۰				
۶	۷٫۰	۵٫۹	۴٫۹	۳٫۹	۲٫۹	۲٫۰	۱٫۱				
۷	۷٫۵	۶٫۴	۵٫۳	۴٫۳	۳٫۳	۲٫۳	۱٫۴	۰٫۴			
۸	۸٫۰	۶٫۹	۵٫۸	۴٫۷	۳٫۷	۲٫۷	۱٫۷	۰٫۸			
۹	۸٫۶	۷٫۴	۶٫۳	۵٫۲	۴٫۱	۳٫۱	۲٫۱	۱٫۱	۰٫۲		
۱۰	۹٫۲	۸٫۰	۶٫۸	۵٫۷	۴٫۶	۳٫۵	۲٫۵	۱٫۵	۰٫۵		
۱۱	۹٫۸	۸٫۶	۷٫۴	۶٫۲	۵٫۱	۴٫۰	۲٫۹	۱٫۹	۰٫۹		
۱۲	۱۰٫۵	۹٫۲	۸٫۰	۶٫۸	۵٫۶	۴٫۵	۳٫۴	۲٫۳	۱٫۳		
۱۳	۱۱٫۲	۹٫۸	۸٫۶	۷٫۳	۶٫۲	۵٫۰	۳٫۹	۲٫۸	۱٫۷		
۱۴	۱۲٫۰	۱۰٫۶	۹٫۲	۸٫۰	۶٫۷	۵٫۶	۴٫۴	۳٫۳	۲٫۲	۱٫۱	
۱۵	۱۲٫۸	۱۱٫۳	۹٫۹	۸٫۶	۷٫۴	۶٫۱	۵٫۰	۳٫۸	۲٫۷	۱٫۶	۰٫۵
۱۶	۱۳٫۶	۱۲٫۱	۱۰٫۷	۹٫۳	۸٫۰	۶٫۸	۵٫۵	۴٫۳	۳٫۲	۲٫۱	۱٫۰
۱۷	۱۴٫۵	۱۳٫۰	۱۱٫۵	۱۰٫۱	۸٫۷	۷٫۴	۶٫۲	۴٫۹	۳٫۷	۲٫۶	۱٫۵
۱۸	۱۵٫۵	۱۳٫۸	۱۲٫۳	۱۰٫۹	۹٫۵	۸٫۱	۶٫۸	۵٫۵	۴٫۳	۳٫۱	۲٫۰
۱۹	۱۶٫۵	۱۴٫۷	۱۳٫۲	۱۱٫۷	۱۰٫۳	۸٫۹	۷٫۵	۶٫۲	۴٫۹	۳٫۷	۲٫۵
۲۰	۱۷٫۵	۱۵٫۷	۱۴٫۱	۱۲٫۶	۱۱٫۱	۹٫۷	۸٫۳	۶٫۹	۵٫۶	۴٫۳	۳٫۱

حرارت پر مزید مشقیں

۱- دیے ہوئے تپش پیما کے ثابت نقطوں کا تعین کرو اور اس کو دیے ہوئے ٹھوس جسم کا نقطۂ اماعت معلوم کرنے کے لیے استعمال کرو۔

۲- غیر درجہ دار تپش پیما، برف اور بھاپ کی مدد سے کمرہ کی تپش معلوم کرو۔

۳- دیے ہوئے تپش پیما کو معیاری بناؤ اور اس کو یہ معلوم کرنے کے لیے استعمال کرو کہ دی ہوئی شئے گرم کرنے کی صورت میں کس تپش پر بستگی میں آجائیگی۔

۴- دیے ہوئے مائع کے پھیلاؤ کی اوسط شرح ۲۰°م اور ۳۰°م کے درمیان اور نیز ۳۰°م اور ۴۰°م کے درمیان معلوم کرو۔

۵- کسی مائع کا نقطۂ جوشش معلوم کرو۔ اور بقدر ۱۰ فی صد وزن کوئی ٹھوس شئے شامل کرنے سے نقطۂ جوش میں جو تبدیلی پیدا ہو اُس کا تعین کرو۔

۶- اگر شیشے کے مکعب پھیلاؤ کی شرح بتا دی جائے تو ۲۰°م، ۴۰°م اور ۶۰°م پر پانی کی کثافت معلوم کرو۔

۷- ماسکونی ترازو کی مدد سے ۲۰°م پر، ۴۰°م اور ۶۰°م پر ایک دیے ہوئے مائع کی کثافت معلوم کرو۔ اور یہ دریافت کرو کہ آیا ۲۰°م اور ۴۰°م کے درمیان پھیلاؤ کی شرح وہی رہتی ہے جو ۴۰° اور ۶۰° کے درمیان ہے۔

۸- ایک معلوم حجم کا جوفہ جس کے ساتھ معلوم قطر کی نلی لگی ہے استعمال کر کے دیے ہوئے مائع کے ظاہری پھیلاؤ کی شرح دریافت کرو۔

۹- پانی کے نقطۂ انجماد اور نقطۂ جوش کے مابین مستقل حجم کی ہوا کے لیے اضافۂ دباؤ کی تپشی شرح معلوم کرو۔

۱۰- یہ ظاہر کرنے کے لیے کہ ہوا کے ایک دیے ہوئے حجم کا دباؤ، سیمابی تپش پیما کی بتائی ہوئی تپش کے لحاظ سے کس طرح بدلتا ہے، ایک ترسیم حاصل کرو۔

۱۱- دیے ہوئے حرارہ پیما کا آبِ مساوی معلوم کرو۔

۱۲- کسی دھات کی دی ہوئی کمیت کی حرارتی گنجائش معلوم کرو۔

۱۳- کسی دی ہوئی دھات سے بنے ہوئے ۱۵۰ گرام وزنی حرارہ پیما کا آبِ مساوی معلوم کرو۔

۱۴- ایک مائع کی حرارتِ نوعی معلوم کرو جب کہ ایک ایسے ٹھوس کی حرارتِ نوعی دی گئی ہے جو مائع مذکور پر کیمیائی عمل نہیں کرتا۔

۱۵- پیرافینی تیل میں برف شامل کر کے تیل کی حرارتِ نوعی معلوم کرو۔

۱۶- دیے ہوئے مائع کی حرارتِ نوعی، بھاپ کو مائع کے اندر بستہ کر کے معلوم کرو بھاپ کی حرارت مخفی = ۵۴۰ حرارے فی گرام -

ہلکاؤ کی حرارت کو نظر انداز کرو۔

۱۷- تمہیں معلوم وزن کے حرارہ پیما میں معلوم وزن کا پانی دیا گیا ہے۔ اس میں بھاپ کو بستہ کرو۔ اور تپش پیمائی مشاہدات کی مدد سے بستہ شدہ بھاپ کا وزن معلوم کرو۔ یہ فرض کرو کہ بھاپ کی حرارت مخفی ۵۳۷ حرارے فی گرام ہے۔

۱۸- پانی کے ایک دیے ہوئے برتن کو بنسنی مشعل پر گرم کرو۔ اور ۴۰°م سے ۸۰°م تک تپش کے بڑھنے کا وقت معلوم کرو۔ اس کے بعد پانی کو معلوم وقت تک جوش دو اور اس سے بھاپ کی حرارتِ مخفی کی تقریبی قیمت اخذ کرو۔

۱۹- دی ہوئی تپش پر گرم پانی سے بھری ہوئی ایسی دو مختلف

امتحانی نلیوں کی شرح تبرید کا مقابلہ کرو - جن میں سے ایک نلی پر کاجل اور دوسری پر چاندی کی تہ چڑھا دی گئی ہے -

۲۰-ایک حرارہ پیما کے لیے جس میں پانی کی معلوم مقدار موجود ہے، تبریدی منحنی مرتسم کرو- جب حرارہ پیما کی تپش اپنے ماحول کی تپش سے ۲۰°م زیادہ ہو تو فی ثانیہ ضائع شدہ حراروں کی تعداد محسوب کرو-

۲۱- کمرہ کی ایک لیٹر ہوا میں بخارات آبی کی کمیت معلوم کرو-

۲۲- دو مختلف طریقوں سے نقطۂ شبنم معلوم کرو-

۲۳- ایک دھاتی سلاخ کے ایک خاص پر نشان لگا دیا گیا ہے- اگر سلاخ کی موصلیتِ حرارت کی قدر بنا دی جائے تو نشان زدہ مقام پر تپش پیما کے استعمال کے بغیر مقامِ مذکور کی تپش دریافت کرو-

۲۴- آبنوسی تختی کی موصلیتِ حرارت کی قدر معلوم کرو-

۲۵- آبنوس اور مقوے کی موصلیتِ حرارت کی قدروں کا باہمی مقابلہ کرو-

۲۶- تمہیں چینی مٹی کی نلی دی گئی ہے - اِس چینی مٹی کے لیے موصلیت حرارت کی شرح معلوم کرو-

تمت

ضمیمہ ب

طولی پھیلاؤ کی شرحیں

ذیل کی جدول میں جو قیمتیں درج ہیں وہ ۰°م اور ۱۰۰°م کے درمیان طولی پھیلاؤ کی اوسط شرحیں ہیں :-

الومینیم	۰٫۰۰۰۰۲۲	رانگ (قلعی)	۰٫۰۰۰۰۲۳
پلاٹینم	۰٫۰۰۰۰۰۹	سونا	۰٫۰۰۰۰۱۴
پیتل	۰٫۰۰۰۰۱۹	سیسا	۰٫۰۰۰۰۲۷
تانبا	۰٫۰۰۰۰۱۷	شیشہ	۰٫۰۰۰۰۰۸ تا ۰٫۰۰۰۰۰۹
جست	۰٫۰۰۰۰۲۹	لوہا	۰٫۰۰۰۰۱۱
چاندی	۰٫۰۰۰۰۱۹	گار کا پتھر (پگھلایا ہوا)	۰٫۰۰۰۰۰۰۴۵

نوعی حرارتیں

اکائی کمیت کی حرارتی گنجائش حراروں میں فی گرام درجۂ مئی

ٹھوس

الومینیم	۰٫۲۱۲	رانگ (قلعی)	۰٫۰۵۵
پلاٹینم	۰٫۰۳۲	سونا	۰٫۰۳۱۶
پیتل	۰٫۰۹۴	سیسا	۰٫۰۳۱
تانبا	۰٫۰۹۴	شیشہ	۰٫۱۹
جست	۰٫۰۹۴	لوہا	۰٫۱۱۵
چاندی	۰٫۰۵۶	گار کا پتھر (Quartz)	۰٫۱۹۱

مایعات

الکوہل (۷۰ءم)	۰٫۵۸	پیرافن	۰٫۵۱۱
اینیلین	۰٫۵۱۴	تارپین	۰٫۴۳
پارا	۰٫۰۳۳	گلسرین	۰٫۵۷۶

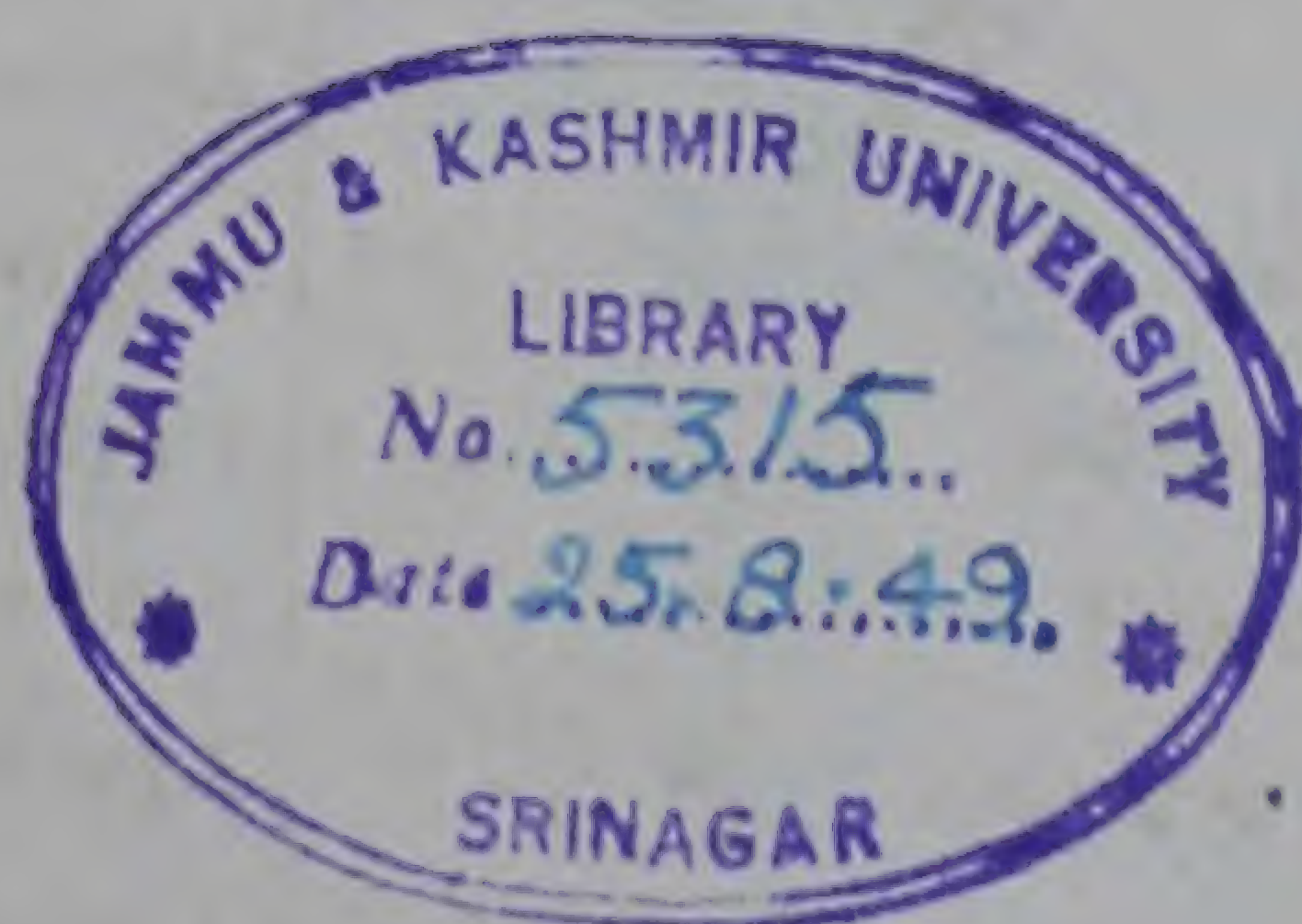
موصلیت حرارت کی قدریں

حرارے (سمر)$^{-۱}$ (ثانیہ)$^{-۱}$ (درجہ مئی)$^{-۱}$

الومینیئم	۰٫۴۸	رانگ (قلعی)	۰٫۱۵
پلاٹینم	۰٫۱۷	ربر (تقریباً)	۰٫۰۰۰۳
پیتل (تقریباً)	۰٫۲	سیسا	۰٫۰۸
تانبا	۰٫۹	شیشہ (تقریباً)	۰٫۰۰۱
جست	۰٫۲۶	لوہا	۰٫۱۰ تا ۰٫۱۴
چاندی	۱٫۰	مقوہ (تقریباً)	۰٫۰۰۰۴

سیر شدہ آبی بخار کا دباؤ

دباؤ پارے کے ملی میٹروں میں

تپش	دباؤ	تپش	دباؤ	تپش	دباؤ
۰°م	۴٫۶	۹	۸٫۶	۱۸	۱۵٫۵
۱	۴٫۹	۱۰	۹٫۲	۱۹	۱۶٫۵
۲	۵٫۳	۱۱	۹٫۸	۲۰	۱۷٫۵
۳	۵٫۷	۱۲	۱۰٫۵	۲۱	۱۸٫۷
۴	۶٫۱	۱۳	۱۱٫۲	۲۲	۱۹٫۸
۵	۶٫۵	۱۴	۱۲٫۰	۲۳	۲۱٫۰
۶	۷٫۰	۱۵	۱۲٫۸	۲۴	۲۲٫۴
۷	۷٫۵	۱۶	۱۳٫۶	۲۵	۲۳٫۸
۸	۸٫۰	۱۷	۱۴٫۵		۵

فہرست اصطلاحات

عملی طبیعیات

خواصِ مادّہ و حرارت

(بہ ترتیب انگریزی)

انگریزی	اُردو
A	
Abscissa	فصلہ
Acceleration	اسراع
Action and reaction	عمل اور ردِّ عمل
Adjustment	(آلوں کی) درستی ترتیب
Analogy	مشابہت
Aneroid barometer	بے مائع بار پیما
Angle of inclination	زاویۂ میلان
Angular motion	زاویئی حرکت
Applications	اطلاقات
Applied force	لگائی ہوئی قوت ۔ عاملہ قوت
Applied mathematics	عملی ریاضیات
Archimedes	آرشمیدس
Arrestment	روک
Arrestment of the balance	ترازو کی روک
Aspirator	ہوا کش
Astronomical observations	فلکی مشاہدے
Auxiliary scale	معاون پیمانہ
Axis of rotation	گردشی محور
Axis of suspension	محورِ تعلیق
Axis of symmetry	محورِ تشاکل
Axle	دُھری ۔ دُھرا
B	
Balance case	ترازو دان
Balance-wheel	بال کمانی
Ballistic balance	اندفاعی ترازو
Barometer	بار پیما
Base line	بنیادی خط
Block	کُندا
Boiler	جوشارہ
Brake-band	ضابطہ پٹی
Bulk modulus	حجمی مقیاس
Burette	ظرفک

انگریزی	اُردو
C	
Calculation	تحسیب
Calibration	تعییر
Callipers	سرل چاپ
Calorie	حرارہ
Calorifer	حرارہ بردار
Calorimetry	حرارہ پیمائی
Capillarity	شعریت
Cathetometer	ارتفاع پیما
Centre of oscillation	مرکزِ ارتعاش
Centre of suspension	مرکزِ تعلیق
Chronometer	وقت پیما
Circular scale	مدوّر پیما
Clamp	چمٹی
Clock rate	کلاک کی شرحِ رفتار
Coefficient	قدر۔ خرج
Collision	تصادم
Compensating cord or ribbon	متلافی ڈوری یا فیتہ
Complicated mechanism	پیچیدہ کل
Computation	تحسیب
Conservation	بقا
Conservation of energy	بقائے توانائی
Constructed figure	ساختہ شکل
Construction	ساخت
Contour	گھیرا۔ احاطہ
Convection current	حملی رَو
Cooling	تبرید
Cooling curve	تبریدی منحنی
Co-ordinate axis	محدّدی محور
Cord	ڈوری
Correction	تصحیح
Corrective curve	تصحیحی ترسیم
Corresponding parallels	متناظر متوازیات
Cross-wires	متقاطع تار
Curvature	انحنا
Curved surface	منحنی سطح
Cylindrical	اسطوانہ نما
D	
Damped oscillations	قسری ارتعاش
Data	معطیات۔ مقدمات
Deflection	انحراف
Deformation	بگاڑ
Delivery tube	نکاس نلی
Denominator	مقسوم علیہ۔ نسب نما
Density	کثافت
Dependent variable	تابع متغیر

اُردو	انگریزی
مشتق اِکائیاں	Derived units
تجویز	Design
تفریقی-تفرقی	Differential
تفرقی احصاء	Differential calculus
تفرق	Differentiation
بسط	Dilatation
بسط پیما	Dilatometer
بصریے	Dioptres
تناقض	Discrepancy
قرص	Disk, Disc
نقلِ مکان	Displacement
درجہ دار سرا	Divided head
ڈھول	Drum
حرکی رگڑ	Dynamic friction
علمِ حرکت	Dynamics

E

اُردو	انگریزی
استعداد	Efficiency
زور	Effort
لچک	Elasticity
لچک کی انتہا	Elastic limit
ہلیلجی شکل-ناقص-قطع ناقص	Ellipse
ناقص نما	Ellipsoidal
ناقصی	Elliptical
ناقصیت	Ellipticity
ناقصی تختی	Elliptic plate
تطول-اضافۂ طول	Elongation
کسبِ توانائی	Energy gained
انتقالی توانائی	Energy of translation
مثلث متساوی الاضلاع	Equilateral triangle
متعادل قوت	Equilibrating force
متعادل تپش	Equilibrium temperature
خطا	Error
جُفت	Even
پھیلاؤ	Expansibility
عملی تشریح	Experimental demonstration
عملی تعیین	Experimental determination
عملی طریقے	Experimental methods
تجرباتی مشاہدات	Experimental observations
عملی تصدیق	Experimental verification
مشاہد	Experimenter
تعریہ	Exposure
بڑھاؤ	Extension
خارجی قوت	External force
عینی اور اُذنی تخمینہ	Eye and ear estimations

انگریزی	اُردو
Eye-piece	چشمہ
F	
Factor	جُزءِ (یا جزوِ) ضربی
False zero	کاذب صفر
Finite area	محدود رقبہ
Fixed centre	ثابت مرکز
Fixed jaw	ثابت جبڑا
Fixed points	ثابت نقطے
Fixed pulley	ثابت چرخی
Fluid friction	سیالی رگڑ
Fly wheel	اُڑ پہیہ
Focus	ماسکہ
Force	قوت
Force acting	قوتِ عاملہ
Force pressing	دبانے والی قوت
Forceps	چمٹا
Force ratio	قوائی نسبت
Fraction	کسر
Fractional distortion	کسری بگاڑ
Frame work	ڈھانچہ
Free wheel	آزاد چرخ
Friction	رگڑ ۔ فرک
Frictional forces	فرکی قوتیں یا رگڑ کی قوتیں
Friction rider	رگڑ راکب ۔ فرکی راکب
Fulcrum	نصاب
Fusion	اماعت
Fusion of ice	یخ کی اماعت
G	
Galvanometer	رَو پیما
Gaseous phenomena	گیسی مظاہر
Gearing	بندش ۔ گیرائی
Generator	مُکوِّن
Gradient	ڈھال
Graduated quadrant	پیمانہ دار رُبع
Graduation	درجہ بندی
Granular solid	ریزہ دار ٹھوس
Graphic statics	ترسیمی سکونیات
H	
Harmonic motion	موسیقی حرکت
Hinge	قبضہ
Hinge carrier	قبضہ بردار
Hollow	مجوف
Horizontality	اُفقیت
Horizontal line	اُفقی خط
Horizontal table	اُفقی میز
Hydrometer	مایع پیما
Hydrostatic balance	ماسکونی ترازو

انگریزی	اردو
Hygrometry	رطوبت پیمائی
Hyperbolic logarithm	طبعی لوکارثم
Hypsometer	ارتفاع پیما
I	
Impact	تصادم
Inclined plane	سطحِ مائل
Independent variable	متبوع متغیر
Indicator diagram	مظہاری نقشہ
Inertia	جمود
Intervals	وقفے
J	
Jerks	جھٹکے
K	
Kinetic energy	توانائی بالفعل
L	
Lathe	خراد
Least count	شمارِ اقل
Lever	بیرم
Limiting equilibrium	انتہائی تعادل
Limiting friction	انتہائی رگڑ
Limiting value	انتہائی قیمت
Linear	خطّی
Linear dimensions	طولی ابعاد
Linear motion	خطّی حرکت
Linear scale	خطّی پیمانہ
Line of action	خطِ عمل
Load	بوجھ
Locus	طریق
Logarithm	لوکارثم
M	
Magnification	تکبیر
Magnified image	مکبّر خیال
Main scale	اصلی پیمانہ
Major and minor axis	اعظم اور اقل محور
Major axis	محورِ اعظم
Manipulation or adjustment	دست ورزی اور درستی
Mass	کمیت
Mean solar second	اوسط شمسی ثانیہ
Measurement	پیمائش
Mechanical	حیلی
Mechanical advantage	مفادِ حیلی
Mechanical equivalent of heat	حرارت کا معادلِ حیلی
Mechanics	میکانیات ـ علم حیل
Meniscus	ہلالی سطح
Mercury reservoir	پارے کا حوضک

انگریزی	اردو
Micrometer	خردہ پیما
Micrometer eye-piece	خردہ پیما چشمہ
Micrometer Microscope	خردہ پیما خوردبین
Minor axis	محورِ اصغر
M. m. scale	ملی میٹر پیمانہ
Mobility	سیلانیت
Modulus	مقیاس
Moments	معیارِ اثر
Momentum	حرکت کا معیارِ اثر
Motion of rotation	محوری حرکت
Motion of translation	انتقالی حرکت
Multiple	اضعاف

N

انگریزی	اردو
Nature	نوعیت
Newton's law of cooling	نیوٹن کا کلیۂ تبرید
Normal force	عمود وار قوت - عمودی قوت
Note-book	بیاض
Null and deflection methods	صفری اور انحرافی طریقے
Nut	ڈھبری

O

انگریزی	اردو
Observations	مشاہدے
Observations and readings	مشاہدات اور مقروآت
Observed error	مشہودہ غلطی
Observer	مشاہد
Odd	طاق
Ordinate	معین
Oscillating magnet	مرتعش مقناطیس
Oscillation	اہتزاز
Oscillation method	ارتعاشی طریقہ
Outlet pipe	برآمد نلی

P

انگریزی	اردو
Parallax	اختلافِ منظر
Parallax error	اختلافِ منظر کی وجہ سے غلطی
Parallelopiped	متوازی السطوح
Pendulum	رقاص
Pendulum methods	رقاصی طریقے
Pentagon	مخمس
Periodic motion	دَوری حرکت
Period of vibration	وقتِ دَوران
Permanent distortion	دوامی بدشکلی
Pillar type	ستونی وضع
Pitch of screw	پیچ کی گھائی
Plane surface	سطحِ مستوی
Planimeter	سطح پیما

انگریزی	اُردو
Plumb-line	اُفق نما یا شاقول
Pneumatic	ہوائی۔ ہوا دار
Pointer	نمائندہ
Point of application	نقطۂ عمل
Point of suspension	نقطۂ تعلیق
Pole strength	قطبی طاقت
Potential energy	توانائی بالقوّہ
Power	طاقت
Practical efficiency	عملی استعداد
Protractor	زاویہ پیما (گونیا)
Pulley	چرخی
Pulley blocks	چرخی کے بُلاق
Q	
Quadrant	رُبع
Qualitative and quantitative	کیفی اور کمّی
Quantitative knowledge	کمّی علم
Quotient	خارج قسمت۔ حاصلِ قسمت
R	
Radians	نیم قُطریاں
Radiating surface	اشعاعی سطح
Radius of gyration	گردشی نصف قُطر
Range	سعت
Rate of cooling	تبرید کی شرح
Reaction	ردِّ عمل
Reading	مقروءہ۔ درجہ خوانی
Rectangular figure	مستطیلی شکل
Rectangular hyperbola	قائم زائد
Rectilinear figure	اشکالِ مستقیم الاضلاع
Registration	ترقیم
Regnaults hygrometer	رینو کا رطوبت پیما
Regular solids	منتظم مجسمات
Relative humidity	مرطوبیتِ اضافی
Restoring couple	واپسی جفت
Resultant	حاصل
Resultant moment	حاصلِ معیارِ اثر
Resulting graph	ترسیمِ محصلہ
Retarding force	قوتِ مزاحمت
Revolution counter	گردش شمارندہ۔ گردشی مُعدّد
Rhythm	تال
Rider	راکبہ۔ راکب
Rigid body	اُستوار جسم
Rigidity	اُستواری
Rotation	محوری حرکت یا گردش
Rough note book	کچی بیاض
S	
Scientific unit	علمی اکائی

انگریزی	اُردو
Screw	پیچ
Sectional view	تراشی منظر
Sector	قطاعِ دائرہ
Semi-ellipsoidal	نصف اہلیلجی
Semi-major axis	نیم محورِ اعظم
Semi-minor axis	نیم محورِ اصغر
Sense of touch	قوتِ لمس
Sensitive	حسّاس
Sensitive balance	حسّاس ترازو
Shear	جزّ
Shear elasticities	جزّی لچکیں
Shear strain	جزّی فساد
Shear stress	جزّی زور
Side tube	بغلی نلی
Sinker	مُغرِق لنگر
Sliding jaw	متحرک جبڑا
Slope	میلان
Slots	نالیاں
Solidification	انجماد
Specific gravity	کثافتِ اضافی
Spherometer	کرویت پیما
Spindle	تکلہ
Spiral spring	مرغولہ دار کمانی
Spirit level	اُفق نما

انگریزی	اُردو
Static	سکونی
Static frictional force	سکونی رگڑ کی قوت
Static inclined plane	سکونی سطحِ مائل
Steady force	مستقل قوت
Steam generator	بھاپ کے کوّن
Steam jacket	بھاپی پیراہن
Steam tight	بھاپ بند
Stop-watch or stop clock	چل رکتی گھڑی
Strain	فساد
Strained condition	فسادی حالت
Strain energy	فسادی توانائی
Stress	زور
Stud	نُکل میخ
Submultiple	تحتِ اضعاف
Super cooling	پُر سردی
Supply	رسد
Surface of contact	مماسی سطح
Surface tension	سطحی تناؤ
Swing	ارتعاش
Symmetrical	متشاکل
System	نظام

T

انگریزی	اردو
Tangent	مماس
Tangential force	مماسی قوت
Tensile elasticity	تنشی لچک۔ تناؤ والی لچک
Tensile stress	تنشی زور
Tension	تناؤ
Theoretical	نظری۔ نظراً
Threads	پیچ کی چوڑیاں
Thrust	اُچھال۔ دباؤ
Torsion pendulum	مروڑی رقاص
Tracing arm	مُرتسم بازو۔ شمارکنندہ بازو
Translation	انتقالی حرکت
Translational	انتقالی
Travelling-crane	متحرک حمالہ
Travelling Miscroscope	متحرک خُردبین
U	
Unknown area	مجہول رقبہ
Unknown mass	مجہول کمیت
V	
Vector quantity	سمتی کمیت
Velocity ratio	رفتاری نسبت
Verification	تصدیق
Vernicr	کسر پیما۔ ورنیئر
Vernier scale	ورنیئر پیمانہ
Vertical and horizontal	انتصابی اور اُفقی
Vibrating body	مرتعش جسم
Vibration per second	ارتعاش فی ثانیہ
Viscosity	لزوجت
W	
Water trap	آب گیر
Wavy trace	موجی نشان
Weight	وزن
Weight thermometer	وزن تپش پیما
Wheel	چرخ
Wheel and axle	چرخی اور محور
Wheel gearing	چرخ بندی۔ چرخ گیرائی
Wire-cutter	تارکٹ
Y	
Yoke	جُوا
Z	
Zero circle	صفری دائرہ
Zero error	صفری غلطی
Zero point	صفری نقطہ
Zero reading	صفری معائنہ

فہرست اصطلاحات

عملی طبیعیات

خواص مادّہ و حرارت

(بہ ترتیب اُردو)

اُردو	انگریزی
آب گیر	Water trap
اچھال (دباؤ)	Thrust
احاطہ (گھیرا)	Contour
اختلافِ منظر	Parallax
اختلافِ منظر کی وجہ سے غلطی	Parallax error
ارتعاش	Swing
ارتعاش فی ثانیہ	Vibration per second
ارتعاشی طریقہ	Oscillation method
ارتفاع پیما	Cathetometer
ارتفاع پیما	Hypsometer
ارشمیدس	Archimedes
اُڑ پہیہ	Fly wheel
آزاد چرخ	Free wheel
استعداد	Efficiency
اُستوار جسم	Rigid body
اُستواری	Rigidity
اسراع	Acceleration
اُسطوانہ نما	Cylindrical
اشعاعی سطح	Radiating surface
اشکالِ مستقیم الاضلاع	Rectilinear figure
اصل پیمانہ	Main scale
اضافہ طول (تطول)	Elongation
اضعاف	Multiples
اطلاقات	Applications
اعظم اور اقل محور	Major and minor axis
اُفقی نما	Spirit level
اُفق نما یا شاقول	Plumb-line
اُفقیت	Horizontality
اُفقی خط	Horizontal line
اُفقی میز	Horizontal table
آلوں کی درستی (ترتیب)	Adjustment

اُردو	انگریزی
اماعت	Fusion
انتصابی اور اُفقی انتقالی	Vertical and horizontal Translational
انتقالی (انتقالی حرکت)	Translation
انتقالی توانائی	Energy of translation
انتقالی حرکت	Motion of translation
انتقالی حرکت (انتقالی)	Translation
انتہائی تعاول	Limiting equilibrium
انتہائی رگڑ	Limiting friction
انتہائی قیمت	Limiting value
انجماد	Solidification
انحراف	Deflection
انحنا	Curvature
اندفاعی ترازو	Ballastic balance
اوسط شمسی ثانیہ	Mean solar second
اہتزاز	Oscillation
ب	
بار پیما	Barometer
بال کمانی	Balance-wheel
برآمد نلی	Outlet pipe
بڑھاؤ	Extension
بسط	Dilatation
بسط پیما	Dilatometer
بصریے	Dioptres
بغلی نلی	Side tube
بقا	Conservation
بقائے توانائی	Conservation of energy
بگاڑ	Deformation
بندش (آگیرائی)	Gearing
بنیادی خط	Base line
بوجھ	Load
بھاپ بند	Steam-tight
بھاپ کے تکوِن	Steam generator
بھاپی پیراہن	Steam jacket
بیاض	Note-book
بیرم	Lever
بے مائع بار پیما	Aneroid barometer
پ	
پارے کا حوض	Mercury reservoir
پُر سردی	Super cooling
پھیلاؤ	Expansibility
پیچ	Screw
پیچ کی چوڑیاں	Threads
پیچ کی گھائی	Pitch of screw
پیچیدہ کل	Complicated mechanism
پیمانہ دار رُبع	Graduated quadrant
پیمائش	Measurement

اُردو	انگریزی
ت	
تابع متغیر	Dependent variable
تارکٹ	Wire-cutter
تال	Rhythm
تبرید	Cooling
تبرید کی شرح	Rate of cooling
تبرید منحنی	Cooling curve
تجرباتی مشاہدات	Exprimental observation
تجویز	Design
تحت اضعاف	Submultiple
تحسیب	Calculation
تحسیب	Computation
ترازودان	Balance case
ترازو کی روک	Arrestment of the balance
تراشی منظر	Sectional view
ترسیم محصلہ	Resulting graph
ترسیمی سکونیات	Graphic statics
ترقیم	Registration
تصادم	Collision, Impact
تصحیح	correction
تصحیحی ترسیم	Correction curve
تصدیق	Verification

اُردو	انگریزی
تعریض	Exposure
تعییر	Calibration
تفرق	Differentiation
تفرقی احصاء	Differential calculus
تفریقی (تفرقی)	Differential
تکبیر	Magnification
تکلہ	Spindle
تناقض	Discrepancy
تناؤ	Tension
تناؤوالی لچک (تنشی لچک)	Tensile elasticity
تنشی زور	Tensile stress
تنشی لچک (تناؤوالی لچک)	Tensile elasticity
توانائی بالفعل	Kinetic energy
توانائی بالقوہ	Potential energy
ث	
ثابت جبڑا	Fixed jaw
ثابت چرخی	Fixed pulley
ثابت مرکز	Fixed centre
ثابت نقطے	Fixed points
ج	
جز	Shear
جزوِ ضربی (جزو ضربی)	Factor
جزی زور	Shear stress
جزی فساد	Shear strain

اُردو	انگریزی
جزّی لچکیں	Shear elasticities
جفت	Even
جمود	Inertia
جُوا	Yoke
جوشارہ	Boiler
جھٹکے	Jerks

چ

اُردو	انگریزی
چرخ	Wheel
چرخ بندی (چرخ گیرائی)	Wheel gearing
چرخی	Pulley
چرخی اور محور	Wheel and axle
چرخی کے بُلاق	Pulley blocks
چشمہ	Eye-piece
چل رُکنی گھڑی	Stop clock or stop watch
چمٹا	Forceps
چمٹی	Clamp

ح

اُردو	انگریزی
حاصل	Resultant
حاصلِ قسمت (خارج قسمت)	Quotient
حاصلِ معیارِ اثر	Resultant moment
حجمی مقیاس	Bulk modulus
حرارت بردار	Calorifer
حرارت کا معادلِ حیلی	Mechanical equivalent of heat
حرارہ	Calorie
حرارہ پیمائی	Calorimetry
حرکت کا معیارِ اثر	Momentum
حرکی رگڑ	Dynamic friction
حسّاس	Sensitive
حسّاس ترازو	Sensitive balance
حملی رَو	Convection current
حیلی	Mechanical

خ

اُردو	انگریزی
خارج قسمت (حاصلِ قسمت)	Quotient
خارجی قوت	External force
خراد	Lathe
خُردہ پیما	Micrometer
خردہ پیما چشمہ	Micrometer eye-piece
خردہ پیما خُردبین	Micrometer microscope
خطا	Error
خطِ عمل	Line of action
خطّی	Linear
خطّی پیمانہ	Linear scale
خطّی حرکت	Linear motion

د

اُردو	انگریزی
دبانے والی قوت	Force pressing
دباؤ (اُچھال)	Thrust
درجہ بندی	Graduation

اُردو	انگریزی
درجہ خوانی	Reading
درجہ دار سرا	Divided head
دست ورزی اور درستی	Manipulation or adjustment
دوامی بدشکلی	Permanent distortion
دوری حرکت	Periodic motion
دُھری۔ دُھرا	Axle
ڈ	
ڈوری	Cord
ڈھال	Gradient
ڈھانچہ	Frame Work
ڈِھبری	Nut
ڈھول	Drum
ر	
راکبہ (راکب)	Rider
رُبع	Quadrant
ردِّ عمل	Reaction
رسد	Supply
رطوبت پیما	Hygrometry
رفتاری نسبت	Velocity ratio
رقاص	Pendulum
رقاصی طریقے	Pendulum methods
رگڑ	Friction
رگڑ راکبہ (افقی راکب)	Friction rider

اُردو	انگریزی
رَو پیما	Galvanometer
روک	Arrestment
ریزہ دار ٹھوس	Granular solid
رینو کا رطوبت پیما	Regnault's Hygrometer
ز	
زاویہ پیما (گونیا)	Protractor
زاویۂ میلان	Angle of inclination
زاویئی حرکت	Angular motion
زور	Effort
زور	Stress
س	
ساخت	Construction
ساختہ شکل	Constructed figure
ستونی وضع	Pillar type
سَرل چاپ	Callipers
سطح پیما	Planimeter
سطح مائل	Inclined plane
سطح مستوی	Plane surface
سطحی تناؤ	Surface tension
سعت	Range
سکونی	Static
سکونی رگڑی قوت	Static frictional force
سکونی سطح مائل	Static inclined plane

اُردو	انگریزی
سمتی کمیت	Vector quantity
سیّالی رگڑ	Fluid friction
سیلانیت	Mobility
ش	
شعریت	Capillarity
شکلِ ناقص (اہلیلجی، قطعِ ناقص)	Ellipse
شمارِ اقل	Least count
شمار کنندہ بازو (مُرتسم بازو)	Tracing arm
ص	
صفری اور انحرافی طریقے	Null and deflection methods
صفری دائرہ	Zero circle
صفری غلطی	Zero error
صفری معائنہ	Zero reading
صفری نقطہ	Zero point
ض	
ضابط پٹی	Brake-Band
ط	
طاق	Odd
طاقت	Power
طبعی لوگارثم	Hyperbolic logarithm
طریق	Locus
طولی ابعاد	Linear dimensions
ظ	
ظرفک	Burette
ع	
علمِ حیل (میکانیات)	Mechanics
عمل اور ردِ عمل	Action and reaction
عملی استعداد	Practical efficiency
عملی اکائی	Scientific unit
عملی تشریح	Experimental mathematics
عملی تصدیق	Experimental verification
عملی تعین (عملی تعیین)	Experimental determination
عملی ریاضیات	Applied mathematics
عملی طریقے	Experimental methods
عمود وار قوت (عمودی قوت)	Normal force
عمودی قوت (عمود وار قوت)	Normal force
عینی اور اُذنی تخمینہ	Eye and ear estimation
ف	
فرکی راکب (رگڑ راکب)	Friction rider
فرکی قوتیں یا رگڑ کی قوتیں	Frictional forces
فساد	Strain
فسادی توانائی	Strain energy
فسادی حالت	Strained condition

اُردو	انگریزی
فصلہ	Abscissa
فلکی مشاہدے	Astronomical observations

ق

اُردو	انگریزی
قائم زائد	Rectangular hyperbola
قبضہ	Hinge
قبضہ بردار	Hinge carrier
قدر (سر-نکر)	Coefficient
قرص	Disk, Disc
قسری ارتعاش	Damped oscillation
قطاع دائرہ	Sector
قطبی طاقت	Pole strength
قطریاں	Radians
قطع ناقص (شکلِ ناقص، ہلیلجی)	Ellipse
قوائی نسبت	Force ratio
قوت	Force
قوتِ عاملہ	Force acting
قوتِ لمس	Sense of touch
قوتِ مزاحمت	Retarding force

ک

اُردو	انگریزی
کاذب صفر	False zero
کثافت	Density
کثافتِ اضافی	Specific gravity
کچی بیاض	Rough note-book
کُرویت پیما	Spherometer
کسبِ توانائی	Energy gained
کسر	Fraction
کسر پیما (ورنیئر)	Vernier
کسری بگاڑ	Fractional distortion
کلاک کی شرحِ رفتار	Clock rate
کمیت	Mass
کمّی علم	Quantitative knowledge
کُندا	Block
کیفی اور کمّی	Qualitative and quantitative

گ

اُردو	انگریزی
گردش شمارندہ	Revolution counter
گردشی محور	Axis of rotation
گردشی معدِّد	Revolution counter
گردشی نصف قطر	Radius of gyration
گل میخ	Stud
گھیرا (احاطہ)	Contour
گیرائی (بندش)	Gearing
گیسی مظاہر	Gaseous phenomena

ل

اُردو	انگریزی
لچک	Elasticity

اردو	انگریزی
لچک کی انتہا	Elastic limit
لزوجیت	Viscosity
لگائی ہوئی قوت	Applied force
لنگر	Sinker
لوگارتھم	Logarithm
ماسکونی ترازو	Hydrostatic balance
ماسکہ	Focus
مایع پیما	Hydrometer
متبوع متغیر	Independent variable
متحرک جبڑا	Sliding jaw
متحرک حمال	Travelling crane
متحرک خردبین	Travelling Microscope
متشاکل	Symmetrical
متعادل تپش	Equilibrium temperature
متعادل قوت	Equilibrating force
متقاطع تار	Cross-wires
متلافی ڈوری یا فیتہ	Compensating Cord or ribbon
متناظر متوازیات	Corresponding parallels
متوازی السطوح	Parallelepiped
مثلث مساوی الاضلاع	Equilateral triangle
مجوف	Hollow
مجہول رقبہ	Unknown area

اردو	انگریزی
مجہول کمیت	Unknown mass
محددی محور	Co-ordinate axis
محدود رقبہ	Finite area
محورِ اصغر	Minor axis
محورِ اعظم	Major axis
محورِ تعلیق	Axis of suspension
محورِ تشاکل	Axis of symmetry
محوری حرکت	Motion of rotation
محوری حرکت یا گردش	Rotation
مخمس	Pentagon
مدوّر پیمانہ	Circular scale
مرتسم بازو (شمار کنندہ بازو)	Tracing arm
مرتعش جسم	Vibrating body
مرتعش مقناطیس	Oscillating magnet
مرطوبیتِ اضافی	Relative humidity
مرغولہ دار کمانی	Spiral spring
مرکزِ ارتعاش	Centre of oscillation
مرکزِ تعلیق	Centre of suspension
مروڑی رقاص	Torsion pendulum
مستطیلی شکل	Rectangular figure
مستقل قوت	Steady force
مشابہت	Analogy
مشاہد	Experimenter
مشاہدات اور مقروآت	Observations and readings

اُردو	انگریزی
مشتق اکائیاں	Derived units
مشہودہ غلطی	Observed error
مظہاری نقشہ	Indicator diagram
معاون پیمانہ	Auxiliary scale
معطیات (یا مقدمات)	Data
معیارِ اثر	Moments
معیّن	Ordinate
مُغرق	Sinker
مفادِ حیلی	Mechanical advantage
مقدمات (یا معطیات)	Data
مقروءہ	Reading
مقسوم علیہ (نسب نما)	Denominator
مقیاس	Modulus
مکبّر خیال	Magnified image
مکرر (قدر - سر)	Coefficient
مکوّن	Generator
مماس	Tangent
مماسی سطح	Suface of contact
مماسی قوت	Tangential force
ممر پیمانہ	M m. Scale
منتظم مجسمات	Regular solids
منحنی سطح	Curved surface
موجی نشان	Wavy trace
موسیقی حرکت	Harmonic motion
میکانیات - (علم حیل)	Mechanics
میلان	Slope

ن

اُردو	انگریزی
ناقص تختی	Elliptic plate
ناقص نما	Ellipsoidal
ناقصی	Elliptical
ناقصیت	Ellipticity
نالیاں	Slots
نسب نما (مقسوم علیہ)	Denominator
نصاب	Fulcrum
نصف اہلیلجی	Semi-ellipsoidal
نظام	System
نظری	Theoretical
نقاطِ تعلیق	Point of suspension
نقطۂ عمل	Point of application
نقلِ مکان	Displacement
نکاس نلی	Delivery tube
نمایندہ	Pointer
نوعیت	Nature
نیم محورِ اصغر	Semi-minor axis
نیم محورِ اعظم	Semi-major axis
نیوٹن کا کلیۂ تبرید	Newton's law of cooling

اُردو	انگریزی	اُردو	انگریزی
و		وقفے	Intervals
واپسی جُفت	Restoring couple	ھ	
ورنیئر پیمانہ	Vernier scale	ہلالی سطح	Meniscus
ورنیئر (کسر پیما)	Vernier	ہلیلجی (شکلِ ناقص۔ قطعِ ناقص)	Ellipse
وزن	Weight	ہوادار (ہوائی)	Pneumatic
وزن تپش پیما	Weight thermometer	ہواکش	Aspirator
وقت پیما	Chronometer	ہوائی (ہوادار)	Pneumatic
وقتِ دَوران	Period of vibration	ی	
		یخ کی اماعت	Fusion of ice

اغلاط نامہ

عملی طبیعیات

خواصِ مادّہ وحرارت

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۱۱	۳	صفو	صفحہ ۲۲۹
"	۶	گ	ک
۱۷	۱۳	نوازن	توازن
"	۱۴	ے	ہے
"	۲۱	ان	اُن
۲۵	شکل ۳	۱	۲
۲۶	۳	پی ورنیئر	پی ورنیئر
"	۱۶	ایے	ایسے
"	۱۹	درنیئر	ورنیئر
۲۷	۲۴	وریے	درجے
۲۹	۱۰	۷گر۲۶	۲۶۶۷
"	۱۸	اُنس	اُنیس
۳۳	۱۲	نکل	نکل

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۴۰	۱۱	مدو	مدد
۵۱	۱	نقط	نقطہ
"	۱۳	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
۵۳	۱۷	نام	عام
۵۵	۶	سمت	سمت
"	۲۱ و ۲۵	رقبے	رقبے
۵۸	۱۵	نظریے	نظریے
۵۹	"	گردنسوں	گردشوں
۶۲	۴	دو	دو
۷۷	۱۲	ریزہ وار	ریزہ دار
۷۹	۱۳	اُوچھال	اُچھال
۸۰	۲۰	کا	کا حاصل
۹۰	۳	نِکلسن	نِکلسن

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۹۲	۱۰	گرشتہ	گزشتہ	۱۳۱	۱۸	نقاط	نقاط
۹۳	۱	بجث	بحث	۱۳۳	گوشہ	تعیین	تعیین
۹۷	۸	گ ب	گ پ	۱۳۹	۳	۱۳۵	۱۲۵
۱۰۰	۷	نقطہ وار	نقطہ دار	۱۴۲	۱۶	ومہ ط	وسط
۱۰۳	شکل ۳۱	ب ج د	ب ج ق د	″	شکل ۱۵	ست	ت
۱۰۵	۴	گو	کو	۱۴۸	۹	اُستواہ	اُستوانہ
۱۰۷	۱۳	وارے	والے	۱۵۸	۱۹	۳۴۰	۲۴۰
۱۰۸	۲۱	کھینچے	کھینچے	۱۵۹	۱۰	لو	کو
۱۱۰	۳	سمیتوں	سمتوں	۱۵۹ / ۲۷۰	۱۰ / ۲۱	بکارآمد	کارآمد
۱۱۱	شکل ۳۵	قہ	فہ	۱۶۰	۱۵	چرج	چرخ
″	۳۶ ″	۲	ا	۱۶۴	۸	گھر	گھ
″	″	د	طہ	″	۱۱	کھی	رکھی
۱۱۲	۲۰	مقداریں	مقداریں	″	۱۲	سطمیں	سطحیں
″	۲۲	ا	ا	″	۱۸	ئو	لو
۱۱۴	۱۴	کیا جاتا	کی جاتی	۱۷۵	۲۲	کلور	کلو
″	۱۵	کرو یتا	کردیتی	۱۸۱ / ۱۸۸	۶ / ۱۴	توتوں	قوتوں
″	۱۹	رَبعہ	رُبعہ	۱۸۲	۲۳	۵۰،	۵۰
۱۱۵	۱۲	ط	طہ	۱۸۵	شکل ۶۲	دوسرے دائرہ کے اندر	م
۱۱۷	۳	اکر	اگر	۱۸۹	۱۶	نایندہ	نمایندہ
۱۲۰	۱۲	ملنے	ہلنے	۱۹۲	۶	قامٔ	قائم
″	۱۳	اثر	اثر کو	″	۱۷	کھنچی	کھینچی
۱۲۱	۷	=	·=	۱۹۳	۱۵	درائری	درازی
۱۳۱	۴۳	صفحہ ۳۲۳	صفحہ ۲۲۳	۱۹۶	۱۸	کمیتِ	کمیّت

صفحہ	سطر	غلط	صحیح	صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۲۰۰	۲۱	جائیں۔کہ	جائیں کہ	۲۳۷ ۲۳۸ ۲۳۹	۱۱-۱۳ ۲ ۳-۱۶	ق	قہ
۲۰۱	۱	جائے۔تو	جائے تو	۲۳۷	۱۲	دو	دو
"	۱۹	جبوی	جبری	"	"	جاذہ	جاذبہ
۲۰۲	۸	حس	جس	۲۳۸	۹	گرے	گرتے
"	شکل ۶۸	Hiek	Hick	۲۳۹	۱۳	د	و
۲۰۶	۱۶	ر	ر۲	۲۴۲	۲۰	د	د
"	۲۳	۳	۲	۲۴۴	۲۴	د	د
۲۰۸	۱۹	تمناسب	متناسب	۲۴۸	۲	جاذبہ ہوکر	جاذبہ سے ہوکر
"	۲۳	قنمت	قیمت	"	شکل ۸۵	ہ	ہ
۲۱۳	۱۳	و۱	و۲	۲۵۲	۱۴	صفحہ ۲،۳،۷	صفحہ ۲۴۷
۲۱۴	۱۰	متحرک مادّہ۔اسراع	متحرک مادہ × اسراع	۲۵۴	۱۶	فی ثانیہ	فی ثانیہ
۲۱۶	۸	متلانی	متلافی	۲۵۸	۱۸	جہاں	جہاں
"	۱۱	عملیات	عملیّات	۲۶۹	۷	نی	فی
۲۱۷	۱۴	چھوٹی	چھوٹا	۲۸۲	۴	ہو۔تو	ہو تو
"	۱۵	لگی رہتی	لگا رہتا	۲۸۷	۱۳	عُلی	نلی
"	۲۴	تیقن	تیقّن	۲۹۹	۶	ٹکیلے	ٹمٹیلے
۲۲۲	۲۲	جیسا	جیسے	"	۲۰	۱۴۲	۲۲۲
۲۲۴	۱۰	یا۔م	یا م	۳۰۳	فٹ نوٹ	At-wood کا	Atwood کا
۲۲۷	۱۲	چُھوٹے	چھوٹے	"	۱۸	۹۸۱	۹۸۱
۲۳۱	۵	ہوکی	ہوگی	۳۰۸	۴	تسب تما ۳	نسب تما ۳
"	۱۰	ر	ر	۳۰۹	۱۱	۱۱۱	''۱۰
"	۱۱	ہیں۔	ہیں	"	۱۵	۱۱۱۰	''۱۰
۲۳۲	۲۴	ے	سے	۳۱۰	۱۰	قیر ضوبر	قیر صنوبر

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۳۱۰	۱۱	ررد صنوبر	زرد صنوبر
"	۱۴	۰٫۶۴، ۰٫۷۰	۰٫۶۴ — ۰٫۷۰
۳۲۰	۵	ہمں	ہیں
۳۲۴	۳	۱۱۴ے	۱۱۴ے
۳۲۹	۱۹	مقروھ	مقروعہ
۳۳۲	۵	ث	ث
۳۳۴	۵	جم	حجم
"	۱۰	)	))
"	۱۲	بہ	بہ
"	۱۹	اوسط	اوسط
۳۳۸	۱۱	عہ	عہ
۳۳۹	۲۱	پیما	پیمیا
۳۴۲	۱۵	انگھوٹھے	انگوٹھے
۳۵۱	۱	۱۱۳۲۰۰	۱۰۱۳۲۰۰
۳۵۵	۵	ٹھوسؑ	ٹھوس
۳۶۲	۲۰	حوارت	حرارت
۳۶۲	شکل ۱۲۰	تصحح	تصحیح
۳۶۵	۱۷	نیچے	نیچے

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۳۶۶	شکل ۱۲۱	آبگیر شیشہ کا	شیشہ کا آبگیر
"	"	مخفی	مخفی
۳۷۶	۱۴	کے	کے،
۳۸۵	۶	ہ	ہ
۳۸۶	۷	و	د
۳۸۶	۱۱	اُخ	رُخ
۳۸۶	۱۵	(درجۂ مئی ۲)	(درجۂ مئی) ۱-
۳۹۱	۷	ثپش	تپش
۳۹۲	۲۵	خ(ات ۲	خ(ات) ۲
۳۹۹	۱	سرا سر بہ مہر	سرا، سر بہ مہر
۴۰۰	۴-۶	جو	جُو
۴۰۱	شکل ۱۳۱	کث	ک
۴۰۲	۶-۸، ۱۲	ص	صَ
۴۰۳	۲۵	دور ان	دوران
۴۰۸	۹	مسعین	متعین
"	۱۱	قتار ۲	قتار ۲
"	۲۰	۵	۵
۴۲۰	۱۹	اُفقی	اُفقی

اشاریہ

عملی طبیعیات

خواصِ مادّہ اور حرارت